

DAVIDE CANTARELLI

LE FUNZIONI INCOGNITE DEL TEMPO
COME STRUMENTO PER L'ANALISI DINAMICA
DELLA REALTÀ ECONOMICA

1. Di fronte alla complessità dei fenomeni economici passati ma soprattutto presenti, il ricercatore — nella fattispecie l'economista — può opporre solo dei modi d'analisi e delle « logiche » di conoscenza per arrivare alla determinazione di uniformità o leggi, le quali abbiano oltre che il conforto della logica anche quello della verifica empirica. Analisi micro e analisi macro, analisi statica e analisi dinamica sono pertanto, al tempo stesso, espressione di necessità oltre che di libere scelte da parte del ricercatore. Egli deve infatti impostare la propria analisi in termini logici e metodologici, per poi metterla concretamente in opera mediante la ricerca empirica, provando e riprovando, sino all'ottenimento di risultati sempre meno insoddisfacenti.

Nei confronti dell'analisi dinamica, si può tranquillamente affermare che una delle conquiste più recenti e più valide del pensiero economico è costituita dal riconoscimento che essa ha un contenuto tutt'affatto peculiare. Infatti, se è pur vero che essa studia la realtà economica in successivi istanti di tempo allo scopo di individuare le leggi e le posizioni di equilibrio durante queste successioni (1) (concezione questa che può farsi risalire a Pareto), è altrettanto vero che essa si preoccupa della ricerca dei fattori del dinamismo del sistema economico e delle modalità della loro azione. Questi fattori sono rinvenuti in misura prevalente nelle variabili esogene al sistema economico « stricto sensu » (inteso, cioè, come l'insieme dei beni e delle quantità economiche e delle loro interrelazioni).

(1) Cfr. G. DEMARIA, *Trattato di Logica Economica*, Vol. I, *La Cattalitica*, Padova, CEDAM, 1962, p. 86.

Si è in altri termini riconosciuto e dimostrato che non si può parlare di economia dinamica senza l'esplicita presa in considerazione di quelle variabili che in una ristretta concezione della scienza economica si potrebbero ritenere estranee alla medesima, tutta presa dall'analisi delle interrelazioni « endogene » al sistema economico stesso (2).

Uno schema o « modello » dinamico economicistico in senso stretto, o è una semplificazione del divenire concreto dei fenomeni economici, dei quali può fornirci solo una prima approssimazione, che potrebbe diventare una caricatura sgraziata, oppure è un « divertissement intellectuel » destinato a restare sterile. Questo vale naturalmente per gli schemi analitico-deduttivi, mentre non vale per gli schemi statistico-econometrici, specialmente per quelli « aperti » (3).

Se i fattori veri ed effettuali del dinamismo del sistema economico sono da ricercare fuori di esso, ne viene, come logica conseguenza, la necessità per l'economista di considerarli esplicitamente come oggetto della propria indagine, di esaminarli cioè dal proprio punto di vista, che lascia naturalmente impregiudicato quello dei cultori delle discipline che li studiano autonomamente e specificamente. Al fine di evitare una pericolosa quanto indebita estensione del campo d'indagine propria della scienza economica, è necessario stabilire un criterio di scelta delle variabili esogene da considerare. Questo criterio è stato autorevolmente rinvenuto nel concetto di « operatività » (4). Sono ritenute operative quelle variabili esogene passibili di misurazione quantitativa, o di descrizione qualitativa, che all'esame concreto si rivelano effettivamente influenti sulle grandezze del sistema economico nel corso del tempo. Anche se non si vuole fare della quantità matematizzabile un feticcio e se si ammette che la determinazione quantitativa di una variabile non è per nulla *conditio*

(2) Ci riferiamo esplicitamente a tutta l'opera di ricerca teorica ed empirica condotta da più di un decennio da G. Demaria, che dimostra appunto l'importanza sistematica delle variabili esogene nell'analisi scientifica della realtà economica.

(3) Delle diverse caratteristiche e dei differenti problemi logici che sono propri dei vari tipi di modelli, abbiamo discusso nel nostro saggio: *Modelli di sviluppo nell'analisi del sistema produttivo di G. Demaria*, in « Rivista Internazionale di Scienze Economiche e Commerciali », n. 6, giugno 1967.

(4) Cfr. G. DEMARIA, *Trattato di logica economica*, Vol. II, *Il sistema produttivo*, Padova, CEDAM, p. 11 e segg. L'autore propone due categorie di variabili esogene: quelle « entelechiane » e quelle di « propagazione ». (Cfr. *ibidem*, p. 11).

sine qua non per riconoscerla degna di esame e trattazione scientifica, è naturale che lo studioso cerchi di dare espressione quantificabile a quella parte di effetti che le variabili esogene esercitano, in congiunzione a quelle endogene, sui livelli di altre, pure endogene, e che debbono essere spiegate. Una volta stabilita la parte non spiegata dalle variabili endogene, si potrà passare alla seconda fase della ricerca e cioè a stabilire quante e quali delle variabili esogene sono da ritenersi « operative » e cioè associate ai « residui » in modo tale da farle ritenere veramente sistematiche per la spiegazione dei medesimi. Si tratta di un lavoro difficile, nel quale è necessario procedere per successivi tentativi, partendo dai casi più semplici per risalire a quelli più complessi.

In questo saggio vogliamo appunto esporre alcune meditazioni ed alcuni primi risultati empirici sulle possibili modalità di espressione quantitativa dei « residui non spiegati » dalle variabili endogene nelle relazioni, equazioni e sistemi che entrano nei nostri schemi di ragionamento e di indagine, e che pertanto debbono, o possono, essere attribuiti all'operare di forze esogene non solo casuali, ma anche causali e sistematiche. Schematicamente il problema può porsi, nella sua espressione più semplice, nel seguente modo. Data una variabile endogena y_t supposta in un certo tempo t dipendente da un certo numero di variabili endogene indipendenti $x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt}$, e da un certo numero di variabili esogene $e_{1t}, e_{2t}, \dots, e_{mt}$, e che possono riferirsi anche a tempi precedenti (5), tali che sia:

$$y_t = F(x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt}, e_{1t}, e_{2t}, \dots, e_{mt}) \quad [1]$$

si tratta di individuare uno o più procedimenti per esprimere, ad ogni tempo t , l'influsso separato delle variabili endogene e delle variabili esogene e per studiare le modalità d'influsso di queste ultime.

(5) È forse opportuno chiarire che, in questa sede, usiamo la distinzione tra variabili esogene ed endogene in un modo diverso da quello tenuto di solito dagli econometrici. Per esempio: in uno schema econometrico di domanda ed offerta molto usato e descritto nei testi di econometrica, prezzo e quantità sono definiti variabili endogene mentre il reddito disponibile dei consumatori e il costo di produzione del bene sono considerati variabili esogene. Per noi tutte e quattro sono variabili endogene perchè esprimenti grandezze appartenenti al sistema economico. Per variabili esogene invece intendiamo le forze ed i fattori di natura extraeconomica che si trovano in relazione con le quantità del sistema economico.

2. Prima di procedere è però opportuno soffermarsi brevemente su due procedimenti statistici con i quali si cerca, o si può cercare, di esprimere la parte che hanno le variabili esogene nella spiegazione dei fenomeni economici. Il primo consiste nell'introdurre nelle nostre relazioni la generica variabile *tempo* che indichiamo con t . Data una serie di dati storici di una variabile ritenuta dipendente (Y) ed una, o più, serie di dati storici riferiti agli stessi periodi, ritenuti variabili esplicative (x_1, x_2, \dots, x_n), si procede al calcolo di una funzione di regressione (lineare nelle variabili, nei logaritmi delle medesime, ecc.) del tipo:

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n, t) \quad [2]$$

In questo modo si viene ad attribuire alla variabile generica t (espressa con grado 1, nelle sue potenze, posta all'esponente della base dei logaritmi neperiani e, in espressioni trigonometriche, ecc.) il ruolo di esprimere la componente degli effetti delle variabili endogene escluse esplicitamente dallo schema e delle variabili esogene. È necessario aggiungere che, in pratica, quando si ricorre a questo tipo di schema, le variabili economiche endogene assunte come indipendenti sono molto poche (una, due, eccezionalmente tre), ritenendosi conveniente, o necessario, riassumere tutte le rimanenti nella variabile t . La variabile t verrebbe, in altri termini, ad essere una variabile « omnibus », esprimente un'intera enciclopedia di cause e condizioni influenti sui successivi livelli che la variabile dipendente assume nel corso del tempo. Il parametro statisticamente determinato che moltiplica t esprime l'influsso medio per periodo che le suddette variabili esercitano su Y . È fuori di dubbio che lo studioso che opera in tal modo intenda operare logicamente e fattualmente una separazione di influenza tra la parte che spetta alle variabili esplicitamente menzionate nello schema, che saranno con ogni probabilità variabili endogene come: prezzi, quantità fisiche, profitti, salari, investimenti, reddito nazionale, ecc. e le altre definite nel modo sopra ricordato. Risultano però immediatamente evidenti i limiti e le deficienze logiche di un tale procedimento. Occorre al proposito distinguere due casi: a) la serie storica della variabile dipendente, pur con le sue oscillazioni più o meno spiegate dall'andamento delle variabili x_1, x_2, \dots, x_n , presenta un andamento ben definito nel tempo in modo crescente, decrescente, o « oscil-

lante »; b) la serie delle Y presenta degli andamenti non ben definiti, che le variabili esplicative assunte non bastano a spiegare. In ambedue i casi l'introduzione della variabile generica t fallisce allo scopo, seppure per motivi diversi. Nel primo caso, è molto probabile che esistano altre variabili che chiamiamo Z_1, Z_2, \dots, Z_n , le quali in effetti influiscono sulla variabile Y e che sono state tralasciate, pur presentando a loro volta un andamento ben definito nel corso del tempo. Se queste variabili, che possono essere endogene, od esogene (purchè siano naturalmente quantificabili), fossero — correttamente — introdotte, l'importanza di t espressa dal segno e dal valore del suo parametro potrebbe « sgonfiarsi » fino a diventare superflua, o trascurabile. Nel secondo caso, quando cioè su di una tendenza temporale ben definita si innestano — come detto sopra — delle oscillazioni molto ampie ed irregolari, il tasso medio di aumento, o di diminuzione, riferito all'unità di tempo prescelta non esprime con sufficiente fedeltà e precisione l'importanza da attribuire al fattore tempo e a tutto quello che esso porta seco. In presenza di valori riferiti all'unità di tempo prescelta considerati « eccezionali » perchè eccessivamente lontani da quella che è ritenuta la tendenza prevalente, non resta, se si vuole rimanere nel contesto metodologico in questione, che accettare: o una eventuale compensazione tra valori superiori ed inferiori, od eliminare i valori eccezionali perchè ritenuti aberranti ed oscuranti la relazione « normale ». In questo modo si viene a commettere un arbitrio perchè logicamente non se ne saprebbe presentare una valida giustificazione e perchè in pratica i dati da eliminare risulterebbero più numerosi del previsto. Questa affermazione nasce dall'esperienza e cioè dall'esame di centinaia di seriazioni relative a quantità economiche (6). Per questa serie di motivi il procedimento testè esaminato è da rifiutare poichè non raggiunge lo scopo che si propone in un modo logicamente corretto.

3. Un secondo procedimento statistico che si potrebbe ritenere passibile di impiego per lo scopo in questione è dato da una particolare analisi dei residui delle equazioni di regressione, uniche e facenti parte di sistemi, calcolate sulla base di serie tem-

(6) Ci riferiamo tra l'altro alla massa, veramente grande, di materiale statistico che — sotto la guida di G. Demaria — viene raccolto da più di un decennio presso l'Istituto di Economia Politica dell'Università Bocconi.

porali, o spaziali. Contrariamente al caso precedente, nella pratica applicazione di questo schema statistico si constata che: a) il numero delle variabili indipendenti è più numeroso; b) sono presenti a volte alcune variabili di tipo esogeno di natura ambientale ed istituzionale; c) che la variabile tempo è quasi sempre esclusa. L'analisi dei residui alla quale ci riferiamo non è quella solitamente attuata al fine di stabilire l'intervallo massimo e medio assoluti delle loro variazioni e che viene oggi comunemente presentata dagli studiosi a completamento delle loro indagini statistico-econometriche, bensì essa è costituita dal confronto tra i valori teorici e quelli osservati della variabile dipendente, considerati nella loro successione storica e dalla ricerca delle variabili esogene che risultino correlate con essi. Sia che le variabili considerate come indipendenti siano di natura strettamente endogena o che siano presenti anche alcune variabili esogene, ed ammesso anche che tutte quante siano state scelte in modo corretto (7), accadrà pur sempre che gli scarti tra valori calcolati ed osservati saranno superiori alla loro ampiezza media (calcolata naturalmente in valori assoluti) nei periodi in cui le variabili esogene, sono particolarmente attive. Si tratta di un dato sperimentale inconfutabile. Non ha alcuna importanza da questo punto di vista il fatto che la media dei residui sia zero, che la somma dei loro quadrati sia minima (fatti impliciti nella logica dello schema della regressione adottato), e che la loro distribuzione sia gaussiana o meno. Ciò che importa è il fatto che la relazione media calcolata per tutto il periodo considerato sia meno soddisfacente in certi periodi rispetto ad altri. È a questo punto che si può cominciare il tipo di esame sopra ricordato. Un primo passo sarà certamente quello di esaminare in dettaglio i rapporti tra le variabili esplicative nei suddetti periodi, per vedere se essi possono in qualche modo giustificare tali scostamenti (8).

(7) Intendiamo dire con ciò che nessuna delle variabili da ritenere — almeno a priori — come esplicative sia stata tralasciata, che tra le medesime non vi sia multicollinearità, ecc.

(8) Un caso tipico si ha in certi periodi quando, per cause esogene, note od ignote, tra le variabili esplicative, si presentano fenomeni di autocorrelazione normalmente assenti. Un altro caso è dato dal fatto che la regressione lineare può non spiegare i casi estremi delle relazioni tra variabili dipendenti ed indipendenti e, cioè, quando accade ai limiti delle manifestazioni quantitative dei fenomeni. Forse la relazione curvilineare soddisferebbe di più non solo la descrizione, ma anche la logica spiegazione dei fenomeni. Se però è giocoforza rinunciarvi, ecco che lo scarto tra il valore teorico e quello osservato assume un valore elevato.

È evidente che questo primo passo sarà fatto una volta che la regressione multipla sia risultata accettabile, in base ad un coefficiente di determinazione R^2 molto elevato e cioè dell'ordine di grandezza superiore almeno a 0,75-0,80. Se questo esame non fornisce alcuna utile indicazione, sarà necessario, con un secondo passo, esaminare i rapporti tra il valore del residuo per ogni periodo e le variabili esogene che si reputano operanti nel periodo stesso. L'esame concreto ci dirà a posteriori quali sono quelle da ritenere « operative » in senso proprio. A priori, il procedimento da seguire può essere duplice: a) introdurre direttamente nello schema le variabili esogene quantificabili, qualora ne fossero state tenute fuori, o mutarle, o aumentarle di numero; ripetere i calcoli e vedere se il risultato migliora riducendosi l'ampiezza degli scarti ed incrementandosi il valore di R^2 , oppure b) calcolare la regressione tra i residui e le variabili esogene quantificabili e constatarne il risultato.

Tutto questo presuppone comunemente che l' R^2 della regressione sia superiore ai livelli sopra ricordati. Siccome i casi in cui ciò si verifica sono (se si opera con dati certi) in effetti più rari di quanto si pensi, occorre pensare come comportarsi in casi in cui i valori di R^2 pur essendo « interessanti » (per esempio da 0,65 a 0,75), non consentono conclusioni definitive sulla bontà dello schema. La risposta non può che essere orientativa. Occorrerà ad ogni modo prendere in considerazione l'eventualità di abbandonarlo o di sostituirlo o di modificarlo secondo quanto detto sopra.

Considerando però il problema dal punto di vista che qui ci interessa è bene aggiungere che bassi valori di R^2 come i due ultimi riportati, pur ottenuti con le migliori relazioni che si possono concepire tra le variabili endogene (ed anche esogene) (9), stanno ad indicare che i fattori esogeni e non solo quelli casuali hanno una parte non secondaria nello spiegare l'andamento nel tempo delle variabili dipendenti. Il rigettare lo schema e cercare di sostituirlo, o migliorarlo, può significare una fatica inutile per la ragione che le variabili economiche non possono mai da sole spiegare completamente i livelli raggiunti dalle altre assunte come dipendenti. Il « residuo non spiegato » non sarà minore di

(9) Ci riferiamo a quelle variabili esogene tradizionali come per esempio il livello di precipitazione annua che viene introdotto nelle equazioni statistiche di offerta dei prodotti agricoli.

quello che è, perchè diversamente non può essere. Occorre perciò cercare anche altrove le cause dei valori delle variabili dipendenti.

Si può — d'altro canto — aggiungere che l'esperimento di tutti i tentativi possibili per spiegare le variabili dipendenti endogene in termini di variabili indipendenti pure endogene, costituisce quello che potremmo chiamare un « dovere professionale » per un economista. Questo procedimento contribuisce certamente a porre la ricerca dell'influenza delle variabili esogene su di una base più salda.

È fuori di dubbio che il procedimento qui esaminato è notevolmente migliore del precedente. L'aumento del numero delle variabili esplicative endogene consente di attribuire al fenomeno economico una più espressiva importanza. Questo aumento, in aggiunta all'introduzione esplicita di una o più variabili esogene, ci lascia un « residuo » che è più facilmente analizzabile ed interpretabile, potendo esprimere oltre che all'influenza del caso anche quella di altre variabili « nascoste », che aspettano di essere portate alla luce.

Quest'opera però è anche in parte impedita dalla logica stessa che sta dietro al procedimento della regressione. Com'è noto essa consente di determinare l'importanza media che ciascuna variabile indipendente ha nello spiegare i livelli e le variazioni di una variabile dipendente, *sulla base dei dati storici immessi nel calcolo* (10). Negli schemi statistici macroeconomici, per esempio, i dati a disposizione sono sempre molto pochi per cui i valori dei parametri danno ben poche garanzie di stabilità quando vengano ripetuti i calcoli con un maggior numero di dati resosi in seguito disponibile. In taluni casi, poi, per dare e mantenere un significato alla regressione si decide di eliminare dal computo della medesima i dati riferentisi a periodi « eccezionali », perchè — si sostiene — essi oscurerebbero la relazione « strutturale » fondamentalmente valida. Non è fuori luogo ricordare che i periodi « eccezionali » sono quelli di più intenso dinamismo, nei quali cioè le variabili esogene sono più attive ed esercitano sulle quantità del sistema economico un'influenza che non si esaurisce nel periodo stesso.

(10) Si presuppone naturalmente che i dati siano omogenei e tra loro comparabili.

Qual'è la possibile conseguenza della variazione del numero e della specie di periodi compresi nel calcolo, dal punto di vista che qui ci interessa? Di avere non solo una variazione nei parametri delle variabili endogene ed esogene assunte come indipendenti *ma anche di mutare il valore del residuo di ciascun periodo* da confrontare con le variabili esogene escluse. Si può avere in altri termini una variazione nei parametri delle variabili esplicative e perciò nella espressione della loro influenza sulla dipendente senza che ve ne sia necessità, dal momento che la responsabilità delle variazioni non è da imputare ad un mutamento nel tipo o nella intensità della loro influenza, ma all'operare di *dei ex machina* che in altri periodi sono assenti, quali le variabili esogene « esplosive » o stazionarie come le variabili ambientali. E questo perchè è certamente vero che le relazioni tra le variabili endogene del sistema economico sono meglio comprensibili e descrivibili in periodi di stasi delle variabili esogene. Resta il fatto inoppugnabile però che la scienza economica non può limitarsi ad esaminare la realtà economica solo in determinati periodi di tempo ed a stabilire le proprie uniformità solo sull'analisi dei medesimi. Il ricercatore viene a trovarsi di fronte al dilemma di un « *peccatum omissionis* » o di un « *peccatum confusionis* ». Il primo può far mettere in dubbio la sua serietà professionale, o quanto meno il suo intendimento di tenere conto di tutte le variabili in gioco, il secondo di tenerne conto in modo scorretto. In base a quanto esposto sinora, si può pertanto concludere che la particolare « analisi dei residui » sopra menzionata, pur presentando un indubbio interesse, può risentire degli eventuali arbitri commessi nel processo che ha come risultato finale la loro determinazione.

4. La conclusione di carattere operativo che si deve trarre dall'esposizione contenuta nei numeri precedenti è che: per risolvere in modo il più corretto possibile il problema enunciato alla fine del n. 1, occorre tentare anche vie diverse. Quella che noi proponiamo e sulla quale abbiamo percorso i primi passi, può essere denominata il « procedimento delle funzioni incognite del tempo ». Questo procedimento non è nuovo negli studi di economia dinamica di lingua italiana perchè fu esposto da F. Vinci circa quaranta anni or sono nei suoi scritti sulla curva logistica applicata al movimento della popolazione, nei quali venne modificata la prima impostazione, dinamica ma di tipo meccanicistico,

fornita poco prima dall'Amoroso (11). Come è ricordato anche in nota, le funzioni incognite, che in memoria di chi le ha proposte per primo indicheremo anche noi con $\varphi(t)$, rappresentano, formalmente e sostanzialmente, il risultato dell'azione delle variabili escluse dallo schema dinamico. Denominandole con la terminologia dei nostri giorni, quelle del Vinci erano appunto le variabili esogene ambientali ed in parte anche quelle « esplosive » (12). Partendo dall'impostazione metodologica del Vinci abbiamo cercato, in un nostro lavoro, di modificare lo schema di quest'ultimo mirando ad una nuova impostazione dello schema medesimo nel quale far apparire delle funzioni incognite come le $\varphi(t)$, con l'avvertenza di rendere più semplice l'ottenimento e il calcolo del loro valore (13). Per mostrare la logica (molto semplice per la verità) che sta alla base della loro costruzione e del loro impiego, riprendendo l'enunciato del problema esposto alla fine del n. 1, si può procedere nel modo seguente. Sia data la serie storica per un certo numero di periodi di alcune variabili endogene ed esogene. Il ragionamento economico e l'esperienza ci di-

(11) Cfr. F. VINCI, *La logica della curva logistica*, in « Rivista Italiana di Statistica », 1929, e, *Ancora sulla curva logistica*, *ibidem*, 1930. Mentre l'AMOROSO nel suo saggio *L'equazione differenziale del movimento della popolazione*, in « Rivista Italiana di Statistica », 1929, aveva posto il rapporto

$$\varepsilon = \frac{p'}{p} \bigg/ \frac{s'}{s} = \frac{\beta - p}{p} \cdot \lambda$$

in cui ε era chiamata elasticità demografica,

$$\frac{p'}{p} \text{ e } \frac{s'}{s}$$

erano i rapporti relativi di variazione della popolazione p e delle sussistenze s , p l'ammontare della popolazione di un dato istante e β il valore massimo di essa che poteva vivere sul territorio e λ una costante, il Vinci propose di sostituire a λ una funzione incognita del tempo $\varphi_1(t)$. Similmente, mentre l'Amoroso postulava una seconda funzione

$$\frac{d}{dt} \cdot \frac{s'}{s} = \mu p$$

con μ costante, Vinci propose di sostituire μ con un'altra funzione incognita del tempo $\mu_2(t)$. Per sostituzione ed integrazione si ottiene una logistica generalizzata. (Cfr. F. VINCI, *op. cit.*).

(12) Cfr. F. VINCI, *op. cit.*

(13) Cfr. D. CANTARELLI, *Dinamica demografica e movimento economico*, Padova, CEDAM, 1963. Sulle difficoltà e sulle necessarie approssimazioni da introdurre per il calcolo della $\varphi_1(t)$ e $\varphi_2(t)$ del Vinci si veda S. VIANELLI, *Problemi di dinamica economica*, Bologna, Cappelli, 1936, nel quale è presentata un'applicazione pratica dello schema del Vinci.

cono che tra esse, ad ogni istante, deve esistere una certa relazione; una di esse y endogena, dipende dai livelli e dai movimenti e dai rapporti delle altre, indipendenti o esplicative, endogene anch'esse come le x e esogene come le e . Se il sistema economico fosse stazionario e l'influenza delle variabili esogene fosse costante, la spiegazione dei livelli raggiunti da y , sarebbe, ad ogni tempo, espressa solo in termini delle x . Ciò però — come ben sappiamo — non accade nella pratica poichè il livello di y dipende anche dall'operare delle e . Un modo per tentare di distinguere quantitativamente l'influsso delle x da quello delle e può essere quello di ipotizzare, sempre in base al ragionamento economico ed alla esperienza, una relazione tra la y e le x , *valida e costante per ogni periodo*, di calcolare il valore per così dire *endogeno* di y , e di determinare infine, nei modi che vedremo in appresso, il valore che deve assumere la funzione $\varphi(t)$ per ricondurre il valore endogeno di y ad ogni tempo t , e che definiremo y_t , al suo valore osservato y . Come si intuisce immediatamente, la difficoltà principale non consiste certo nel determinare il valore numerico che assume $\varphi(t)$ ad ogni tempo e nelle sue possibili versioni, bensì nel postulare la relazione tra le variabili endogene. Infatti non si tratta di stimare con il metodo della regressione l'influenza media sulla y che i dati disponibili consentono di determinare per ciascuna x , bensì di porre immediatamente la relazione in modo plausibile e tale da consentire con i dati della x riferite al tempo t (14) il calcolo del valore y_t . Occorre pertanto stabilire subito quali debbono essere gli « ingredienti » che possono entrare nelle relazioni e le loro caratteristiche. In esse potranno entrare valori dimensionati e adimensionati, costanti e parametri determinati ab extra dall'economista, o da studiosi specialisti delle discipline che hanno per oggetto di studio specifico le variabili esogene, di ambedue i tipi (biologi, etnologi, demografi, geografi, chimici, fisici, giuristi, storici ecc.). Queste costanti e questi parametri esprimeranno valori estremali, o medi, che le variabili assumono date certe condizioni ed ai quali riferire questi ultimi. La caratteristica principale che la relazione deve avere è che essa deve rispettare il *principio dell'omogeneità dimensionale, indipendentemente dal modo in cui viene espressa la funzione $\varphi(t)$* . Questa

(14) Nel testo si dice « riferiti » al tempo t , perchè i valori di alcune x potrebbero essere di tempi precedenti, quando si ritenga necessario introdurre dei « ritardi » nella relazione.

ultima può essere espressa in forma moltiplicativa, o additiva. La relazione può, cioè, assumere una delle seguenti forme generali possibili:

$$y_t = f(x_{1t}, \bar{x}_{1t}, x_{2t}, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_{nt}, \bar{x}_n, X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{nt}) \varphi(t) \quad [3]$$

$$y_t = f(x_{1t}, \bar{x}_1, x_{2t}, \bar{x}_2, x_{nt}, \bar{x}_n, X_{1t}, X_{2t}, X_{nt}) \pm \varphi(t) \quad [4]$$

nelle quali: y_t rappresenta il valore osservato della variabile dipendente; x_{1t}, \dots, x_{nt} i valori delle variabili indipendenti del tempo t o dei tempi precedenti, ma riferiti a t ; $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n$, gli eventuali parametri esprimenti valori estremali, o medi, delle variabili che pertanto non mutano con il passare del tempo (come indica l'assenza del suffisso t); e $X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{nt}$ i rapporti o le combinazioni lineari tra le variabili, come:

$$\frac{\bar{x}_1}{x_{1t}}, \frac{x_{2t} - \bar{x}_2}{\bar{x}_2}, \bar{x}_2 \cdot \frac{x_{1t}}{\bar{x}_1}, \text{ ecc.}$$

In ambedue i casi, l'espressione tra parentesi del secondo membro delle due equazioni *deve avere la stessa dimensione logica di t* , (15). Se, per esempio, y_t è espresso in moneta (si tratti di un prezzo) anche l'espressione tra parentesi che indichiamo con (A) deve risultare della stessa dimensione; se y_t ha dimensione $[T^{-1}]$ (per esempio è un rapporto percentuale di variazione) deve essere anche

$$(A) \in [T^{-1}]$$

e così via.

Diversa è, invece, nei due casi la dimensione logica di $\varphi(t)$. Nell'equazione [3] essa è un numero puro, poichè è ottenuta dal rapporto tra due grandezze aventi la stessa dimensione logica e pertanto:

$$\varphi(t) \in [1].$$

Nell'equazione [4], $\varphi(t)$ ha invece la stessa dimensione logica di (A) ed, a fortiori, di y_t , essendo, in pratica, ottenuta dalla somma

(15) Sulle dimensioni logiche in economia sia consentito rinviare al saggio dello scrivente, *L'applicazione dell'analisi dimensionale alla teoria economica*. Un primo approccio, in « Annali » della Facoltà di Economia e Commercio in Verona, dell'Università di Padova, Serie I, Vol. III, 1966-1967, Verona 1967.

algebraica di y_t e (A). Le relazioni possono naturalmente essere pensate anche in modo da far comparire in esse solo dei termini adimensionali. Le espressioni dentro parentesi potranno essere composte da somme, differenze, prodotti, o rapporti tra variabili e parametri, determinati o ipotizzati *ab extra*. L'esperienza, seppure ancora modesta, acquisita dallo scrivente, consiglia di porre — se possibile — la relazione in termini adimensionali, o in termini di tempo ($[T]$, $[T^{-1}]$, ecc.). Avendo a che fare con serie storiche e con termini finiti (con i quali le derivate rispetto al tempo si potrebbero calcolare solo per approssimazione); il modo più frequente con il quale si potranno facilmente esprimere le relazioni saranno proporzioni e rapporti tra saggi percentuali di variazione. Per esempio:

$$\frac{y_t - y_{t-1}}{y_t} 100 = \bar{y}_t \frac{x_{1t} - x_{1t-1}}{x_{1t}} 100 \frac{\bar{x}_2}{x_{2t}} 100 .$$

Determinato il valore del membro di destra dell'equazione per ogni periodo, per rapporto o per differenza, si determina il valore di $\varphi(t)$, sempre per ciascun periodo. Una volta ottenuta la serie dei valori di $\varphi(t)$, si possono mettere in atto diversi procedimenti d'analisi statistica. In primo luogo si costruirà il diagramma della distribuzione di frequenza attorno al valore 1 nel caso dell'equazione [3] e 0 nel caso dell'equazione [4]. Questi due valori stanno infatti ad indicare il caso teorico dell'influenza nulla da parte delle variabili escluse dalla relazione. Una distribuzione di tipo gaussiano potrà essere un primo indice della bontà della relazione funzionale ipotizzata. Potrebbe darsi il caso che i valori di $\varphi(t)$ si concentrino attorno ad un valore modale diverso da 1 o da 0. Questo fatto può significare due cose: a) la relazione trascura sistematicamente qualche fattore, oppure esprime non correttamente il fenomeno, b) i fattori esogeni e quelli endogeni producono un attrito sistematico e pressochè costante all'azione delle variabili endogene comprese nella espressione (A). Se si ritiene, dopo un attento esame, che detto attrito sia non solo ineliminabile, ma anche giustificabile, si può fare l'esperimento di sottrarre il valore modale del residuo da ciascun della serie, per poi analizzare la nuova serie di residui così ottenuta (16). In secondo luogo, si può

(16) Un simile esperimento può farsi certamente nel caso della equazione [4].

procedere al calcolo di χ^2 . Tra ipotesi alternative, quella che fornisce dei $\varphi(t)$ che danno origine a un χ^2 minore sarà preferita alle altre, sempre che naturalmente le ipotesi poste alla base dello schema ed il ragionamento seguito rispettino la logica economica. Il test χ^2 dovrà essere applicato con molta severità prima di concludere che un'ulteriore analisi dei valori di $\varphi(t)$, e cioè la ricerca delle variabili esogene operative che influiscono nel suo andamento nel tempo, sia da ritenersi inutile e che i valori di $\varphi(t)$ diversi da 1 o da 0 siano da considerarsi puramente frutto del caso. Un ulteriore tipo di analisi consiste nell'esaminare i valori di $\varphi(t)$ nella loro successione temporale, al fine di individuare eventuali andamenti ben definiti, di costanza, di ascesa, di discesa o « ciclici ». Questa analisi integra le due precedenti e ne costituisce al tempo stesso una premessa ed un complemento. Se, per esempio, i valori di $\varphi(t)$ inferiori a 1 o a 0 nei due casi succitati si riferiscono tutti, o in gran parte (il 70% e più), alla parte iniziale del tratto temporale e quelli superiori alla parte finale della serie, la normalità della distribuzione ed anche un basso valore di χ^2 non saranno elementi sufficienti a far concludere sulla natura casuale dei valori stessi.

La presenza di una tendenza nella serie dei valori di $\varphi(t)$ e un valore di χ^2 tale da far pensare alla presenza di altri fattori che agiscono sulla variabile dipendente, induce alla ricerca dei fattori esogeni che determinano i valori di $\varphi(t)$.

Dopo aver stabilito, attraverso diverse prove e tentativi, quale sia la migliore relazione da accettare come esplicativa dei fenomeni che si stanno studiando ed avere, di conseguenza, determinato i valori di $\varphi(t)$, si presenta il successivo problema della loro spiegazione in termini esogeni. Appare, infatti, logicamente necessario dimostrare sperimentalmente che i residui non spiegati dalle variabili endogene sono da ricondurre all'operare delle variabili esogene. È a questo punto che comincia la ricerca delle variabili « operative », della stabilità e della multidirezionalità dei loro effetti. Mentre non si possono ovviamente enunciare, in un tipo di indagine siffatta, delle condizioni e delle prescrizioni logicamente necessarie e generalmente valide, sulla base dell'esperienza si possono tuttavia ricordare alcuni criteri d'indagine. Anzitutto, la ricerca delle variabili operative deve muoversi senza aprioristiche preclusioni, sia sul terreno quantitativo, che su quello qualitativo. Restando ferma, e comprensibile se non giustifi-

cata, la tendenza a fornire dei fenomeni esogeni una espressione quantitativa propria, è inutile proseguire su tale strada quando il fenomeno non sia misurabile in modo proprio, o quando un eventuale indice quantitativo che si è elaborato per esprimere in tale modo la variabile non sia in univoca corrispondenza con questa ultima (17). Se sono disponibili le espressioni quantitative delle variabili esogene, non è da escludere a priori il calcolo di regressioni multiple tra di esse, ed i valori di $\varphi(t)$. Questa ricerca delle uniformità dell'azione dell'esogeno, che troverebbe nell'eventuale calcolo delle suddette regressioni la sua espressione limite, può apparire come un autentico rovesciamento metodologico del problema, in contraddizione con la sua posizione iniziale. In effetti le cose non stanno in questi termini perchè questa ricerca nasce dal riconoscimento della effettuale sistematicità delle variabili esogene nelle spiegazioni dei fenomeni economici, che è quanto dire della loro costante presenza. Mentre le variabili esogene ambientali con la loro lenta e graduale evoluzione ci daranno conto delle tendenze di lungo momento della funzione $\varphi(t)$, le variabili esogene esplosive ci aiuteranno ad interpretarne le fluttuazioni repentine di grande ampiezza. È, d'altro lato, naturale che in un campo relativamente nuovo di ricerca come quello qui trattato, occorra anzitutto accumulare risultati concreti, per cui la parola non può essere lasciata che all'esperienza.

5. Abbandonando il terreno delle ipotesi e delle affermazioni forzosamente generiche ed ipotetiche e tornando agli aspetti più propriamente tecnici delle funzioni $\varphi(t)$, illustriamo le ulteriori caratteristiche dei due tipi mediante alcune esemplificazioni.

A) *La funzione $\varphi(t)$ è moltiplicativa.*

Il suo significato è intuitivo ed evidente. Il valore 1 indica influenza nulla delle variabili esogene escluse dallo schema, mentre un valore diverso da 1 indica che esse sono operanti. Sia lecito richiamare in questa sede un'applicazione di questo tipo di funzione in uno schema del movimento della popolazione a suo tempo elaborato (18).

(17) L'affermazione fatta nel testo si ricollega all'interessantissimo campo di ricerca della elaborazione di « indici » quantitativi espressivi dello stato e del moto delle variabili esogene.

(18) Cfr. D. CANTARELLI, *Dinamica demografica e movimento economico*, Padova, CEDAM, 1963, Cap. II.

Ponendo:

- θ = quoziente di natalità, stimato ab extra, di una popolazione vivente ad un livello di reddito di pura sussistenza;
 q_t = quoziente di mortalità (della stessa popolazione) nel tempo t ;
 s = reddito pro-capite di sussistenza stimato ab extra;
 v_{t-1} = standard di vita pro-capite desiderato dalla popolazione al tempo $t - 1$, determinato con apposita formula;
 $\varphi(t)$ = funzione incognita del tempo,

si è proposta la relazione:

$$\frac{\theta - q_t}{\theta} = \frac{v_{t-1} - s}{v_{t-1}} \varphi(t)$$

la quale consente di ottenere per rapporto il valore di $\varphi(t)$ da introdurre nella legge del movimento della popolazione. Il calcolo di $\varphi(t)$ sulla base di serie secolari relative ad alcuni paesi ha mostrato la decrescenza secolare di $\varphi(t)$ con punte verso l'alto e verso il basso, innestate su detta tendenza. Il significato del valore di $\varphi(t)$ è ovvio. In presenza di un tenore di vita desiderato basso, un basso valore di $\varphi(t)$ sta ad indicare che i fattori extra economici che fanno abbassare la mortalità sono efficienti; un alto valore di $\varphi(t)$, sempre con v_{t-1} , basso indica il contrario. In presenza di v_{t-1} alto, un basso valore di $\varphi(t)$ ha il medesimo significato di prima; un alto valore indica che i fattori extraeconomici che riducono la mortalità (progresso medico, organizzazione sociale, ecc.) sono annullate da forze di effetto opposto quali le guerre, le carestie, le epidemie, le catastrofi naturali, ecc.

La funzione $\varphi(t)$ moltiplicativa presenta però due difetti fondamentali, che ne limitano le possibilità di applicazione e che superano il vantaggio della sua semplicità.

In primo luogo, è molto improbabile che la distribuzione di frequenza dei suoi valori sia *simmetrica* attorno al valore 1. A ciò aggiungasi che il suo significato è, per così dire, *asimmetrico* rispetto al valore 1, nel senso che: mentre, per esempio, un valore di $\varphi(t)$ pari a 2 o 3 può essere ancora accettabile e non far mettere in discussione la bontà dello schema proposto, un valore di $\varphi(t)$ pari a 0,10, più vicino al valore 1 dei due precedenti, ci dice — qualora esso si presentasse frequentemente — che lo schema è inaccettabile.

Ma la limitazione più grave è collegata al problema del segno che $\varphi(t)$ può assumere (19). Se, per esempio, si postula una relazione:

$$y_t = x_t \varphi(t),$$

nella quale y_t deve avere, in base alla logica economica, lo stesso segno di x_t , se ciò in pratica non avviene, nel calcolo numerico $\varphi(t)$ assumerà valore negativo, sia che si abbia in pratica $y_t < 0$, oppure $x_t < 0$. Occorrerebbe introdurre la convenzione che $\varphi(t) < 0$ debba avere un significato diverso a seconda che sia y_t o x_t ad essere maggiore o minore di 0 e di segno contrario all'altro membro. Ci si rende immediatamente conto a quali difficoltà di espressione si andrebbe contro. Per di più si verrebbero a creare ulteriori difficoltà nell'eventuale calcolo di regressione tra $\varphi(t)$ e le espressioni quantitative delle variabili escluse dallo schema.

B) *La funzione $\varphi(t)$ è additiva.*

I limiti e le difficoltà sopra prospettate non si hanno in presenza di una $\varphi(t)$ additiva. Essa può assumere in pratica valori maggiori o minori di 0 che hanno un significato logico e sostanziale inequivoco. Nulla a priori si oppone all'ottenimento di una distribuzione di frequenza normale attorno allo 0, e, d'altro canto, la presenza di un valore modale diverso da 0 con distribuzione normale attorno ad esso fa pensare — come ricordato nel numero precedente — ad attriti sistematici dei quali si possono studiare le cause. Per questi motivi e sulla base della esperienza sin qui acquisita, l'impiego della funzione $\varphi(t)$ di tipo additivo appare applicabile in un maggior numero di casi.

6. La possibilità di impiego delle funzioni incognite può essere valutata con l'ausilio di un'applicazione pratica. Essa riguarda l'analisi dei rapporti tra saggio salariale, produttività, disoccupazione ed altre variabili nel Regno Unito durante il periodo 1870-1950. L'esperimento risulta pertanto eseguito con dati statistici che hanno servito in parte alla determinazione della « curva di Phillips » ed in parte alla sua critica (20).

(19) Nello schema ricordato sopra il problema del segno non si pone in quanto essendo sempre $\theta > q_t$ e $v_{t-1} > s$, le due espressioni presentano sempre segno positivo, per cui $\varphi(t)$ è di conseguenza sempre > 0 .

(20) Cfr. A. W. PHILLIPS, *The relation between unemployment and the rate*

All'uopo ipotizziamo la seguente relazione

$$\dot{w}_t = \dot{\pi}_{t-0} \times \bar{u}_t \pm {}_1\varphi_t, \quad [5]$$

nella quale:

$$\dot{w}_t = \frac{d w_t}{w_t} \times 100,$$

ossia saggio percentuale di variazione del salario unitario orario al tempo t ,

$$\dot{\pi}_{t-0} = \frac{d \pi_{t-0}}{\pi_{t-0}} \times 100,$$

ossia saggio percentuale di variazione del prodotto orario reale per lavoratore al tempo $t - \theta$,

$$\bar{u}_t = \frac{u_{t-\theta}}{u_t}$$

con u_t e $u_{t-\theta}$ rispettivamente uguali alla percentuale di disoccupazione esistente al tempo t e $t - \theta$,

$${}_1\varphi_t = {}_s\dot{w}_t - {}_{t-0}\dot{w}_t,$$

ossia alla somma algebrica tra il valore osservato ${}_s\dot{w}_t$ e il valore « teorico » ${}_{t-0}\dot{w}_t = \dot{\pi}_{t-0} \times \bar{u}_t$.

La serie dei valori di ${}_1\varphi_t$ per un certo periodo costituisce pertanto la funzione incognita del tempo.

Risulta immediatamente che i membri della equazione [5] hanno la stessa dimensione logica [T^{-1}].

Il ragionamento che sta dietro alla equazione [5] è molto semplice.

Nella [5] si ammette che l'equilibrio endogeno al tempo t sia espresso dall'eguaglianza tra il saggio percentuale del salario da

of change of money wage rates in the United Kingdom, 1861-1957, in « *Economica* », nov. 1958, p. 283. Tra i numerosissimi lavori di commento e di critica al contributo di Phillips, ricordiamo in questa sede solo quelli che hanno servito come fonte di dati impiegati: R. G. LIPSEY, *The relation between unemployment and the rate of money wage rates in the United Kingdom, 1862-1957: a further analysis*, in « *Economica* », febr. 1960; A. G. HINES, *Trade unions and wage inflation in the United Kingdom, 1893-1961*, in « *The Review of Economic Studies* », ott. 1964.

un lato, e il saggio percentuale del prodotto occorsa nel tempo precedente $t - \theta$, « corretta » dal rapporto tra le due percentuali di disoccupazione esistenti nei due suddetti tempi, dall'altro. Si suppone cioè che — a livello macroeconomico — le variabili influenti sulle variazioni dei salari siano le condizioni di produttività esistenti e la situazione del mercato del lavoro. Il fattore di correzione \bar{u}_t funziona in modo che se la disoccupazione percentuale diminuisce passando dal tempo $t - \theta$ al tempo t (per cui $\bar{u}_t > 1$) ciò consenta, sempre dal punto di vista economico, un aumento percentuale dei salari maggiore di quella della produttività. Viceversa dicasi nel caso opposto.

Altrettanto chiaro appare il significato « residuale » di ${}_1\varphi_t$. Essa assume il valore 0 nel caso che la relazione endogena supposta « funzioni » perfettamente. In caso diverso assume valori positivi o negativi a seconda dei casi. Si avrà cioè:

$${}_1\varphi_t > 0 \text{ quando } \begin{cases} {}_0\dot{w}_t > 0 \text{ e } {}_{t-1}\dot{w}_t > 0 \text{ ma } {}_0\dot{w}_t > {}_{t-1}\dot{w}_t, \\ {}_0\dot{w}_t > 0 \text{ e } {}_{t-1}\dot{w}_t < 0 \\ {}_0\dot{w}_t < 0 \text{ e } {}_{t-1}\dot{w}_t < 0 \text{ ma } |{}_0\dot{w}_t| < |{}_{t-1}\dot{w}_t| \end{cases}$$

$${}_1\varphi_t < 0 \text{ quando } \begin{cases} {}_0\dot{w}_t > 0 \text{ e } {}_{t-1}\dot{w}_t > 0 \text{ ma } {}_0\dot{w}_t < {}_{t-1}\dot{w}_t, \\ {}_0\dot{w}_t < 0 \text{ e } {}_{t-1}\dot{w}_t > 0 \\ {}_0\dot{w}_t < 0 \text{ e } {}_{t-1}\dot{w}_t < 0 \text{ ma } |{}_0\dot{w}_t| > |{}_{t-1}\dot{w}_t| \end{cases}$$

Il fatto che, per esempio ${}_1\varphi_t$ presenti in un determinato istante un valore positivo, sta a significare che le variabili endogene non esplicitamente considerate nello schema o quelle esogene, riescono a portare il salario a livelli superiori a quelli determinabili in base alla [5]. Viceversa dicasi nel caso opposto.

La scelta delle variazioni del prodotto reale come variabile endogena esplicativa, corretta dal livello di disoccupazione, delle variazioni del salario è dovuta a due motivi principali. Anzitutto allo scopo di sperimentare se, con un impiego differente rispetto alla sua pura e semplice introduzione nelle equazioni di regressione, essa possa aumentare la propria capacità esplicativa, che in queste ultime non è risultata molto elevata. Un secondo motivo collegato al primo è di completarne il suo impiego, che nelle indagini econometriche relative al Regno Unito, è stato pressochè nullo (21). Si potrebbe anche fare osservare da un punto di vista

(21) L'impiego della variabile produttività nei modelli econometrici per

più generale che questo indice reale, può essere assunto, almeno in prima approssimazione, come variabile indipendente. Esso è infatti collegato sia a fenomeni e variabili interne di fabbrica, sia a fenomeni e variabili di natura largamente esogena, come i progressi della tecnica applicati alla produzione di beni e servizi.

Nell'esperimento il ritardo θ è stato posto uguale ad *un anno*. I risultati delle prove preliminari eseguite anche con $\dot{\pi}_{t-1/2}$ hanno in effetti confermato la bontà della scelta di $\dot{\pi}_{t-1}$, poichè i risultati ottenuti con $\dot{\pi}_{t-1/2}$ sono apparsi meno significativi. Questi dati di fatto rendono superflue le considerazioni di carattere teorico e pratico sulla durata dei ritardi nella « prise de conscience » dei fenomeni economici ed extraeconomici, e sugli attriti e vischiosità naturali o impreviste che condizionano, anche nei sistemi più fluidi ed evoluti, il funzionamento del processo economico.

1. Nella Tabella 1 sono riportati i valori osservati (${}_o w_t$) e « teorici » (${}_t w_t$) di \dot{w}_t e i loro residui costituenti la funzione incognita ${}_1 \varphi_t$. I valori di quest'ultima, ossia le deviazioni dal valore teorico della medesima, rappresentano pertanto quanto resta da spiegare dell'intensità di w_t e che deve essere imputato all'operare di altre variabili endogene trascurate, esogene o di ambedue le specie.

L'esame dei valori e dell'andamento temporale della funzione consente alcune considerazioni di un certo interesse. In primo luogo si può studiare la distribuzione attorno allo zero teorico dei valori di ${}_1 \varphi_t$, indipendentemente dalla loro collocazione temporale. La distribuzione di frequenza, riportata nella Tabella 2 si mostra abbastanza normale, con un'accentuata concentrazione attorno allo zero. Più in particolare si nota che:

a) i valori superiori allo zero (casi cioè nei quali il valore osservato di ${}_o \dot{w}_t$ è maggiore di $\dot{\pi}_{t-1} \times \bar{u}_t$ con ${}_o \dot{w}_t > 0$, oppure con ${}_o \dot{w}_t < 0$, $|\dot{\pi}_{t-1} \times \bar{u}_t| < {}_o \dot{w}_t$), sono in numero press'a poco uguale ai valori di ${}_1 \varphi_t < 0$ (nei casi cioè nei quali — *mutatis mutandis* — avviene il contrario); 53,16% contro il 46,84% rispettivamente;

b) i valori attorno allo zero, nell'intervallo tra ± 1 (valori estremi esclusi) rappresentano il 26,58% del totale, che diventa il 40,50% se si allarga l'intervallo a ± 2 (valori estremi esclusi);

spiegare l'andamento dei salari monetari nel Regno Unito risulta effettuato solo da Hines (cfr. *op. cit.*, alla nota 20).

TAB. 1 - Valori della funzione φ (Regno Unito 1872-1950).

Anni	$\dot{\omega}_t$	${}_{10}\dot{\omega}_t$	${}_1\varphi_t$
1871	7,9881		
1872	7,2972	- 3,6822	10,9794
1873	3,8265	- 0,7734	4,5999
1874	0,7500	3,8778	- 3,1278
1875	- 0,7537	2,3260	- 3,0797
1876	- 1,5228	0,8714	- 2,3942
1877	- 2,3316	1,6467	- 3,9783
1878	- 1,8617	0,6813	- 2,5430
1879	- 0,0537	- 0,3756	0,3219
1880	0,0000	- 6,3270	6,3270
1881	0,2688	2,2788	- 2,0100
1882	0,5347	7,4331	- 6,8984
1883	0,0000	2,0985	- 2,0985
1884	- 0,5347	0,3305	- 0,8652
1885	- 0,2688	1,1437	- 1,4125
1886	- 4,4890	- 2,2445	- 2,2445
1887	- 0,8064	1,5439	- 2,3503
1888	2,6455	3,2270	- 0,5815
1889	2,8061	5,6387	- 2,8226
1890	1,0000	1,1968	- 0,1968
1891	- 0,2500	0,4195	- 0,6695
1892	- 0,5025	0,3685	- 0,8710
1893	- 0,5050	- 1,0792	0,5742
1894	- 0,2538	3,2495	- 3,5033
1895	0,5076	7,5949	- 7,0873
1896	1,2562	1,3040	- 0,0478
1897	1,7326	0,3631	1,3695
1898	2,4271	- 0,1408	2,5679
1899	2,1226	- 0,7195	2,8421
1900	0,4651	- 0,4071	0,8722
1901	- 0,4672	- 0,9233	0,4561
1902	- 0,7042	0,9944	- 1,6986
1903	- 0,7109	- 0,6207	- 0,0902
1904	0,2380	- 0,6921	0,9301
1905	0,9433	1,2220	- 0,2787
1906	0,4672	1,7603	- 1,2931
1907	1,5625	0,8989	0,6636
1908	1,0638	- 0,6110	1,6748
1909	0,2336	- 1,7485	1,9821
1910	1,1627	1,0741	0,0886
1911	2,5114	1,0372	1,4742
1912	2,4336	1,5655	0,8681
1913		0,3662	
1914	4,8387	- 1,4962	6,3349
1915	10,3004	- 7,1787	17,4791

Segue: TAB. 1 - Valori della funzione φ (Regno Unito 1872-1950).

Anni	\dot{w}_t	${}_t\dot{w}_t$	φ_t
1916	17,9245	- 8,5712	26,4957
1917	21,7987	- 0,2298	22,0285
1918	20,0558	1,6033	18,4525
1919	21,3426	3,1435	18,1991
1920	2,7375	6,1538	- 3,4163
1921	- 17,7300	0,1142	- 17,6158
1922	- 11,6161	4,5868	- 16,2029
1923	1,0204	2,1569	- 1,1365
1924	1,9801	0,5044	1,4757
1925	- 0,4901	2,7101	- 3,2002
1926	- 1,5000	0,1775	- 1,6775
1927	- 1,0101	2,0721	- 3,0822
1928	- 0,5102	2,3102	- 2,8204
1929	- 0,5102	- 0,7057	0,1955
1930	- 1,5463	1,6272	3,1735
1931	- 2,1052	0,2973	- 2,3845
1932	- 1,0752	- 3,7069	2,6317
1933	- 1,6129	- 1,6624	0,0495
1934	- 0,8333	2,3595	- 3,1928
1935	2,1857	5,0664	2,8807
1936	3,7234	3,7375	- 0,0141
1937	2,7918	2,2904	0,5014
1938	4,0137	1,4946	2,5191
1939	7,8834	0,5895	7,2939
1940	8,7436	- 0,7399	9,4825
1941	7,2786	- 7,2786	14,4344
1942	6,8877	- 3,3112	10,1989
1943	5,1386	0,2772	4,8614
1944	5,1459	3,2258	1,9201
1954	8,9705	1,3431	7,6274
1946	5,0561	- 1,6298	6,6859
1947	4,8537	- 10,2401	15,0938
1948	5,9870	2,5833	3,4037
1949	3,2110	3,2899	2,9671
1950	6,3474	1,8018	4,5455

Fonti: Salari per il calcolo di \dot{w}_t : 1872-1912: E. H. PHELPS BROWN and S. V. HOPKINS, *The course of wages in five countries*, in «Oxford Economic Papers», 1952, giugno.

1912-1920: Dati del BOWLEY elaborati da G. ROUTH, *Occupation and pay in Great Britain*, Cambridge, At the University Press, 1965.

1921-1938: A. G. HINES, *Trade Unions and wage inflation in U.K.*, 1893-1961, in «Review of Economic Studies», 1964 ottobre.

1939-1948: Come 1912-1920.

Prodotto orario e disoccupazione per il calcolo di ${}_t\dot{w}_t$; Prodotto orario: C. CLARK, *The conditions of economic progress*, London, MacMillan, 1957; Percentuale di disoccupazione: R. G. LIPSEY, *op. cit.* alla nota 20.

c) mentre le frequenze dei valori maggiori di -4 cadono bruscamente, quelle dei valori maggiori di zero cadono molto meno rapidamente e aumentano notevolmente per i valori superiori a $+10\%$.

TAB. 2 - Distribuzione di frequenza dei valori della funzione ${}_1\varphi_t$.

${}_1\varphi_t$		
Intervalli	Numero	%
- 10 e più	2	2,53
- 9,9 - 9		
- 8,9 - 8		
- 7,9 - 7	1	1,27
- 6,9 - 6	1	1,27
- 5,9 - 5		
- 4,9 - 4		
- 3,9 - 3	9	11,39
- 2,9 - 2	9	11,39
- 1,9 - 1	5	6,33
- 0,9 0	10	12,66
		} 18,99
0 + 0,9	11	13,92
+ 1 + 1,9	6	7,59
+ 2 + 2,9	6	7,59
+ 3 + 3,9	1	1,27
+ 4 + 4,9	3	3,80
+ 5 + 5,9		
+ 6 + 6,9	3	3,80
+ 7 + 7,9	2	2,53
+ 8 + 8,9		
+ 9 + 9,9	1	1,27
+ 10 e più	9	11,39
		} 21,51
Totali	79	100,00

I valori di ${}_1\varphi_t$ e la loro distribuzione stanno ad indicare che si è sulla buona strada. Le due variabili assunte come indipendenti hanno la capacità di spiegare una buona parte dei movimenti della variabile dipendente \dot{w}_t , anche se questa conclusione pare « disturbata » dalla presenza di una quindicina di casi in cui ${}_1\varphi_t$ assume un valore superiore al 6%. Bisogna però in proposito ricordare che mentre i valori di \bar{u}_t e $\bar{\pi}_{t-1}$ sono ottenuti da serie totalmente omogenee, preparate cioè ciascuna o da un medesimo autore o con criteri uniformi, questo non è il caso dei valori di \dot{w}_t . Dal 1914 in poi infatti hanno dovuto giocoforza essere otte-

nuti da una serie diversa da quelli del periodo 1872-1913, com'è indicato dalle fonti dei dati riportate al piede della Tabella 1. L'esame di quest'ultima mostra chiaramente come i maggiori valori di w_t si abbiano proprio in questo periodo.

È pur vero che dal 1914 in poi hanno avuto luogo grandiosi fenomeni « entelechiani » come le due Guerre Mondiali, nelle quali i prezzi hanno subito aumenti vertiginosi (ed anche il salario è un prezzo). Resta però sempre il dubbio che con una serie più omogenea si sarebbero avuti valori di ${}_1\varphi_t$ inferiori a quelli ottenuti. La distribuzione dei valori di ${}_1\varphi_t$ — da questi valori almeno — a nostro avviso, esclude in questo caso la possibilità di aggiungere un parametro di posizione — determinato ab extra o proprio nella scorta della distribuzione — nel secondo membro dell'equazione [5]. Esso starebbe ad indicare un livello, imputabile a fattori economici, istituzionali, tecnici, ecc., a partire dal quale la relazione « funziona » e fornisce valori di ${}_1\varphi_t$ minori in valore assoluto e più concentrati attorno allo zero.

7. In conformità al « ribaltamento metodologico » effettuato bisogna ora provare a spiegare l'andamento della funzione ${}_1\varphi_t$ mediante altre variabili endogene ed esogene, servendoci del tradizionale strumento della regressione statistica.

Le variabili con le quali si è provato a spiegare l'andamento della funzione ${}_1\varphi_t$ sono state il movimento dei prezzi al minuto (o costo della vita) ed alcune manifestazioni quantitative del propagatore sindacale. La scelta è in armonia oltre che con le analisi econometriche ricordate in nota, anche con la logica del sistema adottato. Supponendo infatti che il modo con il quale si è tenuto conto della disoccupazione e della produttività possa esprimere la relazione funzionale endogena, non resta che chiamare in causa dei fattori esogeni o quanto meno ritenuti tali.

L'indice dei prezzi al minuto è una variabile endogena del sistema economico, che però è largamente condizionata dai fenomeni esogeni. Le sue fluttuazioni più ampie sono proprio dovute all'operare di questi ultimi; può pertanto essere assunta come « indice » dell'operare di questi ultimi, come « proxy variable », pur mantenendo la sua caratteristica originaria.

Il propagatore sindacale dal canto suo influisce o cerca d'influire sulla fissazione del salario. Il sindacato operaio può agire sulla base autonoma di propri ideali non solo economici ma anche

politici, oppure può regolare la propria azione in conformità alle particolari vicende del sistema economico, o, ancora, operare contemporaneamente sui due fronti, con una strategia politico-sociale di lungo andare e una tattica più economicistica di breve momento. Idee e strategia non possono sempre tradursi in numeri, ma è giocoforza provare, prima di chiudersi in affermazioni che potrebbero sembrare apodittiche e pertanto poco euristiche.

Le variabili impiegate, tutte riferite ad intervalli annuali, sono state:

V_t = indice dei prezzi al dettaglio dei beni e dei servizi

$\Delta V_t = \frac{V_{t+1} - V_{t-1}}{2} =$ variazione assoluta

$\dot{V}_t = \frac{V_{t+1} - V_{t-1}}{2 V_t} \cdot 100 =$ variazione percentuale

T_t = percentuale di lavoratori iscritte alle « Trade Unions »

$\Delta T_t = T_t - T_{t-1} =$ variazione assoluta

S_t = numeri di giorni di sciopero (in 000)

$\Delta S_t = S_t - S_{t-1} =$ variazione assoluta

$\dot{S}_{t-1/2} = \frac{S_t - S_{t-1}}{S_t} \cdot 100 =$ variazione percentuale

D_t = numero delle dispute iniziate nell'anno

$\Delta D_t = D_t - D_{t-1} =$ variazione assoluta

$\dot{D}_{t-1/2} = \frac{D_t - D_{t-1}}{D_t} \cdot 100 =$ variazione percentuale

Mentre per ciò che concerne V_t e i suoi derivati non vi è nulla di particolare da far notare, nei riguardi delle espressioni quantitative del propagatore sindacale, è opportuno ricordare che non ci si è voluti fermare alla considerazione del solo fenomeno dell'unificazione in sé, ma si è voluto sperimentare anche l'introduzione dei giorni di sciopero e delle vertenze al fine di verificare, oltre che l'eventuale influenza su φ_t , anche i loro rapporti reciproci (22).

(22) Cfr. HINES, *op. cit.*

L'ineguale lunghezza delle serie temporali disponibili — come risulta dalla Tabella 3 (23) — ha imposto di calcolare due gruppi distinti di regressioni, che per comodità denomineremo Problema A e Problema B, secondo il programma seguente:

Problema	Variabili incluse nel calcolo	Anni compresi nel calcolo
A	${}_1\varphi_t, V_t, \Delta V_t, \dot{V}_t$	1872-1912, 1914-1949
B	tutte	1893-1912, 1920-1938, 1949

Dal momento che il calcolatore impiegato ha usato un programma che fornisce *contemporaneamente* le matrici dei coefficienti di correlazione semplice tra le variabili indipendenti assunte alternativamente o congiuntamente come esplicative di ${}_1\varphi_t$ e i parametri delle regressioni e non avendo a priori delle idee precise sulla collinearità esistente tra dette variabili, è stato necessario ipotizzare a priori un numero elevato di relazioni funzionali, tra le quali poi operare la scelta.

Tab. 3 - Funzione ${}_1\varphi_t$: variabili esplicative riportate.

Anni	V_t	$\frac{\Delta V_t = V_{t+1} - V_{t-1}}{2}$	\dot{V}_t	T_t	$\Delta T_t = T_t - T_{t-1}$	S (000)	D
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1870	108,9						
1871	111,9	4,95	4,4235				
1872	118,8	4,45	3,7457				
1873	120,8	- 2,45	- 2,0281				
1874	113,9	- 5,45	- 4,7848				
1875	109,9	- 2,50	- 2,2747				
1876	108,9	- 0,50	- 0,4591				
1877	108,9	- 2,95	- 2,7089				
1878	103,0	- 4,45	- 4,3203				
1879	100,0	- 0,50	- 0,5000				
1880	104,0	1,00	0,9615				

(23) Per ragioni di spazio nella Tabella 3 non sono stati riportati gli andamenti di tutte le variabili ma solo quelli delle più importanti dal punto di vista esplicativo o necessarie al calcolo di altre da esse derivate.

Segue: TAB. 3 - Funzione φ_t : variabili esplicative riportate.

AnnI	V_t	$\frac{\Delta V_t = V_{t+1} - V_{t-1}}{2}$	\dot{V}_t	T_t	$\frac{\Delta T_t = T_t - T_{t-1}}$	S (000)	D
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1881	102,0	- 1,50	- 1,4705				
1882	101,0	- 0,50	- 0,4950				
1883	101,0	- 2,50	- 2,4752				
1884	96,0	- 5,45	- 5,6770				
1885	90,1	- 3,95	- 4,3840				
1886	88,1	- 1,50	- 1,7026				
1887	87,1	- 0,50	- 0,5740				
1888	87,1	0,50	0,5740				517
1889	88,1	0,50	0,5675				1.211
1890	88,1	0,00	0,0000				1.040
1891	88,1	0,50	0,5675			6.809	906
1892	89,1	0,50	0,0000	9,91		17.382	700
1893	88,1	- 2,50	- 2,8376	10,49	0,58	30.468	615
1894	84,1	- 2,95	- 3,5077	10,17	- 0,32	9.529	929
1895	82,2	- 0,95	- 1,1557	9,88	- 0,29	5.725	745
1896	82,2	0,95	1,1557	10,44	0,56	3.746	926
1897	84,1	2,45	2,9131	11,11	0,67	10.346	864
1898	87,1	0,50	0,5740	11,12	0,01	15.289	711
1899	85,1	1,50	1,7626	11,99	0,87	2.516	719
1900	90,1	2,00	2,2197	12,54	0,55	3.153	648
1901	89,1	- 0,50	- 0,5611	12,42	- 0,12	4.142	642
1902	89,1	- 0,50	- 0,5611	12,24	- 0,18	3.479	442
1903	90,1	1,00	1,0198	12,03	- 0,21	2.339	387
1904	91,1	0,50	0,5488	11,76	- 0,27	1.484	355
1905	91,1	0,50	0,5488	11,84	0,08	2.470	358
1906	92,1	1,50	1,6286	13,00	1,16	3.029	486
1907	94,1	0,00	0,0000	14,66	1,66	2.162	601
1908	92,1	- 0,50	- 0,5428	14,37	- 0,29	10.834	399
1909	93,1	1,45	1,5574	14,21	- 0,16	2.774	436
1910	95,0	1,45	1,5263	14,60	0,39	9.895	531
1911	96,0	2,00	2,0833	17,72	3,12	10.320	903
1912	99,0	2,50	2,5252	19,11	1,39	40.915	857
1913	101,0	0,00	0,0000			11.631	431
1914	99,0	10,40	10,5050			9.880	972
1915	121,8	23,25	19,0886			2.950	672
1916	145,5	26,70	18,3505			2.450	532
1917	175,2	27,75	15,8390			5.650	730
1918	201,0	19,35	9,6268			5.880	1.165
1919	213,9	22,25	10,4020			34.970	1.352
1920	245,5	4,45	1,1826	43,50		26.570	1.607

Segue: TAB. 3 - Funzione φ_t : variabili esplicative riportate.

Anni	V_t	$\frac{\Delta V_t = V_{t+1} - V_{t-1}}{2}$	\dot{V}_t	T_t	$\frac{\Delta T_t = T_t - T_{t-1}}$	S (000)	D
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1921	222,8	- 32,15	- 14,4299	34,27	- 9,23	85.870	763
1922	181,2	- 25,25	- 13,9348	28,81	- 5,46	19.850	576
1923	172,3	- 4,00	- 2,3215	27,47	- 1,34	10.670	628
1924	173,2	0,45	0,2598	27,91	0,44	8.420	710
1925	173,2	- 1,45	- 0,8371	27,48	- 0,43	7.950	603
1926	170,3	- 3,95	- 2,3194	25,83	- 1,65	162.230	323
1927	165,3	- 3,00	- 1,8148	24,14	- 1,69	1.170	308
1928	164,3	- 1,50	- 0,9129	23,39	- 0,75	1.390	302
1929	162,3	- 4,45	- 2,7418	23,45	0,06	8.290	431
1930	155,4	- 8,40	- 5,4054	23,18	- 0,27	4.400	422
1931	145,5	- 6,95	- 4,7766	21,96	- 1,22	6.980	420
1932	141,5	- 3,45	- 2,4381	21,03	- 0,93	6.490	389
1933	138,6	- 0,95	- 0,6854	20,71	- 0,32	1.070	357
1934	139,6	1,45	1,0386	21,56	0,85	960	471
1935	141,5	2,95	2,0848	22,78	1,22	1.960	553
1936	145,5	5,45	3,7457	24,60	1,91	1.830	818
1937	152,4	4,45	2,9199	27,15	2,46	3.410	1.129
1938	154,4	2,55	1,6515	28,02	0,87	1.330	875
1939	157,5	14,65	9,3015			1.360	940
1940	183,7	21,60	11,7583			940	922
1941	200,7	15,40	7,6731			1.080	1.251
1942	214,5	10,00	4,6620			1.527	1.303
1943	220,7	5,40	2,4467			1.808	1.785
1944	225,3	3,85	1,7088			3.714	2.194
1945	228,4	3,90	1,7075			2.835	2.293
1946	233,1	10,05	4,3114			2.158	2.205
1947	248,5	18,55	7,4647			2.433	1.721
1948	270,2	14,75	5,4580	40,72		1.944	1.759
1949	278,0	7,75	2,7877	39,77	- 0,95	1.807	1.426
1950	285,7			39,87	0,10	1.389	1.339

Fonti e Simboli: Col. (1)-(3), V_t : Numero indice del costo della vita tratto da J. JEFFERYS e D. WALTERS, *National income and expenditure of the United Kingdom 1870-1952*, London, National Institute of the Economic and Social Research, s.d.

Col. (4) e (5), T_t : Percentuale dei lavoratori iscritti alle Trade Unions, tratta da HINES, *op. cit.*

Col. (6), S : Numero giornate lavorative perdute per scioperi, tratto da B. R. MITCHELL, *Abstract of British Historical Statistics*, Cambridge, At the University Press, 1962, pagg. 71 e 72 per gli anni 1888-1913, e da H. PELLING, *History of British Trade Unionism*, London, MacMillan, 1963, per gli anni successivi.

Col. (7), D : Numero dei conflitti di lavoro iniziati nell'anno, tratti dalle stesse fonti e per gli stessi anni dei valori di S .

Le matrici dei coefficienti di correlazione sono riportate nelle Tabelle 4 e 5. I valori di r contenuti nella prima riga indicano la capacità di ciascuna variabile di spiegare gli andamenti della funzione ${}_1\varphi_t$. I valori di r tra le variabili esplicative ci dicono invece quali tra di esse, per il fatto di essere altamente correlate, non possono essere assunte congiuntamente come esplicative dei valori di ${}_1\varphi_t$. I medesimi r ci dicono inoltre quali siano i rapporti esistenti tra le grandezze delle variabili assunte come espresive dell'operare del « propagatore » sindacale.

TAB. 4 - Problema A - Matrice degli r fra le variabili incluse.

Variabili	${}_1\varphi_t$	V_t	ΔV_t	\dot{V}_t
${}_1\varphi_t$	1,000	0,288	0,912	0,888
V_t		1,000	0,235	0,183
ΔV_t			1,000	0,968
\dot{V}_t				1,000

Consideriamo anzitutto le variabili esplicative prese singolarmente rispetto alla loro capacità esplicativa di ${}_1\varphi_t$. In testa alla graduatoria si trovano ΔV_t , \dot{V}_t e ΔT_t , con degli R superiori a 0,800; seguono V_t , T_t e ΔD_t , con valori di R compresi tra 0,400 e 0,500 circa; S_t e $\dot{D}_{t-1/2}$ con valori di R poco superiori a 0,300 e infine ΔS_t e $\dot{S}_{t-1/2}$ con valori trascurabili.

Dall'esame delle correlazioni esistenti tra versioni diverse di una stessa variabile e tra versioni diverse di differenti variabili risulta che:

V_t non risulta sensibilmente correlato con ΔV_t e \dot{V}_t nel problema A, ch  comprende il maggior numero di anni, ma l' R , cambia segno e si porta a livelli di oltre - 0,500 nel problema B;

T_t e ΔT_t presentano una correlazione che, pur non essendo altissima,   per  gi  tale da sconsigliare l'impiego congiunto;

S_t   altamente correlato con ΔS_t e $\dot{S}_{t-1/2}$. Dal momento che queste ultime due variabili presentano un potere esplicativo nullo nei confronti di ${}_1\varphi_t$, S_t   l'unica delle tre che pu  essere

mantenuta, pur presentando un r modesto relativamente a ${}_1\varphi_t$; delle tre variabili D_t , ΔD_t e $\dot{D}_{t-1/2}$, tenendo presente che solo ΔD_t ha un r abbastanza elevato, si nota che esso è altamente correlato con $D_{t-1/2}$, mentre altrettanto non può dirsi nei confronti di D_t .

Le correlazioni del secondo tipo più importanti esistono:

tra V_t e T_t e V_t e ΔT_t , ($0,800 < R < 0,970$);

tra ΔV_t e ΔT_t ($R > 0,900$),

tra \dot{V}_t e ΔT_t ($R \simeq 0,900$).

Seguono, con degli r minori ma pur sempre elevati, quelle: tra ΔV_t e ΔD_t , tra \dot{V}_t e ΔD_t e ΔT_t e ΔT_t e ΔD_t . Con valori di $r < 0,500$ si presentano invece le correlazioni tra ΔV_t e T_t , tra \dot{V}_t e T_t e tra T_t e ΔT_t .

L'esistenza di tutte queste correlazioni riduce drasticamente il numero delle regressioni significative tra tutte quelle sperimentate.

Guardando poi le relazioni tra le grandezze delle variabili assunte come espressive del propagatore sindacale si può far notare che T_t , ossia la percentuale di lavoratori unionizzati, non esprime di per sè l'intensità delle lotte sindacali, misurate dal numero delle giornate di sciopero e dal numero delle dispute. Più significativa a questo proposito appare invece la *variazione* della suddetta percentuale, ossia ΔT_t . Nel complesso gli R tra ΔT_t e le altre variabili sindacali sono tutti maggiori di quelli di T_t . Particolarmente significativi sono due fatti: ΔT_t è correlato inversamente in modo abbastanza netto ($r = -0,440$) al numero di giorni di sciopero, mentre lo è in modo molto più netto ($r = 0,764$) con ΔD_t e cioè con l'aumento delle vertenze sindacali. La variazione assoluta ΔD_t del numero delle dispute appare inversamente correlata con S_t , ΔS_t e $S_{t-1/2}$. Lo stesso dicasi di $D_{t-1/2}$. Si tratta ovviamente di osservazioni parziali che si riferiscono ad un solo paese e per un periodo di tempo troppo limitato. Comunque esse sembrano avallare l'ipotesi che, considerando l'incremento dei lavoratori unionizzati come il migliore indice espressivo dell'attività sindacale, esso pare accompagnato dall'aumento delle dispute più che da quello della loro intensità, misurata dal numero delle giornate di sciopero.

8. In base a quanto sopra detto, le regressioni immuni da multicollinearità sono state molto poche rispetto a quelle calcolate. Le migliori sono state le seguenti:

Problema A

$$[1 A] \quad {}_1\varphi_t = -2,1155 + 0,0196 V_t + 1,1242 \dot{V}_t \quad R^2 = 0,8042 \\ (0,0082) \quad (0,0705) \quad s = 3,3129$$

Problema B

$$[1 B] \quad {}_1\varphi_t = -0,1585 + 0,5410 \Delta V_t \quad R^2 = 0,7758 \\ (0,0492) \quad s = 2,1192$$

$$[2 B] \quad {}_1\varphi_t = 1,7860 + 0,9926 \dot{V}_t - 0,0036 D_t \quad R^2 = 0,7473 \\ (0,0977) \quad (0,0014) \quad s = 2,2583$$

$$[3 B] \quad {}_1\varphi_t = -1,0100 + 1,6486 \Delta T_t \quad R^2 = 0,6667$$

$$[4 B] \quad {}_1\varphi_t = 3,7601 - 0,2756 T_t \quad R^2 = 0,2785$$

La regressione del Problema A, comprendente tutti gli anni disponibili mostra che le variazioni assolute e percentuali dell'indice dei prezzi dei beni e dei servizi di consumo spiegano oltre l'80% della varianza totale. I « residui » non spiegati dalla equazione [5], ossia le deviazioni in più o in meno delle variazioni percentuali del salario, lo sono dai due suddetti valori. Il notevole numero di anni compresi, nel calcolo appaiono fornire un notevole significato alla regressione. A partire dal 1892 e 1893 sono però disponibili anche i valori della percentuale dei lavoratori rispetto al totale e pertanto le variazioni di detta percentuale, oltre che i valori delle altre variabili D_t , S_t e le loro variazioni. Le intercorrelazioni ricordate in precedenza non consentono però di aggiungere alla variabile, esprime in uno dei tre metodi ormai noti l'andamento dei prezzi al minuto, una delle variabili espressive del propagatore sindacale.

Guardando infatti alla regressione [1 B], nella quale compare solo ΔV_t e alla [2 B], si constata che ΔV_t da solo fornisce una spiegazione migliore della congiunta considerazione di \dot{V}_t e di D_t . Il coefficiente di determinazione R^2 e l'errore standard della sti-

ma s della regressione [1 B] sono rispettivamente superiore e inferiore a quelli della [2 B]. La misura della importanza del propagatore sindacale resta affidata a T e ΔT .

Dalle regressioni riportate per il Problema B si constata però che ΔV_t è ancora la variabile migliore, presentando un R^2 superiore non solo a quella in cui compare T , che presenta un R^2 molto basso ed un segno del parametro di pendenza contrario a quello atteso, ma anche a quella in cui compare ΔT (24).

Dai risultati su esposti si traggono due constatazioni. In primo luogo l'importanza della variabile prezzo sia per tutto il periodo considerato che per il sottoperiodo 1893-1912, 1921-1938 e la importanza pure notevole del fattore unionizzazione. Per superare la correlazione esistente tra di essi si è provato ad introdurre V_{t-1} , $\Delta \dot{V}_{t-1}$ e V_{t-1} al posto di ΔV_t e \dot{V}_{t-1} in combinazione con T e ΔT . Le variabili che hanno presentato il minor livello di correlazione ($R^2 = 0,175$) sono state ΔT e \dot{V}_{t-1} .

$$[5 B] \quad {}_1\varphi_t = -0,8938 + 0,7113 \Delta V_{t-1} + 1,5586 \Delta T \quad R^2 = 0,6771$$

Impiegando invece i dati di tutto il periodo 1893-1938 e perciò con un maggiore e diverso numero di anni rispetto al Problema B , la correlazione tra ΔV_{t-1} e ΔT è alta ($R^2 = 0,388$) (25). Il risultato, pur soddisfacente in sé, è ancora inferiore a quelli ottenuti in precedenza. Solo rispetto alla [3 B] si ha un modesto miglioramento di R^2 , una diminuzione del parametro di posizione e di quello di pendenza per fare posto al parametro di posizione e di quello di pendenza per fare posto al parametro di ΔV_{t-1} .

Può essere interessante ricordare sommariamente anche i risultati ottenuti con le regressioni di ${}_1\varphi_t$ rispetto ai valori di V_{t-1} , $\Delta \dot{V}_{t-1}$ e V_{t-1} . Il calcolo è stato eseguito per diversi periodi di tempo, come risulta dal prospetto qui sotto riportato, nel quale sono indicati i valori del coefficiente di determinazione R^2 per le suddette regressioni, aventi una sola variabile indipendente.

(24) Il calcolo fatto per tutti gli anni dal 1893 al 1938 di ${}_1\varphi_t$ in funzione di T_t fornisce una relazione che presenta i segni corretti ma con un $R^2 = 0,0506$.

(25) In questo caso la regressione priva di correlazione tra le variabili esplicative è:

$${}_1\varphi_t = 6,9005 - 0,2694 V_{t-1} + 1,4210 T_t \quad R^2 = 0,4908$$

Regressioni lineari rispetto a ${}_1\varphi_t$ (valori di R^2)

Anni compresi	V_{t-1}	ΔV_{t-1}	\dot{V}_{t-1}
1872-1950	0,0834	0,5379	0,6143
1872-1913	0,0414	0,3270	0,3191
1914-1938	0,3315	0,5269	0,6225
1939-1950	0,8117	0,7145	0,8107
1893-1938	0,0593	0,5137	0,6138
1893-1938	0,4062	0,2356	0,2375
1921-1938			

I segni del parametro di pendenza in ogni regressione sono positivi. Si constata immediatamente una notevole fluttuazione dei valori di R^2 per ogni variabile passando da un gruppo di anni all'altro. I valori maggiori sono quelli relativi a \dot{V}_{t-1} . Tranne però che nel caso del breve periodo 1939-1950, essi sono sempre sotto i livelli delle regressioni sopra riportate. \dot{V}_{t-1} e a fortiori V_{t-1} e ΔV_{t-1} non possono essere assunti *da soli* come esplicativi dell'andamento di ${}_1\varphi_t$ (26). Degno di nota è il progressivo miglioramento dei valori di R^2 al passare dal periodo più lontano a quello più vicino, ossia dal 1872-1913 al 1914-1938 ed al 1939-1950. Il fatto, oltre che ad una migliore qualità dei dati per gli anni più vicini a noi, potrebbe essere imputato all'azione delle variabili esogene. Il grande enteochiano bellico del 1939-1945 ha prodotto aumenti salariali più che proporzionali alla produttività e con ciò ha fatto aumentare i valori di ${}_1\varphi_t$. D'altro lato la successiva salita al potere del partito laburista ha favorito gli ulteriori aumenti salariali. Tenendo conto di quanto sopra detto e di quanto esposto in precedenza, è apparso indispensabile qualificare e quantificare le relazioni tra V_{t-1} , ΔV_{t-1} e \dot{V}_{t-1} da un lato e T_t e ΔT_t dall'altro. Il calcolo è stato eseguito per gli anni compresi nel problema B e per tutti gli anni 1893-1938, per comprendervi anche il periodo della I Guerra Mondiale.

(26) Per il periodo 1893-1938 gli R^2 delle regressioni di ΔV_{t-1} e \dot{V}_{t-1} sono superiori a quelli di T_t e ΔT_t ; nel periodo invece 1893-1913, 1921-1938, l' R^2 della regressione di ΔT_t è decisamente superiore.

Problema B: Anni 193-1913, 1920-1938

$$T_t = 0,2560 + 0,1479 V_{t-1} \quad R^2 = 0,9836 \quad [6 B]$$

$$T_t = 18,2959 - 0,2721 \Delta V_{t-1} \quad R^2 = 0,8940 \quad [7 B]$$

$$T_t = 18,4009 - 0,4784 V_{t-1} \quad R^2 = 0,8927 \quad [8 B]$$

$$\Delta T_t = 3,8203 - 0,0031 V_{t-1} \quad R^2 = 0,3993 \quad [9 B]$$

$$\Delta T = 0,1714 + 0,1248 \Delta V_{t-1} \quad R^2 = 0,1756 \quad [10 B]$$

$$[11 B]$$

Problema B': Anni 1893-1938

$$T_t = -1,0041 + 0,1671 V_{t-1} \quad R^2 = 0,9718 \quad [12 B']$$

$$T_t = 20,2484 + 0,2336 \Delta V_{t-1} \quad R^2 = 0,8753 \quad [13 B']$$

$$T_t = 20,1442 + 0,3629 \dot{V}_{t-1} \quad R^2 = 0,8739 \quad [14 B']$$

$$\Delta T_t = 2,0495 - 0,0125 V_{t-1} \quad R^2 = 0,0800 \quad [15 B']$$

$$\Delta T_t = 0,2292 + 0,1421 \Delta V_{t-1} \quad R^2 = 0,3832 \quad [16 B']$$

$$\Delta T_t = 0,1648 + 2,225 \dot{V}_{t-1} \quad R^2 = 0,3474 \quad [17 B']$$

I coefficienti di determinazione ottenuti con le regressioni [6 B]-[17 B'] ed i segni dei loro parametri di pendenza e di posizione consentono di affermare la stretta *dipendenza statistica* tra il *livello* dei prezzi al minuto dell'anno precedente e la percentuale dei lavoratori unionizzati. L'aumento degli iscritti alle unioni appare cioè la risposta dei lavoratori all'aumento del costo della vita e perciò una misura ritenuta dai lavoratori necessaria per difendere il loro reddito reale. Le due regressioni [6 B] e [12 B'] sono molto significative al riguardo. Il risultato delle regressioni [7 B], [8 B] e [13 B'] appare difforme ma non in misura tale da annullare il significato delle precedenti. Secondo le [7 B] e [8 B] a partire da un certo livello di unionizzazione (18% circa) *l'aumento assoluto* del costo della vita è correlato con una diminuzione rispettivamente dello 0,27% e dello 0,47% del livello stesso di unionizzazione. Secondo la [13 B'] e la [14 B'] si avrebbe invece un aumento partendo in più da un livello di T_t superiore (20% circa). Ecco un caso tipico nel quale si dimostra che di regressioni non se ne calcolino mai troppe e come i risultati possano mutare aumentando il numero dei dati. Nella fattispecie, si dà il caso che a far mutare il segno ai parametri sia

proprio il gruppo di anni, e cioè 7, dei quali 6 appartengono a un periodo eccezionale. Appare specioso difendere i segni positivi o negativi delle [7 B], [8 B] e [12 B'], [13 B'] attaccandosi al fatto che gli R^2 delle prime due sono superiori a quelle delle seconde due. È evidente che a partire da un certo livello, le relazioni funzionali possono andare in una direzione piuttosto che in un'altra; ma questo non inficia la relazione funzionale diretta esistente tra T_t e V_{t-1} . Questo fatto è confermato dalle altre regressioni, nelle quali a parità di variabili indipendenti, la variabile dipendente è ΔT . I pur bassi valori di R^2 , dei quali 2 sono a livelli di correlazione non significativa non impediscono di affermare la tendenza di ΔT a variare *direttamente* con ΔV_{t-1} e V_{t-1} e *inversamente* con V_{t-1} .

9. Quanto esposto negli ultimi quattro numeri si presta al riepilogo di alcune constatazioni e conclusioni. Non dovrebbe anzitutto suscitare contestazione il fatto che lo schema molto semplice espresso dall'equazione [5] abbia raggiunto lo scopo prefissato e cioè la spiegazione del movimento nel tempo del saggio annuo di variazione dei salari monetari. I suoi « residui » di ogni anno t — formanti la « funzione incognita del tempo » ${}_1\varphi_t$ — della relazione ipotizzata tra variabili endogene del sistema economico, sono distribuiti normalmente e la loro varianza è spiegabile per il 70-80% grazie alle variabili assunte come esogene. L'indice dei prezzi al minuto o costo della vita e le sue variazioni, assoluta e percentuale, hanno tutti titoli per essere assunti come espressione di fenomeni « esogeni » in senso e significato proprio, e non in quello artificioso e parziale che di solito viene attribuito a questo aggettivo nella letteratura econometrica corrente (27). La caratteristica dell'esogeneità gli proviene essenzialmente dal fatto che le sue maggiori fluttuazioni derivano in maniera sistematica non dal normale funzionamento del sistema economico, ma dai fenomeni esogeni imputabili all'operare di variabili

(27) Negli schemi econometrici pluri-equazionali vengono infatti definite usualmente come « esogene » quelle variabili che sono ritenute non determinate dallo schema in questione e che vengono introdotte per rispettare le condizioni necessarie e sufficienti all'identificazione dei parametri da calcolare. A volte sono variabili veramente esogene (ad es. l'ammontare di precipitazioni annue in uno schema econometrico riguardante dei prodotti agricoli), ma altre volte sono variabili endogene in senso stretto come redditi, prezzi e quantità di altri beni, costi di produzione ecc.

esterne al medesimo. La prova di ciò è data dalla sua capacità di spiegare l'andamento della funzione φ_t sia per tratti temporali nei quali sono compresi gli anni bellici e immediatamente post-bellici delle due Guerre Mondiali (Problema A), che per quelli in cui questi anni sono assenti (Problema B). In ogni caso la sua importanza è maggiore dell'influenza esercitata dei due indici assunti (— e l'indagine ha dimostrato con fondamento —) come espressioni dell'operare del « propagatore » sindacale, e cioè T_t e ΔT_t . La correlazione esistente tra essi e V_t , $\Delta \dot{V}_t$ e V_t ha indotto a considerare i loro rapporti con V_{t-1} , ΔV_{t-1} e \dot{V}_{t-1} . Il livello di T_t è risultato dipendente in una misura che non dovrebbe lasciare dubbi ($R^2 > 0,87$) da V_{t-1} , ΔV_{t-1} e \dot{V}_{t-1} , sia in periodi comprendenti grandi entelechiani che in altri, dai quali questi ultimi sono assenti. Sulla base del materiale statistico disponibile e nei limiti dei calcoli fatti, T_t e ΔT_t appaiono essere delle variabili pseudoindipendenti. Data infatti l'altissima correlazione esistente tra il livello di T_t al tempo t e V_{t-1} , la sua introduzione in una regressione assieme a V_t non significherebbe altro che introdurre una seconda volta la stessa variabile V_t anticipata di un anno.

A questa obiezione si sottrae l'introduzione contemporanea di ΔV_{t-1} e ΔT . È comprensibile che la correlazione tra i due valori possa essere bassa. Anzitutto è chiamato in causa un valore di due anni precedenti ($\Delta V_{t-1} = V_{t-1} - V_{t-2}$) ed in secondo luogo ΔT riguarda un comportamento umano e psicologico, ancorché diretto in buona parte verso un fine economico. Trovare in tali casi una relazione precisa tra incrementi può essere l'eccezione e non la regola. Ma le cifre, per il periodo e per il paese in esame, s'incaricano di dirci che la risposta migliore ai nostri quesiti viene ancora dai prezzi al minuto e dalle loro variazioni.

Se e nella misura in cui quanto detto sopra è corretto, dallo schema dell'equazione [5] esce un'altra conseguenza importante. Esso serve a dimostrare che l'andamento temporale della variazione percentuale del salario unitario è spiegabile statisticamente e razionalmente, in un modo diverso da quello finora proposto dagli studi dedicati allo stesso problema per lo stesso paese e per gli stessi anni. È differente da quello tenuto da Phillips, che è ricorso solo alla percentuale della disoccupazione (28). Da quello

(28) Cfr. A. W. PHILLIPS, *op. cit.* La forma di equazione scelta è stata $y + a = b x^c$ dove $y = \dot{w}_t$, $x = u_t$, i valori b e c sono stati determinati col

di Lipsey, il quale dopo aver fornito una spiegazione in termini di teoria economica all'andamento curvilineo delle funzioni $\dot{w}_t = f(u_t)$, ha usato differenti trasformazioni di u_t ed ha provato ad impiegare i profitti come variabile esplicativa (29). È diverso nelle conclusioni anche da quello di Hines, che ritiene ΔT una variabile con capacità esplicative maggiori di quella della percentuale della disoccupazione e che pure introduce per un breve periodo di anni l'indice della produttività (30). Nell'equazione [5], impiegando per la prima volta la produttività, o meglio detto un indice della medesima calcolato in modo omogeneo da un solo autore per tutto il periodo ed usando la disoccupazione in modo molto « attenuato », poiché $\bar{u}_t = u_{t-1}/u_t$ non subisce oscillazioni molto forti (e cioè al massimo assume il valore 2), si ottengono dei residui che sono spiegabili in un modo che non contraddice la logica economica, ricorrendo ad altre variabili. Riconosciamo di buon grado che lo schema dell'equazione [5] è molto semplicistico e che siano concepibili schemi più elaborati, con relazioni non lineari, con l'aggiunta di valori estremi desunti dall'esperienza e così via. Si potrebbe obiettare che l'introduzione di un indice « fisico », come il prodotto reale orario per lavoratore, non possa non far assumere grande importanza a un fattore monetario quale il costo della vita. Si può rispondere che nemmeno u_t , usato da altri Autori, è monetario. Non è però questo il punto che desideriamo mettere in evidenza. Si tratta di un aspetto formale se vogliamo e cioè dell'ammonimento che lo schema fornisce: di non fidarsi mai cioè di relazioni puramente endogene e di attribuire ad esse un significato sistematico.

metodo dei minimi quadrati, mentre a è stato determinato *ab extra* con prove successive per avvicinare al massimo possibile la curva ai valori osservati. L'equazione di Phillips, oltre che per gli Stati Uniti (cfr. BODKIN, *op. cit.*, al n. 3, la bibliografia citata) non ha dato buoni risultati nemmeno per la Germania. (Cfr. W. G. HOFFMAN, *The Phillips curve in Germany*, in « *Kyklos* », n. 2, 1969).

(29) Cfr. R. G. LIPSEY, *op. cit.*, e R. G. LIPSEY and M. D. STEEVER, *The relation between profits and wage rates*, in « *Economica* », mag. 1961, p. 137. Il Lipsey ha ricalcolato la curva di Phillips servendosi anche di tutti i dati e non solo di poche medie come aveva fatto quest'ultimo, per poter usare la forma esponenziale (e perciò logaritmica nel computo concreto), applicando la funzione $\dot{w}_t = a + b u_t^{-1} + c u_t^{-2}$. L' R^2 ottenuto non è entusiasmante, essendo uguale a 0,64. Con l'aggiunta di \dot{u}_t , l' R^2 sale a 0,82. Sostituendo u_t^{-2} con u_t^{-1} ed aggiungendo \dot{v}_t , l' R^2 arriva a 0,91. Nel secondo articolo citato l'introduzione di P_{t-1} e \dot{P}_{t-1} porta al massimo il valore a 0,83.

(30) Cfr. A. G. HINES, *op. cit.*, introduce l'indice della produttività a partire dal 1921, per i periodi 1921-1938 e 1948-1961.

Per spiegare un fenomeno economico o una relazione funzionale vi sono molti modi. Se però si facesse una graduatoria di sostanza e di analisi e non di apparenza, quelli più complicati, che fanno entrare in gioco molte variabili, ritenute — almeno a priori — « operative », sarebbero ai primi posti.

Una riprova della validità di quanto sopra asserito è fornita dal confronto dei risultati sopra esposti con quelli ottenuti in via preliminare per un'altra ricerca in corso di preparazione. Si tratta di tradizionali regressioni lineari tra le variabili fin qui considerate ed alcune altre. Oltre a \dot{w}_t , ΔT_t , π_{t-1} , già impiegate in precedenza, vi compaiono $\pi_{t-1/2}$, \dot{V}_{t-1} (31), $u_{t-1/2}^{-1}$, ossia il reciproco della percentuale di disoccupazione esistente 6 mesi prima (che sostituisce $\bar{u}_t = u_{t-1}/u_t$), e che per comodità indichiamo con d_t , e \dot{P}_t e \dot{P}_{t-1} , ossia il saggio percentuale annuo di variazione dei profitti deflazionati riferito al tempo t e al tempo $t - 1$, calcolato allo stesso modo di \dot{w}_t e delle altre variabili.

I periodi di tempo cui le variabili si riferiscono sono leggermente diversi, ma non ritenuti tali da rendere impossibile il confronto.

I migliori risultati ottenuti sono qui di seguito riportati.

Periodo 1874 ÷ 1912 + 1926 ÷ 1937 + 1949

	s della stima	R ²
$\dot{w}_t = 0,3745 + 0,1638 \pi_{t-1/2} + 1,1517 d_t + 0,3989 \dot{V}_{t-1}$ (0,0752) (1,1594) (0,0975)	1,5299	0,382
$\dot{w}_t = 0,4668 + 0,2974 \pi_{t-1} + 0,0477 d_t + 0,4456 \dot{V}_{t-1}$ (0,1070) (1,5573) (0,0954)	1,4884	0,415
$\dot{w}_t = 0,0954 + 0,0956 \dot{P}_t + 2,6025 d_t + 0,3452 \dot{V}_{t-1}$ (0,0374) (1,5533) (0,0992)	1,5048	0,402
$\dot{w}_t = 0,2174 + 0,1447 \dot{P}_{t-1} + 1,4075 d_t + 0,2903 \dot{V}_{t-1}$ (0,0324) (1,333)	1,3486	0,520

Periodo 1894 ÷ 1912 + 1926 ÷ 1937 + 1949

$\dot{w}_t = 0,5337 + 0,1346 \pi_{t-1/2} + 0,0231 d_t + 0,4504 \dot{V}_{t-1}$ (0,0815) (0,2270) (0,1350)	1,3652	0,468
$\dot{w}_t = 0,4954 + 0,2171 \pi_{t-1} + 0,1542 d_t + 0,4536 \dot{V}_{t-1}$ (0,1118) (0,2057) (0,1335)	1,3651	0,475

(31) \dot{V}_t non compare tra le regressioni riportate poiché la sua introduzione accanto alle altre ha fornito risultati insoddisfacenti.

	s della stima	R ²
$\dot{w}_t = 0,3749 + 0,0470 \dot{P}_t + 0,3229 d_t + 0,4519 \dot{Y}_{t-1}$ (0,0398) (0,3426) (0,2395)	1,3959	0,443
$\dot{w}_t = -0,0902 + 0,1241 \dot{P}_{t-1} + 1,5186 d_t + 0,3126 \dot{Y}_{t-1}$ (0,0347) (0,2012) (0,1267)	1,1934	0,501
$\dot{w}_t = -0,4532 + 0,0690 \dot{\pi}_{t-1/2} + 3,8950 d_t + 1,0001 \Delta T$ (0,0735) (0,4875) (0,2045)	1,1852	0,599
$\dot{w}_t = -0,4980 + 0,1452 \dot{\pi}_{t-1} + 3,8174 d_t + 0,9946 \Delta T$	1,1623	0,614
$\dot{w}_t = -0,7052 + 0,0593 \dot{P}_t + 4,2684 d_t + 1,0252 \Delta T$ (0,0316) (1,4391) (0,1863)	1,1347	0,633
$\dot{w}_t = -0,6914 + 0,0872 \dot{P}_{t-1} + 4,1450 d_t + 0,7683 \Delta T$ (0,0365) (1,3683) (0,2125)	1,0871	0,663

Pur tenendo ben presenti le differenze di anni compresi nei calcoli e le diversità di elaborazione eseguite su alcune variabili, non si può fare a meno di notare le rilevanti differenze esistenti nei valori trovati. Escludendo pure il confronto con i risultati del primo periodo (mancano infatti degli anni in cui si hanno sì delle variazioni « contrastanti » tra le variabili ma anche anni che presentano una notevolissima concordanza), e restringendolo solo a quello del secondo periodo, si constata come solo l'ultima regressione presenti i parametri R^2 e σ dei coefficienti di regressione dello stesso ordine di grandezza di quelli relativi alle regressioni *meno soddisfacenti* dei problemi *A* e *B*.

La superiorità del procedimento proposto nei numeri precedenti può essere solo un caso fortuito. Esso appare però quanto meno degno di essere applicato ulteriormente, al fine di controllarne la « tenuta » in altre situazioni spazio-temporali.

10. Altri esperimenti effettuati hanno però messo in evidenza anche la possibilità di una situazione e di un correlativo procedimento che si può definire « intermedio ». Situazione e procedimento si danno quando il diagramma di dispersione tra i valori osservati y_t e i valori « teorici » y_t^* , ottenuti in modo da presupporre la presenza di una $\varphi(t)$ di tipo additivo, indichi chiaramente l'esistenza di una relazione funzionale tra i medesimi. In tale caso, il residuo $\varphi(t)$ presenta una altrettanto netta tendenza a discostarsi in modo sistematico dal suo valore ideale 0.

La situazione può esemplificarsi con l'ausilio di un grafico come quello riportato nella figura 1. In ascissa del diagramma

sono indicati, per esempio, i valori « teorici » y_i^* e in ordinata i valori effettivamente osservati y_i . Se i valori teorici e quelli osservati coincidessero perfettamente, essi sarebbero disposti lungo la retta AOA' avente coefficiente angolare uguale a 1 e passante per l'origine, (anche se non si può escludere un'ordinata all'origine diversa da 0, positiva o negativa). In pratica, se la relazione a priori ipotizzata è correttamente concepita, i valori osservati si disporranno attorno ad essa, come esemplificato dai punti. Potrebbe però accadere che i valori osservati si disponga sul diagramma nel modo indicato dalle crocette. Esiste certamente anche in tale caso una relazione; essa però è tale che la differenza

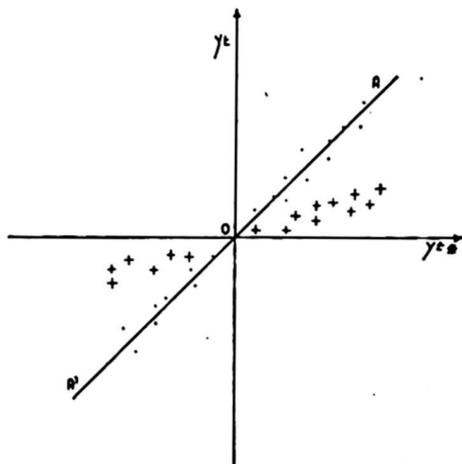


Fig. 1.

$\varphi(t)$ tra i valori teorici e i valori osservati vari secondo un comportamento ben definito. Essa non oscilla attorno alla retta a 45° ma cresce all'aumentare del valore teorico y_i^* . In una simile situazione nulla vieta a priori di porre egualmente $\varphi(t)$ in relazione con le variabili esogene che si ritiene possano spiegarlo e di ottenere un risultato sperimentale pienamente soddisfacente. Potrebbe però anche accadere il contrario. Comunque sia, a priori esistono due possibilità: a) la relazione endogena ipotizzata a priori non è adeguata perchè i suoi ingredienti non bastano o non sono correttamente posti in correlazione tra loro, oppure, b) una più attenta meditazione fa concludere che è nella *natura rerum*

il fatto che tra y_t e y_t^* non possa sussistere altro che il rapporto messo in evidenza dal diagramma di dispersione, di cui le crocette sulla figura sono un esempio. La situazione può sembrare imbarazzante, a prima vista. Tuttavia, esiste una corretta via d'uscita. Occorre infatti ricordare quanto detto al n. 3 sulla necessità di esperire tutti i tentativi possibili di spiegare in termini endogeni, mediante la regressione o altri strumenti statistici, le variabili assunte come dipendenti, prima di passare all'impiego del procedimento delle funzioni incognite. Le costanti statistiche così ottenute costituiscono (e in particolare gli R^2 e i segni e valori dei parametri), un punto di riferimento per giudicare della bontà della relazione endogena a priori ipotizzata (32). Disponendo di tali risultati, non resta che calcolare i parametri della relazione tra y_t e y_t^* evidenziata dal diagramma di dispersione, e le relative costanti statistiche. Se queste sono migliori di quelle ottenute in precedenza, significa, ovviamente, che l'impiego della relazione endogena ipotizzata a priori è legittimo, almeno fino a quando ulteriori dati e informazioni non consentiranno nuove esperimentazioni (33).

I valori della funzione $\varphi(t)$ in questo caso saranno rappresentati dai comuni residui della regressione. Sappiamo già che essi non sono residui genuini, dipendendo dal numero e dalla qualità dei dati immessi nel calcolo, ma d'altro lato nessuna altra soluzione appare possibile. I loro valori saranno correlati a quelli delle variabili assunte come esogene se esse sono disponibili, oppure si ripiegherà su di una analisi puramente qualitativa. È altresì evidente come si possano attuare successive elaborazioni. Es-

(32) Vale la pena di ricordare che con ogni probabilità gli ingredienti della relazione endogena ipotizzata saranno stati impiegati nel calcolo delle regressioni preliminari, da soli o in varie combinazioni, avendo avuto naturalmente cura di evitare la multicollinearità.

(33) Questo caso si presenta per il Regno Unito, nei tentativi effettuati per trovare una relazione funzionale per l'occupazione. Relativamente a questa ultima è risultato che tra gli SPAV (saggi percentuali annui di variazione) dell'occupazione \dot{E}_t e i valori teorici calcolati con la relazione endogena ipotizzata a priori, \dot{E}_t^* , sussiste una relazione molto precisa. La relazione ipotizzata è stata la seguente: $\dot{E}_t^* = \dot{P}_t - \lambda \dot{w}_t$, dove \dot{P}_t = SPAV dei profitti globali deflazionati, \dot{w}_t = SPAV dei salari, e λ = % dei salari globali rispetto al prodotto nazionale lordo. Il diagramma di dispersione tra \dot{E}_t e \dot{E}_t^* mostra una relazione più regolare di quella tra \dot{P}_t ed \dot{E}_t e \dot{w}_t e \dot{E}_t . Si presenta però l'inconveniente che essa appaia di tipo curvilineare e non facilmente lineare. La relazione lineare $\dot{E}_t = a_0 + a_1 \dot{E}_t^*$ con a_0 praticamente uguale a 0 e $0 \geq a_1 < 1$, fornisce pertanto degli R^2 praticamente uguali a quelli forniti da $\dot{E}_t = a_0 + a_1 \dot{P}_t$, che sono per altro soddisfacenti.

sendo però interessati in questa sede all'esposizione delle caratteristiche della funzione $\varphi(t)$, alcune di esse sono ricordate in nota (34).

11. Quelli qui esposti non sono altro che i primi risultati di ricerche che non hanno pertanto un valore definitivo. Richiedono altre conferme e controlli prima di procedere con ulteriori sviluppi. Riguardo ad essi il primo ordine di problemi da affrontare appare quello dell'impiego di *sistemi di relazioni* e dell'analisi delle relative funzioni incognite. Occorre provare e riprovare, procedendo con cautela nelle generalizzazioni e guardando costantemente ai fatti.

(34) Un ulteriore controllo consisterà nel calcolo dei parametri e dei residui per sottoperiodi relativamente omogenei al loro interno dal punto di vista storico, economico, politico, tecnico, ecc., al fine di verificare la loro stabilità e le loro variazioni, alla luce naturalmente dei valori degli R' ottenuti. I confronti che si potranno fare forniranno ulteriori elementi di giudizio, che però non sono, almeno per il momento, generalizzabili.