

4. Capitale umano di gruppo e dimissioni individuali

di Ottorino Chillemi e Benedetto Gui

1. Introduzione

Che l'organizzazione di un'impresa richieda di combinare efficacemente le risorse lavorative di più individui è un'affermazione scontata. Non lo è invece l'affermazione che la capacità di un gruppo di lavoro di collaborare validamente rappresenti un bene capitale, un vero e proprio *asset*. In effetti il tema non ha ancora ricevuto una compiuta sistemazione teorica, anche se in letteratura non mancano spunti interessanti. Prescott e Visscher, in un noto lavoro sul capitale organizzativo, scrivono:

In molte attività svolte nell'impresa ciò che è importante ai fini del risultato non è solo l'idoneità dell'individuo assegnato a una mansione ma anche il grado di compatibilità delle sue caratteristiche con quelle di altri individui che svolgono attività collegate [Prescott e Visscher 1980, 456].

Gli autori identificano come *asset* specifico dell'impresa l'informazione sulle capacità del personale:

L'informazione sul personale ha valore non solo perché facilita l'appropriata assegnazione dei lavoratori ai vari compiti, ma anche perché consente di combinare opportunamente i lavoratori tra di loro [*ibidem*, 456].

L'*asset* deriva dall'apprendimento di valide combinazioni dei vari tipi di risorse umane e configura quindi una capacità dell'impresa sostanzialmente separabile dal gruppo di lavoratori¹. In questo senso le dimissioni dei lavoratori comporterebbero sì dei costi, ma non impedirebbero all'impresa di ricostruire prontamente, in base all'informazione accumulata, un gruppo altrettanto produttivo.

¹ Con le parole degli autori: «una volta scoperte le migliori combinazioni di tipi di lavoratori, niente impedisce all'impresa di replicarle» [*ibidem*, 458].

Una concettualizzazione diversa, particolarmente interessante ai fini del presente saggio, è in Alchian [1984]. Egli scrive:

Parte del valore di un team di successo consiste nel valore di avere messo insieme un team di successo – cioè nel risparmio di costi futuri per la ricerca di un team di successo. Tentare di imitare i successi di un'altra impresa richiede di cercare input adatti e ben assortiti e di vagliarne la performance [ibidem, 35].

Anche qui l'*asset* è il frutto di un'attività di ricerca e di elaborazione di informazioni svolta dalla direzione d'impresa. Esso non consiste, tuttavia, nella capacità di organizzare le risorse umane, bensì nell'output dell'attività organizzativa, ossia nel *team* stesso. Tale differenza ha una conseguenza molto importante: essendo l'*asset* localizzato nel *team*, l'impresa corre il rischio di perderlo a seguito delle dimissioni dei lavoratori.

Un'utile precisazione sulla genesi dell'*asset* si trova in Aoki [1984, 1990], a cui preme mostrare che l'usuale categoria di capitale umano è, con le sue parole, «troppo individualistica». Egli afferma:

sembra esserci un'importante classe di competenze e di conoscenze che si possono formare soltanto in un contesto organizzativo e possono essere incorporate soltanto in un gruppo di lavoratori... possiamo dire che ciascuna prassi di lavoro ha caratteristiche uniche e idiosincratiche, poiché si sviluppa attraverso l'interazione duratura di personalità ben precise... [Aoki 1984, 25-26].

Nella visione di Aoki, alla creazione e al mantenimento dell'*asset* contribuiscono non solo una funzione svolta dalla direzione d'impresa ma anche l'apprendimento e l'interazione che avvengono all'interno del gruppo di lavoratori.

Una sottolineatura ancora più esplicita dell'importanza di ciò che potremmo definire «buon affiatamento» nel determinare, a fianco del «buon assortimento», l'elevata produttività di un buon gruppo di lavoro si trova in Mailath e Postlewaite [1990a]. Essi vedono il personale dell'impresa come:

una rete di persone... [che] sanno a quale collega rivolgersi per ogni tipo di problema che possa presentarsi e conoscono i punti di forza e di debolezza di ciascuno [ibidem, 369-370].

Secondo questi autori la specificità del capitale umano si definisce nei confronti non dell'impresa ma del gruppo di lavoro, a tal punto

che: «se l'intero insieme di lavoratori creasse un clone dell'impresa, questo capitale umano resterebbe» [*ibidem*, 372].

Nel presente saggio con l'espressione capitale umano di gruppo ci riferiamo a quell'*asset* immateriale che è responsabile della maggiore produttività attesa di un gruppo di lavoratori ben assortiti e/o ben affiatati rispetto ad un gruppo di lavoratori individualmente altrettanto capaci che operassero al loro posto ma la cui capacità di proficua interazione non sia stata sperimentata e/o sviluppata attraverso un'interazione prolungata. Tale *asset* va interpretato come un capitale organizzativo che viene meno al disgregarsi del gruppo e senza del quale l'insieme dei lavoratori richiederebbe per operare input organizzativi aggiuntivi. La conservazione dell'*asset* non richiede generalmente la compresenza di tutti i membri del gruppo, ma almeno di una buona parte di essi.

Questa definizione di capitale umano di gruppo integra e corregge quella usuale di capitale umano specifico di tipo individuale, la quale non coglie il fatto che, spesso, la specificità si definisce anche nei confronti dei colleghi di lavoro, e non solo dell'impresa in quanto tale. Con questa definizione l'*asset* risulta inseparabile dal gruppo di lavoro. Esso può essere separabile dall'impresa, come in Mailath e Postlewaite; oppure, al contrario, può essere specifico all'impresa e quindi tale da perdere parte del (al limite tutto il) proprio valore se separato da questa, come implicito in Aoki². Naturalmente in un'impresa i *team* possono essere più di uno e non riguardare tutti i lavoratori.

Immediatamente successiva alla definizione del capitale umano di gruppo è la questione di dove esso costituisca un fenomeno importante. Aoki, che per altro non utilizza esplicitamente il concetto di capitale umano di gruppo, ne accenna in riferimento alla grande impresa giapponese, in particolare alla sua articolazione organizzativa. Egli sembra riferirsi esclusivamente a gruppi di lavoro con compiti sostanzialmente esecutivi, anche se qualificati³. In Mailath e Postlewaite [1990a], invece, non vi è cenno al rapporto tra gruppo di lavoro e complesso dell'impresa. Un solo gruppo sembra rappresentare la

² «I emphasize that the generation of informational rents in the participatory mode of organizational co-ordination is truly *firm-specific*» [Aoki, 1990, 28].

³ «This emerging mode relies more upon participatory information processing by, and the communications among, workers (shops) than does the traditional hierarchical structure, which is characterized by the specialized separation between co-ordination and operating tasks as well as among different tasks. ... this emerging mode is a relatively more conspicuous feature of Japanese firms» [1990, 27].

fonte del surplus organizzativo, mentre la restante parte dell'impresa, qualora esista, sarebbe facilmente replicabile. Gli esempi scelti dagli autori, un'agenzia di consulenza finanziaria e un'agenzia pubblicitaria, sono significativi al riguardo. Il gruppo di lavoro è quindi il cuore dell'impresa e racchiude al suo interno capacità manageriali e addirittura imprenditoriali. In un saggio dedicato alla teoria economica dell'organizzazione del lavoro, Stafford [1987] osserva che la stretta interrelazione tra i contributi produttivi dei singoli lavoratori è un fenomeno frequente, ma in alcuni casi le attività individuali rimangono facilmente misurabili e ben identificabili – anche in virtù del disegno organizzativo deliberatamente adottato dall'impresa – mentre in altri casi tali requisiti mancano. Egli definisce le organizzazioni del secondo tipo *organizations of intangibles* e cita come esempio le imprese *technology based*. Egli quindi sottolinea un aspetto importante del concetto di capitale umano di gruppo: l'organizzazione non permette di distinguere tra job e persona che lo occupa.

È nostra convinzione che il fenomeno del capitale umano di gruppo possa interessare qualunque settore di attività economica e i vari livelli della gerarchia aziendale. Tuttavia, se certamente esso può essere presente in reparti di una grande impresa, i cui addetti sviluppano particolari capacità di relazione e coordinamento – è il caso di cui parla Aoki – la sua presenza è particolarmente significativa anche in quelle organizzazioni nelle quali un piccolo numero di persone svolge le attività nevralgiche (sia di tipo direzionale che tecnico) con una suddivisione dei compiti e un coordinamento relativamente informali. Tipici esempi ne sono piccole e medie imprese con una gestione di tipo *family management*, in cui la formalizzazione delle mansioni è embrionale, ovvero imprese innovative in cui il particolare tipo di attività è incompatibile con ruoli rigidi. È proprio questo secondo caso, in cui il gruppo svolge le attività nevralgiche dell'impresa, che abbiamo avuto in mente nell'ideazione del presente saggio.

La nozione stessa di capitale umano di gruppo implica che vi siano buone ragioni economiche per preservare la continuità del gruppo di lavoro. Tuttavia, se com'è naturale attendersi, i salari di riserva dei membri del gruppo sono un'informazione privata, essi possono essere tentati di distorcere queste informazioni con lo scopo di ottenere una quota più alta del surplus. Il problema di contrattazione tra impresa e lavoratore, in un simile contesto, è complicato dalla interdipendenza produttiva tra i membri del gruppo. Per farsene un'idea, si immagini che il datore di lavoro, dovendo rivedere le retribuzioni dei dipendenti, supposti omogenei dal punto di vista produttivo, li inviti a contrattare uno dopo l'altro, comportandosi come se fosse in presen-

za di capitale umano specifico individuale. Ad un certo punto, che dipenderà dal numero di lavoratori le cui richieste salariali siano già state respinte (provocando così le loro dimissioni), il potere negoziale di un lavoratore che chiedesse un aumento potrebbe diventare enorme, grazie alle conseguenze distruttive delle sue eventuali dimissioni sulla produttività dei rimanenti lavoratori.

Ai problemi che la distribuzione del surplus può comportare in presenza di capitale umano di gruppo è dedicato il seguito del presente saggio. Nel paragrafo 2 studiamo la strategia del datore di lavoro di fronte alla minaccia di dimissioni individuali dei membri di un gruppo già formato. Se i lavoratori non possono colludere, egli ha convenienza a rendere logicamente simultanee le sue decisioni, anziché adottare una strategia a decisioni sequenziali, per quanto complessa. Nello studio di questo genere di problemi soccorre la teoria dei meccanismi di rivelazione, la quale consente di ottenere interessanti risultati senza dover dettagliare la procedura di contrattazione. Di particolare rilievo, ai nostri fini, sono i contributi di Rob [1989], che studia la determinazione degli indennizzi da corrispondere ai vicini danneggiati dalla costruzione di un impianto inquinante, e quello già citato di Mailath e Postlewaite [1990a]. L'analisi permette di determinare le condizioni in cui il capitale umano di gruppo si conserva efficientemente e quelle in cui si dissolve inefficientemente; e inoltre le condizioni perché i membri del gruppo partecipino alla quasi-rendita dell'*asset*. Com'è nello spirito di simili analisi, i risultati ottenuti devono intendersi come un limite superiore al *payoff* che il datore di lavoro può sperare di ottenere con una qualsiasi procedura di contrattazione.

Nel paragrafo 3 discutiamo in che modo la struttura dei diritti residuali di decisione e di reddito influenzi i risultati e mostriamo che in una partnership formata dai membri del gruppo il capitale umano di gruppo è meno vulnerabile alle dimissioni individuali che in un'impresa convenzionale. Il paragrafo 4 contiene le conclusioni.

2. Il caso dell'impresa convenzionale

Per semplicità supponiamo che, a meno di eventuali *sunk costs*, l'unico costo sia la retribuzione dei membri del gruppo, il quale pertanto sarà identificato con l'impresa. I lavoratori sono neutrali al rischio e forniscono lavoro omogeneo perfettamente osservabile. A riguardo dell'interdipendenza produttiva adottiamo l'ipotesi semplificatrice che la produttività media sia costante fino a che il numero di

dimissioni non superi una certa soglia, dopo la quale il capitale umano di gruppo viene meno e la produttività cade⁴. Il datore di lavoro, neutrale al rischio, è l'unico percettore del reddito residuo. Egli non può trasferire ai lavoratori risorse non derivanti dal reddito da essi prodotto.

Il gruppo di lavoro è già costituito e i membri osservano privatamente la loro migliore alternativa occupazionale prima che inizi la procedura di revisione salariale. Il datore di lavoro muove per primo e propone un gioco di rivelazione dell'informazione privata. La sua strategia è contingente ai salari di riserva dichiarati dai lavoratori e consiste nelle probabilità di prosecuzione dell'attività del gruppo e, nel caso in cui si continui ad operare, nel numero di lavoratori confermati e nei salari da pagare. Il vincolo di razionalità individuale del datore di lavoro richiede che, qualora l'impresa operi, il profitto realizzato sia non negativo⁵.

I lavoratori dichiarano i loro salari di riserva in piena conoscenza della struttura del gioco e della strategia del datore di lavoro ma senza collusione né passaggi di informazione. Dato che il modello è statico, non v'è alcun incremento di informazione durante il gioco. Pertanto, una volta dichiarati i salari di riserva, vengono eseguite le decisioni e determinati i *payoff*. Possiamo quindi invocare il Principio di rivelazione, in base al quale il risultato finale del gioco può essere riprodotto come un equilibrio di *truth-telling* di un meccanismo di rivelazione diretta. Anzi, come mostrato da Mailath e Postlewaite [1990a], potremo limitarci alla particolare classe di meccanismi considerata più avanti.

Si definiscono le seguenti variabili: n = numero dei membri del gruppo prima della rinegoziazione; m = numero di lavoratori che possono dimettersi senza che il capitale umano di gruppo si distrugga; y = produttività per addetto quando non meno di $n - m$ membri rimangono nell'impresa (al di sotto di questo numero il gruppo si dissolve e la produttività cade al livello z); w_i = salario di riserva del lavoratore i -esimo, dove $w_i \in \{w, H\}$, $i = 1, \dots, n$, sono variabili

⁴ Questo tipo di discontinuità nella funzione di produzione traduce nella maniera più semplice la nostra definizione di capitale umano di gruppo. È la stessa ipotesi utilizzata in Mailath e Postlewaite [1990a].

⁵ Il fatto che il profitto realizzato debba essere non negativo esclude non soltanto che il monte salari possa superare il reddito prodotto, ma anche che siano erogati premi ai lavoratori quando l'attività cessa. È possibile verificare che i risultati qualitativi del modello in fatto di inefficienza e di spartizione della quasi rendita non dipendono da questa ipotesi.

casuali i.i.d., con $w < y$ e $w < H$; $p = \text{prob}[w_i = H]$, $1-p = \text{prob}[w_i = w]$, con $0 < p < 1$; $k = \# [j: w_j = H]$ = numero di lavoratori con alto salario di riserva, ovvero di tipo *high*; $S(k)$ = surplus complessivo, definito come differenza tra il prodotto netto e il costo opportunità del lavoro, quando lo «stato» è k ; $s(k)$ = surplus per lavoratore con basso salario di riserva, ovvero di tipo *low*, quando lo stato è k ; $b(k)$ = probabilità di k ; k^0 = numero di lavoratori dichiaratisi ad alto salario di riserva; $r(k^0)$ = probabilità di prosecuzione dell'attività, preannunciata dal datore di lavoro in funzione di k^0 ; $w(k^0)$ = salario che il datore di lavoro si impegna a pagare, contingentemente a k^0 , ai lavoratori che si dichiarano a basso salario di riserva (il salario dei lavoratori che il datore di lavoro desidera trattene tra quelli che si dichiarano ad alto salario di riserva è pari a H).

Nella formalizzazione che segue adotteremo, inoltre, le seguenti ipotesi:

$$a_1) \quad y < H; \quad a_2) \quad z < w.$$

L'ipotesi a_1) fa sì che l'unico motivo per confermare un lavoratore dichiaratosi *high* sia l'interdipendenza produttiva; inoltre essa rende interessante il confronto con la partnership, dato che altrimenti in quest'ultima, come diverrà chiaro in seguito, non vi sarebbe rendita informativa e quindi nemmeno vi sarebbe conflitto distributivo. Inoltre con questa ipotesi l'imprenditore non ha mai convenienza a trattene un numero di lavoratori dichiaratisi ad alto salario di riserva maggiore del minimo necessario per raggiungere la soglia critica $n-m$. Pertanto in un ottimo, se l'impresa opera, tale numero è pari a $\max(0, k-m)$. Siamo così dispensati dal considerarlo esplicitamente come una variabile di scelta⁶. Anche l'ipotesi a_2) è introdotta per isolare il fenomeno che ci interessa. In questo modo il datore di lavoro non ha interesse a proseguire l'attività dopo la dissoluzione del capitale umano di gruppo⁷.

Il datore di lavoro risolve il seguente problema:

A)

$$\text{Max}_{\{w(k), r(k)\}} \varphi \quad k=0, \dots, n$$

⁶ L'ipotesi alternativa $y > H$ potrebbe essere più realistica in contesti alla Aoki. Non è difficile, comunque, adattare l'analisi determinando anche il numero ottimale di lavoratori *high* da confermare.

⁷ In particolare l'ipotesi a_2 esclude che i lavoratori restino in possesso di capitale umano specifico di tipo individuale.

con i vincoli

$$[1] \quad \psi \geq 0$$

$$[2] \quad 0 \leq r(k) \leq 1 \quad k = 0, \dots, n$$

$$[3] \quad w(k) - w \geq 0 \quad k = 0, \dots, n$$

$$[4] \quad [S(k) - (n-k)(w(k) - w)]r(k) \geq 0 \quad k = 0, \dots, n$$

dove $\varphi \equiv \sum_{k=0}^n b(k) r(k) [S(k) - (n-k)(w(k) - w)]$ è il profitto atteso e $S(k) \equiv I_{[0,m]}(k)(n-k)(y-w) + I_{[m+1,n]}(k)\{(n-m)y - (k-m)H\} - (n-k)w$ è il surplus nello stato k ⁸.

[1] è il vincolo di compatibilità degli incentivi di un lavoratore con basso salario di riserva, con:

$$[1'] \quad \psi \equiv \sum_{k=0}^{n-1} b(k) r(k) [w(k) - w] - \sum_{k=m+1}^{n-1} b(k-1) r(k) \frac{k-m}{k} (H-w)$$

[3] è il vincolo di razionalità *ex post* di un lavoratore con basso salario di riserva, e infine [4] è il vincolo di razionalità *ex post* per il datore di lavoro.

Il primo (il secondo) termine della [1'] rappresenta il vantaggio netto atteso (reddito meno salario di riserva) di un lavoratore con basso salario di riserva, nel caso in cui egli dichiari il suo vero (falso) salario di riserva e tutti i suoi compagni dichiarino la verità. L'ipotesi che ciascun lavoratore si aspetti una dichiarazione veritiera da parte dei compagni – che è giustificata dal nostro intento di studiare unicamente la soluzione di *truth-telling* del gioco – ci consente di scrivere k^0 come una funzione di k soltanto. In effetti abbiamo: $k^0 = k$ se il lavoratore dice la verità; $k^0 = k + 1$ se mente. Nello scrivere la φ e la ψ abbiamo così potuto usare le probabilità $b(k)$ (binomiali con parametri n e p)⁹.

⁸ $w(n)$ è considerato unicamente per comodità di notazione. I vincoli di compatibilità degli incentivi e di razionalità individuale dei lavoratori con alto salario di riserva sono omissi dato che nell'ottimo sono sempre banalmente soddisfatti. $I_{[a,b]}(k)$ è una funzione che vale 1 se $a \leq k \leq b$ e zero altrimenti.

⁹ In φ and ψ avremmo dovuto considerare le probabilità soggettive che datore di lavoro e ciascun lavoratore assegnano alla variabile k^0 . Nel caso del datore di lavoro l'ipotesi di informazione pubblica sui parametri rilevanti, unita all'ipotesi che ciascun lavoratore si attenda che gli altri dicano il vero, consente immediatamente di fare ricorso alle probabilità binomiali di k (il numero di lavoratori veramente ad alto salario di

Per rendere interessante il problema, assumiamo che sia socialmente efficiente operare anche impiegando lavoratori *high*. Infatti, come si vedrà tra breve, senza questa ipotesi il problema di incentivare alla dichiarazione veritiera viene meno e la strategia ottima dell'impresa è banale. Il motivo è che in tal caso la rendita informativa dei lavoratori a basso salario di riserva si annulla perché essi non hanno alcuna possibilità di essere pagati come *high*. In termini formali, sia $k^* \equiv \max \{k | S(k) > 0\}$ il massimo valore di k tale che il surplus è positivo. Allora l'ipotesi si può scrivere come segue:

$$b) k^* \geq m + 1, \text{ ovvero } (n-m)(y-w) > (H-w).$$

L'esame del vincolo [1'] consente di verificare immediatamente che in un ottimo esso è sempre attivo: non può essere $\psi \geq 0$ con $w(k) = w$, $r(k) = 1$ per tutti i $k \leq k^*$, come si dovrebbe fare per massimizzare φ in assenza di [1']. È ugualmente immediato verificare che le soluzioni ammissibili non possono essere che dei due seguenti tipi:

$$1) r(k) = 0; m < k \leq n$$

$$2) \text{ esiste un } k', m < k' \leq n, \text{ tale che } r(k') > 0 \text{ ed esiste un } k'', 0 \leq k'' \leq n, \text{ tale che } r(k'') > 0 \text{ e } w(k'') > w.$$

Pertanto, se l'imprenditore conferma almeno un *high*, deve usare il salario come strumento di incentivazione alla dichiarazione veritiera e quindi pagare ai *low* un salario di efficienza. Si tratta di un tipo particolare di salario di efficienza, dovuto all'interdipendenza produttiva di gruppo. Si consideri infatti il problema seguente che corrisponde al problema a) nel caso in cui l'interdipendenza produttiva sia assente.

$$\text{Max}_{w\#, r} \varphi^0 = n[p r(y-H) + (1-p)(y-w\#)]$$

c.v.

$$rH + (1-r)w \leq w\#, 0 \leq r \leq 1$$

dove φ^0 è il profitto atteso, r è la probabilità di accettazione di una richiesta salariale pari a H , e $w\#$ è il salario pagato ad un lavoratore che si dichiara a basso salario di riserva.

Quando sia $y < H$ come nella nostra ipotesi a_1) e non vi sia

riserva). Ma il lavoratore, conoscendo il proprio salario di riserva, ha un'informazione in più rispetto al datore di lavoro. Tuttavia, essendo i salari di riserva indipendenti per ipotesi, le probabilità soggettive del lavoratore per $0 \leq k \leq n-1$ sono proporzionali a quelle del datore di lavoro secondo un fattore pari a $1/\sum_{k=0}^{n-1} b(k)$, che può quindi essere omissso nella [1].

interdipendenza produttiva, la politica ottima del datore di lavoro di non confermare mai un lavoratore che dichiara di avere un alto salario di riserva e di pagare il salario w agli altri lavoratori. Si noti che $r = 0$ realizza la soluzione di *first best*.

Invece, in presenza di interdipendenza di gruppo e nelle nostre ipotesi a) e b), il datore di lavoro, licenziando chiunque dichiarasse di avere un alto salario di riserva, distruggerebbe il surplus (per ipotesi positivo) del gruppo di lavoro. Quindi egli può avere interesse a cedere parte del surplus ai lavoratori per indurli a dire la verità.

La seguente proposizione caratterizza la politica salariale ottima, definita ovviamente per gli stati in cui l'impresa opera con probabilità positiva (d'ora in poi l'asterisco indica che la grandezza è calcolata in un ottimo).

PROPOSIZIONE 1. Nel caso in cui l'ottimo preveda una probabilità positiva di conferma per gli *high* (soluzione di tipo 2), la politica salariale ha la seguente struttura. Sia $I = \{k | r^*(k) > 0\}$. Esiste un $k^\odot \in I$, $m < k^\odot < n$ tale che $w^*(k^\odot) > w$, $w^*(k) = w$ per tutti i $k \in \{k | 0 \leq k < k^\odot\} \cap I$ e $w^*(k) = s(k) + w$ per tutti i $k \in \{k | k^\odot < k \leq n\} \cap I$. Nel caso in cui, invece, la probabilità di conferma per gli *high* sia nulla (soluzione di tipo 1), la struttura del salario è la seguente:

$$w^*(k) = w \quad k = 0, \dots, m.$$

Per la dimostrazione si veda l'appendice 1.

La Proposizione 1 dice che il salario di efficienza, quando viene utilizzato, è concesso ordinatamente sugli stati, retrocedendo a partire dallo stato, tra quelli in cui l'impresa opera, in cui è minimo il numero dei lavoratori che percepiscono il premio. L'interpretazione intuitiva di questo risultato è che, a parità di valore atteso del monte premi, l'incentivo alla dichiarazione veritiera è tanto più alto quanto minore è il numero di vincitori tra cui tale monte premi viene diviso. Ad esempio, se il premio fosse dato tutto nello stato $n - 1$, ciascun *low* saprebbe *ex ante* che qualora il premio venga pagato toccherà solo a lui. I vincoli [4], però, fanno sì che in ciascuno stato l'entità del premio salariale non possa superare il surplus. Ciò può determinare la necessità, al fine di soddisfare il vincolo [1], di pagare il premio salariale in più stati. Il ragionamento intuitivo appena svolto ha un esatto riscontro nell'analisi formale riportata nell'appendice 1, dove si mostra (vedi la *iii*) che il costo in termini di profitto atteso di accrescere di un'unità il valore della funzione ψ (con ciò allentando il vincolo [1]) attraverso un premio salariale nello stato k , ovvero usando lo «strumento» salario, è esattamente $n - k$.

Per quanto riguarda le probabilità di prosecuzione dell'attività, come è da attendersi in questi modelli con rendita informativa, è possibile che l'impresa operi con probabilità minore di uno anche in stati in cui il surplus è positivo. Si vede facilmente dal sistema dei vincoli che l'insieme delle soluzioni ammissibili può non contenere la soluzione di *first best*. Infatti, perché l'impresa operi con certezza negli stati in cui il surplus è positivo, occorre che il surplus atteso nel complesso di tali stati superi una certa soglia minima costituita dal premio atteso che un *low* otterrebbe dichiarandosi *high* (mentre gli altri lavoratori dicono la verità)¹⁰. La struttura della politica ottima è sintetizzata nella seguente proposizione.

PROPOSIZIONE 2. La probabilità di prosecuzione dell'attività $r^*(k)$ è non crescente rispetto a k . Più precisamente esiste un k^* , $m \leq k^* \leq k^{\wedge}$, tale che $r^*(k) = 1$, $k \leq k^*$; $r^*(k) = 0$, $k^* + 1 < k \leq n$; $r^*(k^* + 1) < 1$; e, con probabilità 1, $r^*(k^* + 1) = 0$.

Per la dimostrazione si veda l'appendice 2.

Per guadagnare un'interpretazione intuitiva della Proposizione 2, notiamo innanzitutto che, negli stati in cui il surplus è negativo, ovvero per $k^{\wedge} < k \leq n$, l'impresa non opera per via dei vincoli [4]. Inoltre, notiamo che, finché il numero dei lavoratori dichiaratisi *high* non superi m , il datore di lavoro se ne può liberare senza danneggiare la produttività del gruppo. Pertanto una probabilità non unitaria di operare in uno stato k tale che $0 < k \leq m$ non offre alcun ulteriore incentivo alla dichiarazione veritiera. Invece per $k^{\wedge} \geq k > m$ può essere utile, a scopo di incentivo, ridurre la probabilità di operare, perché, se è vero che si riduce la probabilità del premio non negativo $b(k)[w(k) - w]$ connesso alla dichiarazione veritiera, si riduce anche la probabilità del guadagno $b(k-1)(H-w)(k-m)/k$ connesso alla dichiarazione falsa. Quindi ridurre la probabilità nello stato k è uno strumento utile ai fini di soddisfare il vincolo [1] se in tal modo si punisce di più la dichiarazione menzognera. Ora si verifica immediatamente che $\partial\psi/\partial r(k)$ è esattamente la differenza tra questi due guadagni. Pertanto, condizione necessaria perché la riduzione della

¹⁰ Tale condizione necessaria ha la seguente espressione:

$$\sum_{k=0}^{k^{\wedge}} b(k)s(k) \geq \sum_{k=m+1}^{k^{\wedge}} b(k-1)(k-m)(H-w)/k$$

dove il membro di destra è positivo per l'ipotesi b). La condizione si ottiene ponendo nella [1] $w(k) = s(k) + w$, $r(k) = 1$ per $k \leq k^{\wedge}$ e $r(k) = 0$ altrove.

probabilità sia uno strumento incentivante è che $\partial\psi/\partial r(k)$ sia negativa. Il valore di questa derivata dipende in maniera positiva dal salario $w^*(k)$. Dalla struttura della strategia salariale ottima, sappiamo che conviene utilizzare il premio salariale per i valori di k più alti. Consideriamo, perciò, lo stato $k = k^+$. Se il datore di lavoro riscontra che, pur pagando un salario pari al valore massimo ammissibile cioè a $s(k^+) + w$, l'operare in quello stato premia la dichiarazione menzognera, allora azzererà la probabilità $r(k^+)$. Infatti, a questo punto, la mossa diminuisce l'incentivo a dire il falso senza determinare un'ulteriore perdita di profitto. Ripetendo il ragionamento per valori decrescenti di k e notando che $[\partial\psi^*/\partial r(k)]/b(k) -$ dove $\partial\psi^*/\partial r(k)$ è il valore della $\partial\psi/\partial r(k)$ quando il salario $w(k)$ assume il suo valore massimo - è decrescente con k , possiamo comprendere che il datore di lavoro trova conveniente non proseguire l'attività fintantoché $\partial\psi^*/\partial r(k)$ è negativa. Se $\partial\psi^*/\partial r(k)$ è negativa per $k = m + 1$, allora egli opererà solo fino a $k = m$ e soddisferà il vincolo [1] senza mai pagare ai low salari superiori a w . Se invece $k^+ \equiv \{\max k | \partial\psi^*/\partial r(k) \geq 0\}$ è maggiore di m , l'aver annullato le probabilità $r(k)$ per $k > k^+$ non è sufficiente a soddisfare il vincolo [1]. Ma in questo caso il datore di lavoro, alzando a sufficienza il salario oltre w , può certamente ottenere che nello stato k^+ sia avvantaggiata la dichiarazione veritiera. A questo punto la mossa di chiudere l'attività è dannosa, perché non accresce il profitto ed elimina uno stato in cui la dichiarazione veritiera viene premiata. Se pagando un salario $w(k^+) > w$ il datore di lavoro riesce a soddisfare il vincolo, allora, cessando qualsiasi problema di incentivazione, negli stati rimanenti la probabilità di operare sarà unitaria e il salario sarà al livello minimo. Se invece, anche pagando un salario $w(k^+) = s(k^+) + w$, il datore di lavoro non riesce a soddisfare il vincolo [1], allora passerà ad alzare il salario nello stato $k^+ - 1$ e così a ritroso finché il vincolo non sia soddisfatto. Una indeterminatezza può esistere solo nello stato $k = k^+$, nell'evento di probabilità nulla che sia $\partial\psi^*/\partial r(k) = 0$, caso in cui è indifferente la scelta di usare lo strumento salario o lo strumento probabilità. Pertanto k^* , il più alto valore di k per cui la probabilità di continuazione è pari ad 1, è uguale con probabilità 1 a k^+ .

Si noti che la condizione $r^*(m + 1) = 0$, che identifica la soluzione senza salario di efficienza, richiede che sia $\partial\psi^*/\partial r(m + 1) < 0$, vale a dire: $[(n - m)y - H]/(n - m - 1) - w < (H - w)(1 - p)/[p(n - m)]$. Pertanto la soluzione di tipo 2, ovvero con salario di efficienza, si verificherà quando *ceteris paribus* sono sufficientemente alti: la probabilità che ciascun lavoratore sia *high*; oppure il numero di lavoratori necessari al mantenimento del capitale di gruppo; ovvero

il rapporto $(y-w)/(H-w)$ ¹¹. L'effetto delle ultime due variabili è facilmente intuibile, dato che ambedue accrescono il surplus potenziale relativo al complesso degli stati $m \leq k \leq k^{\wedge}$.

Per quanto riguarda le situazioni in cui l'impresa è efficiente oppure inefficiente, uno studio completo non è praticabile, per il fatto che k è una variabile intera. È chiaro, comunque, che, se è $\partial\psi^{\wedge}/\partial r(k) > 0$ per $k = k^{\wedge}$, allora l'insieme degli stati di surplus positivo in cui viene utilizzato lo strumento probabilità è vuoto e quindi l'impresa è efficiente. A questo proposito, nonostante l'ovvia mancanza di rigore, utili elementi si possono ricavare considerando k come una variabile continua. In base alle condizioni che definiscono k^+ e $k^{\wedge}$, si otterrebbe la seguente identità:

$$(k^{\wedge} - k^+ - I_{[m+1, n]}(K^+)) \\ (1-p)(k^+ - m)(n - k^+)/(p(n+1 - k^+)) = 0.$$

Questa identità non sarebbe mai soddisfatta per $k^+ = k^{\wedge}$, dato che l'ipotesi $b)$ impone $k^{\wedge} > m$; vale a dire che esisterebbe sempre un intervallo non vuoto di valori di k in cui l'impresa chiude inefficientemente. Allora, la possibilità che l'impresa sia efficiente è dovuta esclusivamente al fatto che l'intervallo reale $(k^+, k^{\wedge}]$ non contenga numeri interi. Tale possibilità, tuttavia, non è affatto trascurabile quando, come nel nostro caso, n è tipicamente un numero piccolo.

Ancora a proposito di efficienza, un parametro su cui è particolarmente interessante riflettere è la probabilità p che un lavoratore abbia buone alternative esterne. Si tratta, infatti, di un indicatore dell'incentivo alla mobilità i cui effetti sull'efficienza non sono ovvi. La figura 4.1 presenta i risultati di una simulazione illustrativa del grado di inefficienza relativa (rapporto tra il surplus atteso nel complesso degli stati $k^+ < k \leq k^{\wedge}$, nei quali l'impresa chiude, e il surplus atteso totale) al variare di p . La tendenza globale è molto chiara: al crescere di p l'inefficienza relativa è dapprima crescente, a partire da zero, e poi decrescente fino a zero per p grande. Tre effetti determinano questo andamento. Al numeratore v'è l'aumento di k^+ — che trattandosi di una variabile intera è responsabile della discontinuità della funzione — con effetto di riduzione dell'inefficienza; e la varia-

¹¹ Il fatto che sia sempre $\partial\psi^{\wedge}/\partial r(m) > 0$ lascia intuire che, se non fosse per il fatto che k è una variabile intera, la soluzione prevederebbe sempre un salario di efficienza in un intervallo non vuoto di valori di k . Ciò è quanto possiamo attenderci asintoticamente, per n grande.

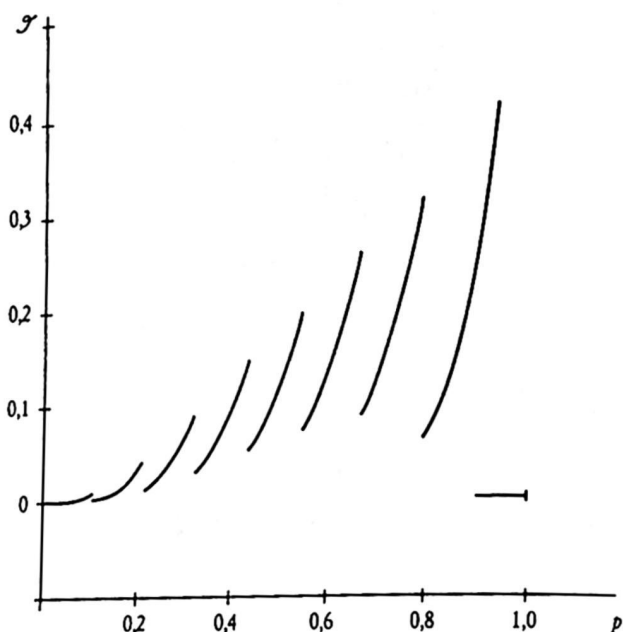


FIG. 4.1. Andamento del grado di inefficienza relativa $\mathcal{J}$ al variare di p tra 0 e 1, per: $n=14$; $m=4$; $w=1$; $y=2,8$; $H=3$.

zione, dapprima in aumento e poi in diminuzione, delle probabilità degli stati di chiusura inefficiente. Al denominatore vi è la riduzione monotona del surplus complessivo totale. In conseguenza di ciò l'inefficienza relativa risulta dapprima crescente e infine decrescente; inoltre, a causa della decrescenza del denominatore, la sua caduta risulta ritardata rispetto a quella dell'inefficienza assoluta, l'andamento della quale è rappresentato in figura 4.2. Quando si consideri, realisticamente, che p difficilmente assumerà valori elevati, questo risultato ha un'ovvia interpretazione in termini di mobilità: meno frequenti buone opportunità esterne, minore è il danno provocato dall'asimmetria informativa sulla produttività attesa del capitale umano di gruppo.

3. Il caso della partnership

L'inefficienza dell'impresa convenzionale nasce dalla rendita informativa di cui godono i *low*, grazie all'informazione privata sui salari di riserva. Abbiamo visto che l'impresa, nel massimizzare il suo pro-

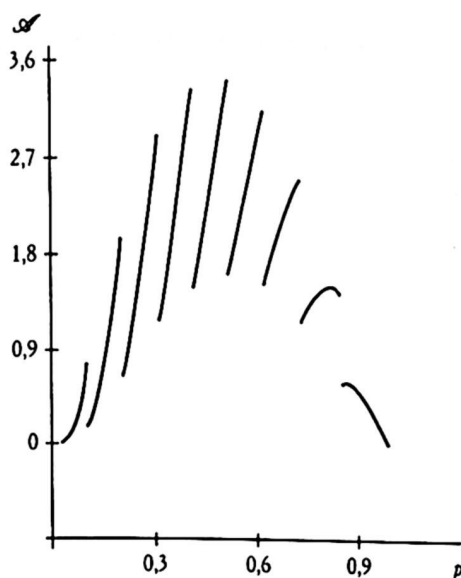


FIG. 4.2. Andamento del grado di inefficienza assoluta α al variare di p tra 0 e 1, per: $n=14$; $m=4$; $w=1$; $y=2,8$; $H=3$.

fitto atteso, cede ai lavoratori parte della quasi-rendita dell'*asset* capitale umano di gruppo e/o ne distrugge una parte. Viene allora naturale chiedersi se una partnership tra i membri del gruppo, che dia a questi i diritti di controllo e sul reddito residuo, possa attenuare il problema. Si noti che in tal modo viene rimosso il conflitto di interessi tra datore di lavoro e membri del gruppo ma si esplicita un conflitto tra i lavoratori stessi.

Nell'esaminare il comportamento della partnership, assumeremo che soltanto il compenso dei lavoratori con basso salario di riserva sia strettamente residuale. I lavoratori con alto salario di riserva che vengono confermati ricevono, invece, il salario H ¹². Per comparabilità poniamo infine che la partnership sia un'impresa gemella della convenzionale, vale a dire che la funzione di ricavo sia la medesima per entrambe. Anche qui i redditi dei membri del gruppo non possono derivare da fonti diverse dal reddito prodotto. Il problema da risolvere è di massimizzazione vincolata del reddito atteso di un lavoratore

¹² L'ipotesi alternativa che anche i lavoratori ad alto salario di riserva partecipino alla distribuzione del residuo non è altrettanto ragionevole. Infatti, si amplierebbero i differenziali di reddito tra lavoratori di uguale produttività e inoltre si indebolirebbero gli incentivi alla dichiarazione veritiera.

con basso salario di riserva, reddito che indichiamo con il simbolo $\varphi^{\wedge}$:
B)

$$\text{Max}_{\{r^{\wedge}(k)\} \ k=0, \dots, n} \phi^{\wedge}$$

c.v.

$$[5] \quad \psi^{\wedge} \geq 0$$

$$[6] \quad 0 \leq r^{\wedge}(k) \leq 1 \quad k = 0, \dots, n-1$$

$$[7] \quad s(k)r^{\wedge}(k) \geq 0 \quad k = m+1, \dots, n-1$$

dove

$$[8] \quad \varphi^{\wedge} = \sum_{k=0}^{n-1} b(k)[r^{\wedge}(k)s(k) + w]$$

$$[9] \quad \psi^{\wedge} = \sum_{k=0}^{n-1} b(k)r^{\wedge}(k)s(k) - \sum_{k=m+1}^{n-1} b(k-1)r^{\wedge}(k) \frac{k-m}{k} (H-w)$$

$r^{\wedge}(k)$ indica la probabilità di continuazione dell'impresa, la [7] rappresenta il vincolo di razionalità ex-post di un lavoratore con basso salario di riserva, la [9] rappresenta il vincolo di compatibilità degli incentivi.

La politica ottimale della partnership è descritta dalla seguente proposizione.

PROPOSIZIONE 3. a) La probabilità ottima di prosecuzione dell'attività in una partnership, $r^{\wedge*}(k)$, è non crescente rispetto a k . Più precisamente esiste un $k^{\dagger}$, tale che: $m \leq k^{\dagger} \leq k^{\wedge} + 1$; $r^{\wedge*}(k) = 1$ per $k \leq k^{\dagger}$; $r^{\wedge*}(k) < 1$ per $k = k^{\dagger} + 1$; $r^{\wedge*}(k) = 0$ per $k^{\dagger} + 1 < k \leq n$, e comunque $r^{\wedge*}(k) = 0$ per $k^{\wedge} + 2 \leq k \leq n$, qualora tale insieme sia non vuoto.

b) L'impresa è efficiente se e solo se vale la condizione:

$$\sum_{k=0}^{k^{\wedge}} b(k)s(k) \geq \sum_{k=m+1}^{k^{\wedge}} b(k-1)(k-m)(H-w)/k.$$

La soluzione ottima è unica se c'è inefficienza; è unica con probabilità 1 se c'è efficienza. (In tal caso con probabilità zero la soluzione ha il seguente tipo di molteplicità: $r^{\wedge*}(k^{\wedge} + 1)$ è indeterminata).

Per la dimostrazione si veda l'appendice 3.

La seguente proposizione contiene il risultato principale dell'analisi.

PROPOSIZIONE 4. i) La partnership non è mai meno efficiente di un'impresa convenzionale: $r^*(k) \geq r^*(k)$, $0 \leq k \leq k^*$.

ii) Se l'impresa convenzionale è inefficiente, allora la partnership è più efficiente, ovvero per almeno un $k^- \leq k^*$ è $r^*(k^-) > r^*(k^-)$.

Per la dimostrazione si veda l'appendice 3.

La spiegazione intuitiva di queste due ultime proposizioni è la seguente. Per ragioni analoghe a quelle esaminate nel caso dell'impresa convenzionale, anche la partnership potrà essere costretta, per soddisfare il vincolo di compatibilità degli incentivi [5], a porre a zero la probabilità di operare in stati con surplus positivo. Tuttavia, mentre l'impresa convenzionale azzererà la probabilità di operare in tutti gli stati in cui, quand'anche il salario assumesse il valore massimo possibile, la dichiarazione falsa sarebbe comunque premiata, la partnership giocherà probabilità minori di uno soltanto nella misura in cui ciò sia necessario per soddisfare il vincolo [5]. Inoltre, dato che il salario pagato dall'impresa convenzionale non può in alcuno stato essere superiore al reddito goduto da un *low* nella partnership, se la convenzionale trova conveniente operare in uno stato, certamente anche la partnership vi opererà. Pertanto quest'ultima è almeno altrettanto efficiente della prima. Infine, non è possibile che la partnership giochi le stesse probabilità della convenzionale quando questa chiude inefficientemente. Ragioniamo per assurdo. In primo luogo, il vincolo di incentivazione della partnership sarebbe attivo, dato che verrebbe «giocata» almeno una volta una probabilità a scopo incentivante (v'è inefficienza allocativa, per ipotesi). In secondo luogo la remunerazione attesa di un *low* sarebbe minore nell'impresa convenzionale che nella partnership, dato che, per ipotesi, v'è almeno uno stato in cui l'impresa convenzionale fa profitto. Ne deriva che, se le imprese giocassero le medesime probabilità, il vincolo di incentivazione della convenzionale non potrebbe essere soddisfatto. La partnership è quindi più efficiente della convenzionale quando quest'ultima è inefficiente.

4. Conclusioni

In questo saggio abbiamo discusso e precisato il concetto di capitale umano di gruppo, e abbiamo studiato i problemi che la mobilità individuale provoca a riguardo dell'appropriazione della quasi-rendita

di questo *asset*, nel caso in cui dopo la sua formazione rimanga spazio per la contrattazione, a causa dell'incompletezza del contratto iniziale. Abbiamo mostrato che, in presenza di informazione privata a riguardo dei salari di riserva dei membri del gruppo, sia in un'impresa convenzionale, sia, in misura inferiore, in una partnership è possibile che si verifichi un'inefficienza allocativa ex post: a scopo di incentivazione il gruppo viene dissolto anche in stati in cui il surplus è positivo. Questo fenomeno non è assimilabile alla rottura inefficiente del *matching* in presenza di capitale umano specifico di tipo individuale, dato che può verificarsi anche quando la produttività media del lavoro inferiore al salario di riserva degli *high*.

Abbiamo mostrato, inoltre, che la frazione del surplus atteso dissipata tende a crescere con la probabilità che i membri del gruppo abbiano buone alternative di lavoro. Inoltre risulta che, nel caso un'impresa convenzionale, il datore di lavoro ha, in generale, interesse a pagare un particolare tipo di salario di efficienza: i membri del gruppo godranno di una parte del surplus anche in casi in cui, se trattasse di usuale capitale umano specifico di tipo individuale, essi riceverebbero soltanto il loro salario di riserva¹¹.

Le difficoltà di appropriazione che abbiamo evidenziato assumono tutto il loro peso quando, nella fase di formazione dell'*asset* – da noi non modellizzata – l'imprenditore debba sopportare delle spese di costituzione del gruppo (di ricerca, di indennizzo per il trasferimento presso la sede di lavoro, di formazione, . . .), ovvero compiere altri investimenti cospecializzati con esso. Conseguenza della ridotta appropriabilità sarà, ovviamente, una tendenza sistematica al sottoinvestimento e, nella misura in cui ciò sia possibile e vantaggioso, l'adozione di tipi alternativi di organizzazione del lavoro basati sull'identificazione di compiti ben distinti e chiaramente specificati, così che la trasmissione delle conoscenze specifiche ai lavoratori che sostituiscono i dimissionari divenga più facile. In effetti Stafford [1987, 522] afferma che spesso il disegno delle organizzazioni sarebbe teso a trasformare strutture del tipo «organizations of intangibles» – in cui, come abbiamo chiarito nell'introduzione, il fenomeno del capitale umano di

¹¹ Se esistono casi in cui il capitale umano di gruppo non è specifico all'impresa, come vogliono Mailath e Postlewaite [1990a], il loro lavoro suggerisce un ulteriore ostacolo all'appropriazione della quasi-rendita dell'*asset* da parte dell'imprenditore: egli avrà convenienza a cederne una parte ai membri del gruppo per limitare il pericolo che questi si dimettano in massa per formare una nuova impresa. Se in tale contesto sia la mobilità individuale o quella collettiva a vincolare la politica dell'impresa è una questione che dipende dal valore dei parametri in gioco.

gruppo è importante – in strutture caratterizzate da compiti facilmente misurabili e ben identificabili¹⁴. Questa organizzazione potrebbe essere preferita, anche se meno efficiente, a quella con capitale umano di gruppo, perché quest'ultima non consente all'investitore di appropriarsi a sufficienza del surplus prodotto.

Non sempre, però, un'alternativa organizzativa sarà conveniente e/o disponibile. I vantaggi di un'organizzazione basata sul capitale umano di gruppo possono prevalere in situazioni in cui le buone opportunità esterne per i membri del gruppo sono rare. Non stupisce quindi il rilievo di Aoki, che la diffusione di ciò che abbiamo definito capitale umano di gruppo è maggiore nella grande impresa giapponese che nella grande impresa occidentale; nemmeno sorprende il fatto che, mentre tratta del problema del *bargaining* collettivo per la spartizione del surplus organizzativo, egli non si preoccupi della mobilità individuale: l'autore ha chiaramente in mente lavoratori con qualifica medio-bassa inseriti in un mercato del lavoro a bassa mobilità. Esempi in cui, invece, è la mancanza di valide alternative a spiegare la presenza di un'organizzazione con capitale umano di gruppo, soprattutto per quanto riguarda le funzioni nevralgiche che costituiscono il «cuore» dell'impresa, possono reperirsi tra le imprese innovative e tra le imprese «giovani», designando con questo termine imprese di prima generazione o in cui il nucleo imprenditoriale non abbia ceduto il posto a una tecnostuttura.

In riferimento a questi ultimi casi è particolarmente rilevante che, in base al nostro modello, l'attribuzione ai membri del gruppo stesso della titolarità dei diritti sul reddito residuo possa rendere meno fragile il capitale di gruppo.

Tuttavia, siccome nel problema da noi affrontato l'*asset* è innervato in un'impresa, la proposta di assegnare la proprietà ai lavoratori necessariamente incontra tutti i problemi di conduzione di questa. Di conseguenza, un giudizio complessivo sulla efficienza e praticabilità della partnership richiede di considerare ulteriori aspetti finora qui trascurati, che attengono sia alla fase in cui gli *asset* vengono costituiti, sia alla fase in cui essi vengono gestiti. Quanto alla prima ricordiamo tra i punti deboli i ben noti problemi di concentrazione del rischio e di illiquidità degli investimenti che caratterizzano le imprese in cui l'apporto di capitale di rischio è collegato all'apporto di altri fattori (cooperative, studi professionali associati, imprese artigiane, ...).

¹⁴ Sebbene l'autore si riferisca a problemi del tipo *hidden action*, alla luce del nostro lavoro può essere avanzata anche un'interpretazione in termini di *hidden information*.

Quanto alla seconda fase citiamo i costi delle decisioni collettive quando i decisori sono portatori di interessi eterogenei. Nel caso un gruppo di soci lavoratori l'eterogeneità degli obiettivi è di norma maggiore rispetto ad un gruppo di azionisti puri (si vedano ad esempio Hansmann [1988, 1990] e Bonin, Jones e Putterman [1992]).

L'importanza di questi problemi dipende naturalmente da molti fattori, tra cui il numero dei soci, la loro ricchezza, la diversità delle loro qualifiche professionali, ecc. Ad ogni modo, nella misura in cui la rilevanza del fenomeno del capitale umano di gruppo da noi messo in luce non sia correlata in modo avverso con gli altri motivi di forza/debolezza sopra citati, il nostro lavoro suggerisce che, se in alcuni tipi di attività il capitale umano di gruppo è un'organizzazione particolarmente favorevole, lì si dovrebbero trovare con una frequenza più alta *partnership* in cui i soci svolgono compiti operativi. Un'evidenza compatibile con questa congettura è in Smith [1988], dove si documenta la diffusione di forme di partecipazione azionaria da parte di gruppi selezionati di dipendenti nel settore *high-tech* statunitense.

5. Appendice

Appendice 1

Il problema A) ammette certamente un massimo dato che le ipotesi del teorema di Waierstrass sono soddisfatte. Il Lagrangiano è:

$$L = \lambda^0 \varphi + \lambda \psi + \sum_{k=0}^n \gamma_k [1 - r(k)] + \sum_{k=0}^n \rho_k r(k) + \sum_{k=0}^n \chi_k [w(k) - w] + \sum_{k=0}^n \mu_k [S(k) - (n - k)(w(k) - w)] r(k)$$

In base al teorema di John¹⁵ tra le condizioni di primo ordine abbiamo:

$$[1a] \quad \lambda_0 \frac{\partial \varphi}{\partial w(k)} + \lambda \frac{\partial \psi}{\partial w(k)} = (n - k)r(k)\mu_k - \chi_k \quad k=0, \dots, n$$

con $\lambda^0, \lambda, \mu_k, \chi_k \geq 0$.

¹⁵ Dato che il problema non è convesso utilizziamo il teorema di John [si v. Takayama 1985, 96].

Per determinare la struttura della politica salariale ottima per tutti i $\bar{k}$ tali che $r^*(k) > 0$ si osservi quanto segue:

i) $\lambda^* > 0$ (per l'ipotesi b di par. 2)

ii) $\partial\psi/\partial w(\bar{k}) > 0$

iii) $\partial\phi/\partial w(\bar{k}) / \partial\psi/\partial w(\bar{k}) = -(n - \bar{k})$

iv) $|\partial\phi/\partial w(\bar{k}) / \partial\psi/\partial w(\bar{k})|$ diminuisce con $\bar{k}$ (per la iii)

Riordinando la [1a] otteniamo:

$$[1a'] \quad \left\{ \lambda^0 \frac{\partial\varphi}{\partial w(\bar{k})} / \frac{\partial\psi}{\partial w(k)} + \lambda \right\} \frac{\partial\psi}{\partial w(k)} = (n - \bar{k})r(\bar{k})\mu_{\bar{k}} - \chi_{\bar{k}} \quad \forall \bar{k} | r^*(\bar{k}) > 0$$

L'espressione in parentesi graffe nella [1a'] può essere positiva, nulla o negativa, ed inoltre è non decrescente al crescere di $\bar{k}$. Utilizzando la *complementary slackness condition* si vede immediatamente che, per i $\bar{k}$ tali che [1a'] è negativa, $\chi_{\bar{k}}^*$ è positiva, il che implica $w^*(k) = w$. Per i $\bar{k}$ tali che [1a'] è positiva, $\mu_{\bar{k}}^*$ è positiva, il che implica che il profitto è zero e quindi che:

$$w^*(\bar{k}) = s(\bar{k}) + w.$$

Infine se esiste un $\bar{k}$ tale che [1a'] è nulla (ne esisterà al massimo uno), sarà:

$$s(\bar{k}) + w \geq w^*(\bar{k}) \geq w^{16}.$$

Si noti ora che possiamo escludere, dalla analisi delle possibili soluzioni ottime, la soluzione $\lambda^{0*} = 0$. Infatti ciò implicherebbe $\mu_0^* > 0$, ovvero che nell'ottimo l'impresa non abbia profitti positivi in alcuno stato, ma nelle nostre ipotesi è sempre possibile avere un profitto atteso positivo utilizzando la seguente soluzione ammissibile:

$r(k) = 1$ e $w(k) = w$, $k \leq m$, $r(k) = 0$ altrimenti.

A questo punto è immediato vedere che $k^\odot \equiv \min \{\bar{k} | w^*(\bar{k}) > w\}$ se esiste è maggiore di m . Infatti se $k^\odot \leq m$ il profitto sarebbe minore rispetto alla soluzione ammissibile sopra esposta (si tenga pre-

¹⁶ Infatti dev'essere $\chi_{\bar{k}}^* = \mu_{\bar{k}}^* = 0$, oppure $\chi_{\bar{k}}^* = \mu_{\bar{k}}^* (n - \bar{k}) > 0$. Questo secondo caso implica $s(\bar{k}) = 0$, un evento di probabilità nulla, essendo funzione dei soli parametri e di $\bar{k}$.

sente che per $k > k^{\odot}$ l'impresa non fa profitto). La Proposizione 1 quindi dimostrata.

Appendice 2

Tra le condizioni di primo ordine del problema A) (vedi appendice 1) abbiamo:

$$[1b] \quad \frac{\partial \varphi}{\partial r(k)} + \lambda \frac{\partial \psi}{\partial r(k)} = \gamma_k - \rho_k \quad k=0, \dots, n$$

dove abbiamo posto $\lambda^0 = 1$ per i motivi esposti nell'appendice 1 e abbiamo ommesso il termine $\mu_k[S(k) - (n-k)(w(k) - w)]$ che, attraverso la *complementary slackness condition*, si riconosce essere nullo nell'ottimo per tutti i k .

Si noti inoltre che è:

$$[2b] \quad \partial \varphi / \partial r(k) = b(k)[S(k) - (n-k)(w(k) - w)] \quad k=0, \dots, n$$

$$[3b] \quad \partial \psi / \partial r(k) = b(k)[I_{[0, n-1]}(k)[w(k) - w] - I_{[m+1, n]}(k)t(k)] \quad k=0, \dots, n$$

dove $t(k) \equiv [b(k-1)/b(k)](H-w)(k-m)/k$ è il guadagno della dichiarazione falsa condizionato all'evento che i dichiaratisti *high* siano k . Per $\partial \psi / \partial r(k) \neq 0$, in analogia con l'appendice [1], possiamo scrivere anche:

$$[1b'] \quad \left[\frac{\partial \varphi}{\partial r(k)} / \frac{\partial \psi}{\partial r(k)} + \lambda \right] \frac{\partial \psi}{\partial r(k)} = \gamma_k - \rho_k$$

Ricordando la struttura della politica salariale ottima, possiamo caratterizzare la politica ottima in fatto di probabilità di prosecuzione nel seguente modo. Premettiamo le seguenti definizioni:

$$\frac{\partial \psi^*}{\partial r(k)} \equiv \frac{\partial \psi}{\partial r(k)}|_{w(k)=s(k)+w} \equiv b(k)[s(k) - I_{[m+1, n]}(k)t(k)]$$

(si noti che $\frac{\partial \psi^*}{\partial r(k)} \frac{1}{b(k)}$ è decrescente con k per $k > m$);

$$k^+ \equiv \max \{k \mid \frac{\partial \psi^*}{\partial r(k)} \geq 0\}$$

(si noti che k^+ esiste sempre, è unico ed è sempre $m \leq k^+ \leq k^*$). Dimostriamo preliminarmente i seguenti due lemmi.

LEMMA 1.

Se $r^*(k) > 0, k \leq k^*$ e $\frac{\partial \psi}{\partial r(k)} < 0$, si ha:

$$\operatorname{sgn} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial w(k)} / \frac{\partial \psi}{\partial w(k)} - \frac{\partial \varphi}{\partial r(k)} / \frac{\partial \psi}{\partial r(k)} \right) = \operatorname{sgn} \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial r(k)} \right).$$

Dimostrazione. Si noti che $\partial \psi / \partial r(k) < 0$ implica $k > m$. Quindi:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial w(k)} / \frac{\partial \psi}{\partial w(k)} - \frac{\partial \varphi}{\partial r(k)} / \frac{\partial \psi}{\partial r(k)} &= - (n-k) + \\ &+ (n-k)[s(k) - (w(k) - w)] / [t(k) - (w(k) - w)], \text{ di cui} \\ \operatorname{sgn} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial w(k)} / \frac{\partial \psi}{\partial w(k)} - \frac{\partial \varphi}{\partial r(k)} / \frac{\partial \psi}{\partial r(k)} \right) &= \operatorname{sgn}(s(k) - t(k)) = \\ &= \operatorname{sgn} \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial r(k)} \right). \end{aligned}$$

LEMMA 2. Se esiste $k^\ominus$ è $k^\ominus \leq k^+$.

Dimostrazione. Supponiamo per assurdo che: $k^\ominus > k^+$. È $r^*(k^\ominus) > 0$ e $w^*(k^\ominus) > w$ per definizione. In base alla [1a'] di appendice 1 si ha:

$$-\lambda^* \leq \frac{\partial \varphi^*}{\partial w(k^\ominus)} / \frac{\partial \psi^*}{\partial w(k^\ominus)}.$$

Dall'ipotesi $k^\ominus > k^+$ segue, per il lemma 1, che:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial w(k^\ominus)} / \frac{\partial \psi}{\partial w(k^\ominus)} < \frac{\partial \varphi^*}{\partial r(k^\ominus)} / \frac{\partial \psi^*}{\partial r(k^\ominus)}$$

e quindi

$$-\lambda^* \leq \frac{\partial \varphi^*}{\partial r(k^\ominus)} / \frac{\partial \psi^*}{\partial r(k^\ominus)}.$$

In base alla [1b'] ciò implica $r^*(k^\odot) = 0$, contro l'ipotesi.

Siamo ora in grado di dimostrare la Proposizione 3. Distinguiamo, a questo fine, i tre intervalli: $k < k^+$, $k = k^+$, $k > k^+$.

i) Si ha $r^*(k) = 1$ per $k < k^+$.

Mostriamo innanzitutto che è $r^*(k) > 0$. Infatti, se così non fosse, portando a uno la probabilità e ponendo il salario al massimo sarebbe possibile a parità di profitto allentare il vincolo [1], ma ciò contraddice il fatto che nell'ottimo quest'ultimo è sempre attivo. Mostriamo ora che è anche $r^*(k) = 1$. La dimostrazione è esposta con riferimento ai due possibili casi: $k^+ = m$, $k^+ > m$.

1) $k^+ = m$

In tal caso dalla [3b] si vede che nell'ottimo è $\partial\psi/\partial r(k) \leq 0$. Se $\partial\psi^*/\partial r(k) > 0$ la (i) segue dalla *complementary slackness condition* e dalla [1b']. Se invece $\partial\psi^*/\partial r(k) = 0$ si noti che, in base alle 2b) e 3b), non può essere simultaneamente $\partial\phi^*/\partial r(k) = 0$ (è $w < y$ per ipotesi). Allora la (i) segue immediatamente dalla [1b].

2) $k^+ > m$

Tre possibili situazioni devono essere considerate.

2₁) $k > k^\odot$

Essendo $w^*(k) = S(k) + w$ l'enunciato segue in base alla [1b'].

2₂) $k < k^\odot$

Poiché è $\partial\phi^*/\partial r(k) < 0$, si ha per il lemma 1:

$$-\lambda^* \geq \frac{\partial\phi}{\partial w(k)} / \frac{\partial\psi^*}{\partial w(k)} > \frac{\partial\Phi^*}{\partial r(k)} / \frac{\partial\psi^*}{\partial r(k)},$$

dove la prima disuguaglianza deriva dalla [1a'] di appendice 1 (attraverso la *complementary slackness condition*) e la seconda è conseguenza di $k \leq k^+$. Quindi per la [1b'] segue $r^*(k) = 1$.

2₃) $k = k^\odot$

Se $\partial\psi^*/\partial r(k^\odot) < 0$, ragionando come in 2₂) si ottiene $r^*(k) = 1$. Se $\partial\psi^*/\partial r(k^\odot) > 0$, la tesi segue immediatamente dalla [1b]. Se infine $\partial\psi^*/\partial r(k^\odot) = 0$, essendo $k < k^+$ e quindi $\partial\psi^*/\partial r(k^\odot) > 0$ non può essere $\partial\phi^*/\partial r(k^\odot) = 0$; la tesi segue ancora dalla [1b'].

ii) Si ha $r^*(k) = 1$ con probabilità 1 per $k = k^+$
Due sottocasi sono possibili:

1) $\frac{\partial\psi^*}{\partial r(k^+)} > 0$. È $r^*(k) = 1$ in base alla [1b'].

$$2) \frac{\partial \psi^{\wedge}}{\partial r(k^+)} = 0. \text{ È } r^*(k) \text{ qualsiasi in base alla [1b].}$$

Si noti che quest'ultima condizione essendo funzione dei soli parametri ha probabilità nulla di essere verificata.

iii) Si ha $r^*(k) = 0$ per $k > k^+$
 Per $k^+ \leq k \leq k^{\wedge}$, essendo $w^*(k) = s(k) + w$ l'enunciato segue in base alla [1b']. Per $k > k^{\wedge}$, è $r^*(k) = 0$ perché è $s(k) \leq 0$.

Posto $k^{\approx} = k^+$, qualora $\partial \psi^{\wedge} / \partial r(k^+) > 0$, oppure $k^{\approx} = k^+ - 1$ qualora $\partial \psi^{\wedge} / \partial r(k^+) = 0$ e $r^*(k^+) < 1$, evento di probabilità zero, la dimostrazione della parte a) della Proposizione 2 è conclusa. Con probabilità zero la soluzione ha il seguente tipo di molteplicità: $r^*(k^+)$ è indeterminata.

Appendice 3

Poiché B) è un problema di programmazione lineare, possiamo utilizzare il teorema di Kuhn-Tucker. Il Lagrangiano è:

$$\begin{aligned} [1c] \quad L^{\wedge} = & \varphi^{\wedge} + \lambda^{\wedge} \psi^{\wedge} + \sum_{k=0}^n \gamma_k^{\wedge} [1 - r^{\wedge}(k)] + \\ & + \sum_{k=0}^n \rho_k^{\wedge} r^{\wedge}(k) + \\ & + \sum_{k=m+1}^n \mu_k^{\wedge} s(k) r^{\wedge}(k) \end{aligned}$$

Tra le condizioni di primo ordine abbiamo:

$$\begin{aligned} [2c] \quad \frac{\partial \varphi^{\wedge}}{\partial r^{\wedge}(k)} + \lambda^{\wedge} \frac{\partial \psi^{\wedge}}{\partial r^{\wedge}(k)} = & \gamma_k^{\wedge} - \rho_k^{\wedge} - \mu_k^{\wedge} s(k) \\ k = 0, \dots, n-1 \end{aligned}$$

Si noti che:

$$[3c] \quad \frac{\partial \varphi^{\wedge}}{\partial r^{\wedge}(k)} = b(k)s(k)$$

e che, quindi:

$$(\partial \varphi^{\wedge} / \partial r^{\wedge}(k)) / b(k) = s(k).$$

Si noti inoltre che, a motivo delle loro definizioni, è

$$\frac{\partial \psi^{\wedge}}{\partial r^{\wedge}(k)} = \frac{\partial \psi^{\wedge}}{\partial r(k)} \text{ per tutti i } k.$$

Si noti infine che:

$$(\partial \varphi^{\wedge} / \partial r^{\wedge}(k) + \lambda^{\wedge} \partial \varphi^{\wedge} / \partial r^{\wedge}(k)) / b(k)$$

è non crescente con k e decrescente in senso stretto per $k > m$.

Ciò basta per concludere, in base alla [2c], che $r^*(k)$ è non crescente rispetto a k . Inoltre è immediato verificare, ancora in base [2c], che $r^*(k) = 1$ per $k \leq m$. Pertanto $r^*(k)$ assume un valore intermedio tra 1 e 0 al più una volta per $k > m$.

Per $\partial\psi/\partial r^*(k) \neq 0$, in analogia con l'appendice [2], possiamo scrivere anche:

$$[2c'] \quad \left[\frac{\partial\varphi}{\partial r(k)} / \frac{\partial\psi}{\partial r(k)} + \lambda^* \right] \frac{\partial\psi}{\partial r(k)} = r_k^* - \rho_k^* - \mu_k^* s(k)s(k) \quad k=0, \dots, n-1$$

Si noti che il vincolo di compatibilità degli incentivi può essere non attivo in un ottimo e quindi può essere $\lambda^* = 0$.

Per caratterizzare completamente le probabilità ottime di prosecuzione dell'attività, si noti quanto segue.

Per $k \leq k^+$ è $r^*(k) = 1$ in base alla [2c]. Infatti è sia $\partial\psi/\partial r^*(k) \geq 0$ sia $\partial\varphi/\partial r^*(k) > 0$, dato che $s(k) > 0$ (si ricordi che $k^+ \leq k^*$).

Per studiare l'intervallo $k > k^+$ distinguiamo due casi:

1) Se $\lambda^* = 0$, è $r^*(k^*) = 1$, dalla [2c].

Inoltre se $s(k^*+1) < 0$ è $r^*(k^*+1) = 0$ dalla [2c]. Se invece $s(k^*+1) = 0$ è $r^*(k^*+1)$ indeterminato (questo evento è di probabilità nulla).

2) Se $\lambda^* > 0$ è $r^*(k^*) < 1$. Infatti, se così non fosse, sarebbe $r^*(k) = 1$ per $k \leq k^*$, e quindi φ^* raggiungerebbe il massimo consentito in assenza del vincolo di compatibilità degli incentivi, il che contraddice $\lambda^* > 0$.

La parte a) della Proposizione 3 è allora dimostrata, ponendo:

A) se $\lambda^* > 0$, $k^* \equiv \max k^0$: $\sum_{k=0}^{k^0} b(k)s(k) \geq \sum_{k=m+1}^{k^0} b(k)s(k)$;

B) se $\lambda^* = 0$, $k^* \equiv k^*$ se $s(k^*+1) < 0$, ovvero se $s(k^*+1) = 0$ e $r^*(k^*+1) < 1$; $k^* \equiv k^*+1$, se $s(k^*+1) = 0$ e $r^*(k^*+1) = 1$ (si noti che $s(k^*+1) = 0$ è un evento di probabilità nulla).

Per quanto riguarda la parte b), basta osservare che la condizione nel testo equivale a $\lambda^* = 0$. Infatti il massimo che si avrebbe in assenza del vincolo di compatibilità degli incentivi si ottiene ponendo pari all'unità le probabilità per $k \leq k^*$.

Dimostriamo ora la proposizione 4. Poiché $r^*(k) = 1$ per $k \leq k^+$ e $r^*(k) = 0$ per $k > k^+$, la parte i) della proposizione è banal-

mente dimostrata. Per dimostrare la ii) notiamo che, se essa fosse falsa, dovrebbe essere: $r^*(k) = 0$ per tutti i $k > k^+$ e $r^*(k) = 1$ per tutti i $k \leq k^+$ e inoltre, per l'ipotesi di inefficienza dell'impresa convenzionale, $k^+ < k^*$. Ora si osservi che $r^*(k) = 0$ per $k^+ < k \leq k^*$ implica $\lambda^* > 0$ e quindi $\psi^* = 0$. Inoltre si osservi che l'impresa convenzionale fa certamente profitti positivi almeno negli stati $k \leq m$. Allora dal giocare entrambe le imprese le medesime probabilità seguirebbe che la remunerazione attesa di un lavoratore con basso salario di riserva nell'impresa convenzionale sarebbe minore che nella partnership e quindi $\psi^* < 0$, una contraddizione.

Riferimenti bibliografici

- Alchian, A. (1984), *Specificity, Specialization, and Coalitions*, in «Journal of Institutional and Theoretical Economics», 140, pp. 34-49.
- Aoki, M. (1984), *The Co-operative Game Theory of the Firm*, Oxford, Clarendon Press.
- (1990), *The Participatory Generation of Information Rents and the Theory of the Firm*, in Aoki, M., Gustafsson, B. e Williamson, O. E. (a cura di), *The Firm as a Nexus of Treaties*, London, Sage Publication.
- Bonin, J. P., Jones, D. C., Putterman, L. (1993), *Theoretical and Empirical Studies of Producer Cooperatives: Will Ever The Twain Meet?*, in «Journal of Economic Literature», 23, pp. 1290-1320.
- Chilemi, O., Gui, B. (1994), *Remunerazione del lavoro in presenza di capitale umano specifico al gruppo di lavoro*, in Dell'Aringa, C. (a cura di), *La determinazione dei salari: teoria ed evidenza empirica*, Napoli, Esi.
- Hansmann, H. (1988), *The Ownership of the Firm*, in «Journal of Law, Economics, and Organization», 267, pp. 267-304.
- Mailath, G. J., Postlewaite, A. (1990a), *Workers Versus Firms: Bargaining Over a Firm's Value*, in «Review of Economic Studies», 57, pp. 369-380.
- (1990b), *Asymmetric Information Bargaining Problems with Many Agents*, in «Review of Economic Studies», 57, pp. 351-367.
- Prescott, E. C., Visscher, M. (1980), *Organization Capital*, in «Journal of Political Economy», 88, pp. 446-461.
- Rob, R. (1989), *Pollution Claim Settlements under Private Information*, in «Journal of Economic Theory», 47, pp. 307-333.
- Smith, S. C. (1988), *On the Incidence of Profit and Equity Sharing. Theory and an Application to the High Tech Sector*, in «Journal of Economic Behavior and Organization», 9, pp. 45-58.
- Stafford, F. P. (1987), *Organizational Theory and the Nature of Jobs*, in «Journal of Institutional and Theoretical Economics», 143, pp. 519-536.
- Takayama, A. (1985), *Mathematical Economics*, Cambridge, Cambridge University Press.