2. Contratti manageriali, organizzazione interna e competizione di mercato

di Michele Polo e Piero Tedeschi

1. Introduzione

Il disegno dei contratti interni di una organizzazione rappresenta oggi un corpo di conoscenze e un ambito di ricerca teorica estremamente vasti e importanti. Seguendo la tradizionale distinzione tra problemi di selezione avversa e di comportamento sleale, molti dei problemi che nascono in contesti di informazione asimmetrica possono essere ricondotti ad un'esigenza di selezione o di incentivazione degli agenti, che può essere soddisfatta attraverso una opportuna specificazione dei contratti.

Un aspetto prevalente nell'analisi teorica della struttura organizzativa delle imprese è tuttavia la relativa separazione tra problemi interni e dinamiche di mercato. In un problema standard di agenzia, la relazione economica fondamentale si svolge tra principale ed agente, mentre l'interazione con altri soggetti ed istituzioni economiche è riassunta nel vincolo di razionalità individuale, che richiede al principale di assicurare all'agente un'utilità almeno pari a quella che questi è in grado di ottenere stabilendo relazioni economiche con altri soggetti.

Il nostro lavoro si propone di indagare un aspetto del disegno dei contratti interni che invece enfatizza il legame tra struttura organizzativa e relazioni di mercato, e che può essere ricollegato nei suoi termini più generali ad un uso strategico della delega. Un proprietario specifica infatti la forma del contratto di remunerazione del proprio manager al fine di influenzarne il comportamento. Ma quando le scelte del manager coinvolgono decisioni relative alla competizione di mercato, quali quelle richieste dalla gestione dell'impresa, il proprietario ha modo indirettamente di influenzare la condotta del proprio agente nel momento in cui questi compete con manager rivali. In termini generali, i principali sono in grado di influire sui modi nei quali il gioco che si svolge tra i propri agenti verrà condotto. Il disegno dei contratti interni ubbidirà quindi in questo caso (anche) a ragioni di natura strategica, e dipenderà dal modo in cui la competizione di mercato si svolge.

La letteratura che ha sviluppato questo problema[1] ha utilizzato una struttura analitica comune, concentrandosi nello studio di giochi a due stadi, nel primo dei quali i proprietari offrono un contratto al proprio manager, a cui segue la competizione di mercato tra i manager. L'analisi è stata tuttavia sviluppata prevalentemente attraverso esempi specifici che utilizzano classi di contratti manageriali molto ristrette, quali combinazioni lineari dei ricavi, costi e profitti delle imprese. Mancando una analisi generale dell'equilibrio in questa classe di problemi, le implicazioni dell'uso di particolari tipi di contratti sull'insieme delle allocazioni di equilibrio del gioco rimane oscura.

In questo lavoro presentiamo una analisi generale dei contratti manageriali che consente di stabilire l'esistenza e caratterizzare gli equilibri in questa classe di giochi. Il risultato più importante, che richiama il risultato di *Folk Theorem* della letteratura sui giochi ripetuti, afferma che tutte le allocazioni individualmente razionali sono implementabili come equilibri perfetti nei sottogiochi qualora non esistano restrizioni nel disegno dei contratti. Per contro, qualora i contratti possano essere scelti solamente in determinate sottoclassi di funzioni, l'insieme degli equilibri si restringe: viene quindi presentato un teorema di caratterizzazione che consente di individuare attraverso una semplice ispezione dei dati fondamentali del modello dove si collocano le allocazioni di equilibrio, confrontandole con quelle che emergono in un gioco senza delega in cui i principali partecipino direttamente.

Viene infine sviluppato un esempio che illustra come le ragioni strategiche nel disegno dei contratti interni non si limitino ad influenzare la specificazione dei contratti manageriali, ma possano anche condizionare elementi della struttura organizzativa, quali la scelta del numero di unità produttive o divisioni.

2. Contratti manageriali in duopolio: un modello generale

In questa sezione presentiamo un modello di contratti manageriali in un mercato duopolistico nel quale i proprietari delegano ai manager la gestione della propria impresa. Descriveremo in particolare la

[1] Si veda Vickers [1985], Fershtman e Judd [1987], Sklivas [1987], Koray e Sertel [1989], Polo e Tedeschi [1992]. Il disegno dei contratti manageriali condivide la struttura analitica con una classe più ampia di modelli riconducibili alla categoria dei giochi di delega. A questi ultimi possono essere ricondotti tra gli altri problemi di competizione tra produttori e dettaglianti o problemi di politica commerciale strategica. Per un'analisi generale dei giochi di delega si veda Polo e Tedeschi [1993] e Fershtman, Judd e Kalai [1991].

struttura del gioco e analizzeremo l'esistenza e la caratterizzazione degli equilibri. Nelle successive sezioni il modello verrà utilizzato per organizzare i principali risultati della letteratura e per approfondire il tema del disegno della struttura divisionale delle imprese.

2.1. La struttura del gioco

Consideriamo un mercato nel quale operino due agenzie, ciascuna delle quali formata da un proprietario p^i e da un manager a^i. Il manager dell'impresa i è delegato dal proprietario a scegliere una azione[2] $s^i \in S^i$ dove S^i è un intervallo di $\mathbb{R}$. Utilizziamo inoltre la consueta notazione $S = S^1 \times S^2$ e $s \in S$. La funzione obiettivo del proprietario è riassunta nei profitti netti $\Pi^i(s, m^i)$, di classe C^2, strettamente concavi in s e strettamente decrescenti nella remunerazione del manager m^i. Seguendo l'approccio oramai consolidato nella letteratura sui contratti manageriali, ipotizziamo inoltre che i manager siano indifferenti rispetto alle azioni che devono compiere[3]: di conseguenza la loro utilità può essere assimilata al compenso che ricevono, vale a dire $u^i_a = m^i$. Per descrivere nel modo più semplice i vincoli di razionalità individuale imponiamo che l'utilità di riserva sia la stessa per entrambi gli agenti, e pari ad $\underline{m}$, mentre i proprietari abbiano un livello di profitti minimo normalizzato a 0. Inoltre ipotizziamo che esista un sottoinsieme non vuoto, compatto e convesso S^0 dello spazio delle azioni S che permette di soddisfare i vincoli di razionalità individuale di tutti i giocatori:

$$[1] \qquad S^0 = \{s \in S \mid \exists m^i \geq \underline{m}: \Pi^i(s, m^i) \geq 0, i = 1, 2\}$$

Analizziamo un gioco a due stadi, nel primo dei quali i proprietari scelgono un contratto di remunerazione per il proprio agente, mentre nel secondo i manager giocano tra loro scegliendo un'azione. Più precisamente il *timing* del gioco è descritto dalla sequenza:

t_1: ogni proprietario p^i propone un contratto $\mu^i: S \to \mathbb{R}$ al proprio manager a^i, che lo accetta o meno. Se il contratto è rifiutato il gioco termina, altrimenti

t_1': tutti i contratti e la loro accettazione divengono informazione pubblica;

[2] Nelle applicazioni, le azioni dei manager saranno solitamente riferite alla scelta di una quantità o di un prezzo.

[3] Il caso in cui l'utilità degli agenti dipenda anche dalle azioni s è trattato in Polo e Tedeschi [1993].

t_2: ogni agente sceglie un'azione $s^i \in S^i$;
t_2': s è osservato e verificabile e i contratti sono implementati.

Il *timing* del gioco corrisponde ad una situazione di informazione simmetrica con azioni osservabili, distaccandosi in questo dalla ipotesi ricorrente di informazione asimmetrica tra principale ed agente che caratterizza le analisi dell'agenzia. Scegliamo di muoverci in un contesto di informazione simmetrica con azioni osservabili poiché in questo modo più chiaramente è possibile evidenziare gli aspetti specifici legati all'uso strategico della delega.

Dalla descrizione della sequenza di mosse possiamo inoltre comprendere la natura delle strategie di principali ed agenti. Per il principale p^i la strategia consiste nella scelta di una funzione $\mu^i(s)$ dall'insieme delle funzioni M^i da S in $\mathbb{R}^+$, mentre la strategia dell'agente a^i corrisponde alla scelta di una applicazione σ^i: $M \to S^i$ dal vettore dei contratti ad una azione.

Abbiamo in questo modo descritto i caratteri fondamentali del gioco di delega che si svolge tra principali ed agenti. Il passo successivo richiede l'analisi degli equilibri in questa classe di giochi, che verrà sviluppata nel prossimo paragrafo.

2.2. L'equilibrio: esistenza e caratterizzazione

Nella situazione ora descritta i proprietari non partecipano direttamente al gioco di mercato, ma ne influenzano l'esito attraverso il disegno dello schema di remunerazione dei propri manager μ^i. In questo modo, infatti il proprietario è in grado di determinare il modo in cui il proprio agente si comporterà nella competizione con l'agente rivale. Definiamo allora $\tilde{\sigma}^i\,(s^j;\,\mu^i)$ come una *funzione di risposta implementabile* per l'agente a^i se esiste uno schema di remunerazione $\mu^i(s)$ tale che

$$[2] \qquad \tilde{\sigma}^i(s^j;\, \mu^i) \in \arg\max_{s^i} \mu^i(s)$$

Un *equilibrio di Nash nel gioco tra gli agenti* in t_2 corrisponde quindi ad un insieme di funzioni

$$\hat{\sigma}(\mu) = \{\hat{\sigma}^1(\mu),\, \hat{\sigma}^2(\mu)\}$$

tale che $\hat{\sigma}^i(\mu) = \hat{\sigma}^i(\hat{s}^j;\, \mu^i)$ e $m^i = \mu\,(\hat{s}) \geq \underline{m}$ per $i = 1, 2$, dove $\hat{s}^i = \hat{\sigma}^i(\mu)$ e $\hat{s} = \hat{\sigma}(\mu)$

Data questa definizione, l'esistenza di un equilibrio di Nash nell'ultimo stadio del gioco può essere stabilita in modo convenzionale.

PROPOSIZIONE 1. Esiste un equilibrio di Nash nel gioco tra agenti in t_2 se gli schemi di compensazione μ^i sono continui e quasi concavi in s^i.

Dimostrazione. Il teorema standard di esistenza può essere applicato, dato che lo spazio S^i è compatto e convesso e le funzioni di payoff degli agenti, μ^i sono continue e quasi concave.

□

Un *equilibrio perfetto nei sottogiochi* (EPS), infine, è una coppia di funzioni, $\hat{\mu}$ e $\hat{\sigma}$, tali che

$$[3] \qquad \Pi^i(\hat{\sigma}(\hat{\mu}), \hat{\mu}^i(\hat{\sigma}(\hat{\mu}))) \geq \Pi^i(\hat{\sigma}(\mu^i, \hat{\mu}^j), \mu^i(\hat{\sigma}(\mu^i, \hat{\mu}^j)))$$

per ogni $\mu^i \in M^i$ e dove $\hat{\sigma}$ corrisponde all'equilibrio di Nash nel gioco tra gli agenti. Questa definizione suggerisce che dimostrare l'esistenza di equilibri perfetti nei sottogiochi in questo contesto generale è complesso, richiedendo di massimizzare la funzione obiettivo di ciascun principale rispetto alle funzioni μ^i con i vincoli di partecipazione e di compatibilità degli incentivi degli agenti. Possiamo tuttavia richiamare un risultato, dimostrato in Polo e Tedeschi [1993], che consente di semplificare notevolmente il problema, affermando che, nel problema di ogni singolo principale p^i il vincolo di compatibilità degli incentivi del proprio agente a^i non è stringente.

TEOREMA 1 (Polo e Tedeschi [1993], Teorema 1). Condizione necessaria e sufficiente affinché due insiemi di funzioni $\hat{\mu}$ e $\hat{\sigma}$ costituiscano un EPS è che, ponendo $\hat{s} = \hat{\sigma}(\hat{\mu})$ e $\hat{m} = \hat{\mu}(\hat{\sigma})$, $\hat{s}$ e $\hat{m}$ siano la soluzione del seguente problema per $i = 1,2$:

$$\begin{aligned} &\max_{s,m^i} \Pi^i (s, m^i) \\ &s.t. \;\; m^i \geq \underline{m} \\ &s^j = \tilde{\sigma}^j (s^i; \mu^j) \end{aligned}$$

Dimostrazione. Vedi Polo e Tedeschi [1993], Teorema 1.

Il teorema ora enunciato afferma che il problema di ottimo di ciascun principale può essere semplificato, dal momento che il proprietario è sempre in grado di indurre il proprio manager a scegliere l'azione più desiderabile dal punto di vista del principale *data la funzione di risposta ottima dell'altro manager*. Per illustrare in modo intuitivo le conseguenze di questo risultato consideriamo il caso in cui vengano scelti contratti μ^i differenziabili, di modo che la funzione di risposta ottima degli agenti sia a sua volta una funzione differenziabile. Il Lagrangiano per il principale p^i tenendo conto del Teorema assume la forma

$$[4] \qquad \pounds = \Pi^i(s^i, \tilde{\sigma}^j(s^i; \mu^j), m^i) + \lambda(m^i - \underline{m})$$

La condizione del primo ordine per un massimo interno, dopo qualche semplificazione, è

$$[5] \qquad \frac{\partial\tilde{\sigma}^j}{\partial s^i} = -\frac{\partial\Pi^i/\partial s^i}{\partial\Pi^i/\partial s^j}$$

L'equazione [5] descrive la condizione necessaria per la scelta dell'allocazione di mercato ottimale da parte del proprietario i dato il contratto, e quindi la funzione di risposta ottima, dell'altro manager. Si noti che il termine alla destra dell'uguale non è altro che la pendenza dell'isoprofitto dell'impresa i: questa condizione richiede quindi che, in corrispondenza dell'allocazione ottimale, la funzione di risposta ottima del manager rivale sia tangente all'isoprofitto del proprietario. Va infine ricordato che questa condizione, che corrisponde alla scelta ottimale di un leader di Stackelberg, *in equilibrio deve valere simultaneamente per entrambi i proprietari*. Possiamo quindi concludere che un equilibrio nel gioco esaminato condivide una proprietà generalizzata di Stackelberg. Una volta illustrata questa proprietà degli equilibri perfetti nei sottogiochi, siamo in grado di dimostrare l'esistenza di un continuo di equilibri nel gioco in esame.

TEOREMA 2 (Esistenza). Tutte le allocazioni individualmente razionali descritte dalla [1] sono implementabili come allocazioni di equilibrio perfette nei sottogiochi attraverso contratti $\mu^i(s)$ differenziabili di classe C^2, se e solo se i principali sono in grado di stabilire qualunque valore del termine $\partial^2\mu^i/\partial s^i\partial s^j$.

Dimostrazione. Fissiamo un livello di remunerazione $m^i \geq \underline{m}$, $i = 1, 2$ in modo che ne risulti determinato l'insieme delle allocazioni individualmente razionali S^0. Scegliamo quindi un'allocazione $s \in S^0$. In questo modo risultano fissati i valori di $\Pi^i(s, m^i)$ e di tutte le derivate del primo e secondo ordine. Dato il Teorema 1 possiamo scegliere senza perdita di generalità funzioni di compensazioni μ^i continue e differenziabili con continuità sino all'ordine desiderato, valutando le restrizioni necessarie e sufficienti a garantire che l'allocazione s sia un equilibrio nel gioco. Prendendo come esempio l'impresa i, le condizioni necessarie e sufficienti per il problema dell'agente richiedono $\partial\mu^i/\partial s^i = 0$ e $\partial^2\mu^i/\partial s^{i2} < 0$. Ulteriori restrizioni sulle funzioni di compensazione del manager i derivano dalla scelta ottimale del proprietario j, così come possono essere desunte, permutando gli indici, da una espressione analoga alla [5]. Differenziando totalmente la condizione del primo ordine dell'agente i, la pendenza della funzione di risposta ottima risulta

$$\text{[6]} \qquad \frac{\partial\tilde{\sigma}^i}{\partial s^j} = -\frac{\partial^2\mu^i/\partial s^i\partial s^j}{\partial^2\mu^i/\partial s^{i2}}$$

che va posta uguale al *valore* assunto dalla pendenza dell'isoprofitto del proprietario j in corrispondenza dell'allocazione s. Le restrizioni sulle derivate di μ^i relative al problema dell'agente lasciano evidentemente sufficienti margini di libertà per soddisfare questa condizione di tangenza, sempreché il principale sia in grado di porre la derivata seconda mista al valore desiderato. Infine, essendo Π^i strettamente quasi concava in s, le condizioni del secondo ordine per il principale possono essere soddisfatte con funzioni di risposta ottima lineari. Funzioni di compensazione μ^i di classe C^2 sono compatibili con questa condizione.

□

Il teorema ora enunciato richiama un analogo risultato, noto come *Folk Theorem*, della letteratura sui giochi ripetuti. Nel caso di giochi di delega, la possibilità di implementare ogni allocazione individualmente razionale come equilibrio perfetto nei sottogiochi richiede che gli schemi di compensazione siano sufficientemente flessibili da soddisfare le condizioni richieste dall'equilibrio. La molteplicità degli equilibri così ottenuta può essere compresa nel suo aspetto intuitivo secondo il seguente argomento. Data una allocazione s le pendenze degli isoprofitti dei due proprietari risultano determinate. Le funzioni di risposta ottima devono incrociarsi in quel punto – soluzione del problema degli agenti – ed essere ciascuna tangente all'isoprofitto del proprietario rivale – soluzione del problema dei principali. Se i proprietari sono in grado di implementare qualunque funzione di risposta ottima, sono anche in grado di indurre qualunque equilibrio. Inoltre, si noti che le condizioni poste sulle caratteristiche delle funzioni di risposta ottima, e quindi degli schemi di remunerazione, sono essenzialmente locali: infiniti contratti, localmente equivalenti, possono quindi implementare la stessa allocazione di equilibrio s. In conclusione, la molteplicità degli equilibri nei giochi di delega di questo genere si manifesta sia nello spazio delle azioni S che, per dato s, in quello dei contratti M.

Per quanto dal Teorema 2 derivi la possibilità di implementare qualunque allocazione individualmente razionale, in numerose applicazioni l'insieme degli equilibri risulta più ristretto, in conseguenza di restrizioni che vengono poste sull'insieme dei contratti M^i tra cui proprietario può selezionare il proprio schema di remunerazione. quindi utile presentare un teorema di caratterizzazione che consenta di individuare alcune proprietà delle allocazioni di equilibrio attraverso una semplice ricognizione di alcuni dati elementari del modello.

Un punto di riferimento rilevante per valutare gli equilibri nel gioco di delega è quello relativo alla condotta del gioco qualora i proprietari scelgano direttamente le azioni s^i invece di delegare ai manager tali decisioni. La funzione di risposta ottima del proprietario definita in questo caso come

$$[7] \qquad \tilde{\sigma}_p^i (s^j) = arg \max_{s^i} \Pi^i(s)$$

Si definisca inoltre la seguente partizione dello spazio delle azioni S relativa alla funzione di risposta ottima del proprietario i:

$$[8] \qquad S^i_+ = \{s \in S \mid s^i \geq \tilde{\sigma}_p^i(s^j)\}$$

$$[9] \qquad S^i_- = \{s \in S \mid s^i \leq \tilde{\sigma}_p^i(s^j)\}$$

S^i_+ e S^i_- definiscono rispettivamente le allocazioni «oltre» e «prima» della funzione di risposta ottima nel gioco senza delega. Dal momento che i profitti sono strettamente quasi-concavi in s, gli isoprofitti hanno pendenza nulla nel punto di intersezione con la funzione $\hat{\sigma}_p^i(s^j)$ e sono caratterizzati da una pendenza *opposta* nei due insiemi sopra definiti. Questa constatazione ci consente di dimostrare facilmente il seguente teorema:

TEOREMA 3 (Caratterizzazione). Sia $\hat{\sigma}$ parte di un equilibrio perfetto nei sottogiochi che costituisca un massimo interno sia nel gioco degli agenti che in quello dei principali. Con funzioni di compensazione μ^i differenziabili vale allora la seguente condizione:

$$[10] \qquad \hat{s} \in S^i_+ \text{ se } \frac{\partial^2 \mu^j}{\partial s^i \partial s^j} \cdot \frac{\partial \Pi^i}{\partial s^j} \geq 0$$

e

$$[11] \qquad \hat{s} \in S^i_- \text{ se } \frac{\partial^2 \mu^j}{\partial s^i \partial s^j} \cdot \frac{\partial \Pi^i}{\partial s^j} \leq 0$$

per $i, j = 1, 2, i \neq j$.

Dimostrazione. Dal momento che $\hat{\sigma}$ è un equilibrio perfetto, la condizione [5] deve valere per $i, j = 1, 2, i \neq j$, cioè

$$[12] \qquad -\frac{\partial^2 \mu^j / \partial s^i \partial s^j}{\partial^2 \mu^j / \partial s^{j2}} = -\frac{\partial \Pi^i / \partial s^i}{\partial \Pi^i / \partial s^j}$$

Si ricordi che $\partial^2 \mu^j / \partial s^{j2} < 0$ per le condizioni del secondo ordine nel problema degli agenti. Quindi

$$[13] \qquad segno(\partial \Pi^i / \partial s^i) = segno((-\partial^2 \mu^j / \partial s^i \partial s^j)(\partial \Pi^i / \partial s^j))$$

Inoltre, per la concavità di Π^i, $\partial \Pi^i / \partial s^i \geq 0$ se $s \in S^i$ e $\partial \Pi^i / \partial s^i \leq 0$ se $s \in S^i_+$.

□

3. Contratti manageriali ed equilibri di mercato

La letteratura sulle ragioni strategiche nel disegno della struttura interna di delega dell'impresa, di cui l'esempio dei contratti manageriali è quello più sviluppato, prende origine dal contributo di Vickers [1985], nel quale, in termini prevalentemente qualitativi, si sottolinea come l'analisi dell'oligopolio e la teoria dell'impresa possano trovare un reciproco arricchimento. Vengono così suggerite numerose direttrici di ricerca riguardo agli incentivi manageriali con *relative performance*, alle determinanti dell'integrazione o disintegrazione orizzontale o dei contratti verticali restrittivi. La letteratura si è successivamente sviluppata trattando alcuni esempi semplici, nei quali i proprietari offrono contratti ai propri manager contingenti a determinati indici di performance dell'impresa.

Fershtman e Judd [1987] e Sklivas [1987] considerano in particolare un duopolio con prodotto omogeneo o differenziato, nel quale manager sono chiamati a scegliere la quantità o il prezzo e sono remunerati secondo il seguente schema di compensazione

$$[14] \qquad \mu^i(s) = \alpha^i + R^i(s) - \beta^i C^i(s)$$

dove $R^i(s)$ e $C^i(s)$ sono rispettivamente i ricavi e i costi dell'impresa, mentre l'azione s^i corrisponde a seconda dei casi ad un prezzo o ad una quantità. Viene in particolare indagato un modello con domanda e costi lineari: utilizzando come esempio il caso di prodotto omogeneo e scelta della quantità, lo schema di remunerazione diviene

$$[15] \qquad \mu^i(q^i, q^j) = \alpha^i + (a - b(q^i + q^j) - \beta^i c)q^i$$

Svolgendo questa espressione possiamo quindi riscrivere la funzione come

$$[16] \qquad \mu^i(q^i, q^j) = \alpha^i + (a - \beta^i c)q^i - bq^j q^i - bq^{i2}$$

Applicando il Teorema 3 possiamo notare che, quando i manager giocano nelle quantità, $\partial \Pi^i / \partial q^j < 0$ e $\partial^2 \mu^i / \partial q^i \partial q^j < 0$. Pertanto ci attendiamo $s \in S^i_+$, e cioè che eventuali equilibri perfetti nei sottogiochi implichino *sovrapproduzione* rispetto al gioco senza delega. Con prodotti differenziati e scelta dei prezzi si ottiene invece $\partial \Pi^i / \partial p^j > 0$ e $\partial^2 \mu^i / \partial p^i \partial p^j > 0$: pertanto $s \in S^i_+$ e gli eventuali equilibri implicano *sovrapprezzo*.

La seconda particolarità di questi due lavori consiste nell'unicità dell'equilibrio perfetto nei sottogiochi che individuano. Per comprendere questo aspetto possiamo notare che il proprietario può influenzare la remunerazione del manager attraverso la scelta dei parametri α^i e β^i: in questo modo è in grado di influenzare il termine lineare in q^i della [16] ma non i termini quadratici. Questa proprietà fa sì che il proprietario possa influenzare l'intercetta della funzione di risposta ottima del manager ma non la sua pendenza, implementando quindi una famiglia di curve tra loro parallele. Di conseguenza, solamente una allocazione s consentirà di eguagliare le pendenze *date* delle funzioni di risposta ottima degli agenti a quelle degli isoprofitti.

In Polo e Tedeschi [1992] lo stesso tipo di modello viene studiato considerando schemi di remunerazione che dipendono anche dai profitti dell'impresa rivale

$$[17] \qquad \mu^i(s) = \alpha^i + R^i(s) - \beta^i C^i(s) + \gamma^i \Pi^j(s)$$

Mantenendo il modello lineare sopra descritto e svolgendo le espressioni otteniamo il polinomio

$$[18] \quad \mu^i(q^i, q^j) = \alpha^i + (a - \beta^i c)q^i + \gamma^i(a - c)q^j - b(1 + \\ + \gamma^i)q^i q^j - bq^{i2} - b\gamma^i q^{j2}$$

Di conseguenza otteniamo ora $\partial^2\mu^i/\partial q^i \partial q^j = - b(1 + \gamma^i)$: pertanto i proprietari, attraverso la scelta di γ^i, sono in grado di influenzare il segno di questa derivata, e quindi di modificare non solo l'intercetta ma anche la pendenza della funzione di risposta ottima dell'agente. Applicando il Teorema 3 si può quindi vedere come le allocazioni di equilibrio ricadano sia in S^i_+ che in S^i_-. Inoltre, potendo indurre qualunque funzione di risposta ottima, ogni allocazione individualmente razionale è implementabile come equilibrio perfetto nei sottogiochi.

4. Contratti manageriali e struttura divisionale dell'impresa

In questo paragrafo offriremo alcuni esempi che illustrano come le ragioni dettate dalla competizione tra imprese possano influenzare non solo il disegno dei contratti interni, ma la stessa struttura gerarchica e organizzativa.

Un primo contributo su questo tema è offerto da Koray e Sertel [1989], che analizzano un duopolio lineare con prodotto omogeneo e scelta della quantità, nel quale i principali, ad ogni livello gerarchico a cominciare da quello dei proprietari, possono scegliere se partecipare direttamente al gioco di mercato o stabilire un ulteriore livello di delega, offrendo un contratto ad un agente. Il risultato più importante raggiunto da questi autori indica come sia sempre ottimale per il principale delegare la gestione del gioco ad un agente, stabilendo un ulteriore livello gerarchico.

L'intuizione di questo risultato può essere colta riferendosi alla proprietà di equivalenza stabilita nel Teorema 1, secondo cui in un equilibrio perfetto nei sottogiochi ciascun principale è simultaneamente in una posizione analoga a quella di uno Stackelberg *leader*. Si consideri quindi la scelta di un principale che fronteggia un particolare giocatore, tra la partecipazione diretta al gioco e la delega ad un agente. Qualora il principale partecipi direttamente al gioco di mercato, questi massimizza il proprio payoff per data *azione* dell'avversario. Se tuttavia delega ad un agente la condotta del gioco, sarà in grado di selezionare l'allocazione preferibile data la *funzione di risposta ottima* del giocatore rivale: è immediato come il principale ottenga in questo secondo caso un payoff non minore, ed in generale superiore, analogamente al fatto che il payoff di uno Stackelberg leader è superiore rispetto a quello conseguito in un equilibrio di Nash simultaneo. Concludiamo quindi che, qualunque sia il giocatore che il principale si trovi di fronte, quest'ultimo trova ottimale delegare la condotta gioco ad un agente appropriatamente incentivato[4].

Mentre il contributo di Koray e Sertel [1989] approfondisce i gami tra incentivazione strategica e struttura *verticale* dell'impresa, svilupperemo ora un esempio che consente di trattare l'influenza della rivalità di mercato sulla struttura *orizzontale* dell'impresa stessa, vale dire sul numero di impianti o di divisioni che in essa operano.

Consideriamo quindi un duopolio con prodotto omogeneo e domanda $p = a - bQ$ e costi $C^i = cq^i$ lineari nel quale la competizione avvenga nelle quantità. Ipotizzeremo inoltre che i contratti non possano essere condizionati a variabili relative alle performance delle altre imprese[5].

Rispetto alla struttura dei giochi descritta in precedenza, tuttavia, immagineremo che i proprietari scelgano il numero, oltre che il tipo di contratti manageriali da offrire, determinando in questo modo implicitamente una struttura con una o più unità produttive all'interno dell'impresa. Più precisamente, il timing del gioco è descritto dalla sequenza ora descritta.

t_0: ogni proprietario sceglie a quanti manager offrire un contratto;

t'_0: il numero di contratti da offrire diviene informazione pubblica;

t_1: ogni proprietario p^i propone un contratto $\mu^i: S \rightarrow \mathbb{R}^+$ al proprio manager a^i, che lo accetta o meno. Se il contratto è rifiutato il gioco termina, altrimenti

[4] Si noti che questa affermazione implica solamente che è sempre ottimale delegare la condotta del gioco, ma non che nell'equilibrio perfetto nei sottogiochi che si determina attraverso la delega i principali ottengano sempre payoff superiori rispetto a quelli associati all'equilibrio di un gioco nel quale i principali stessi giochino direttamente.

[5] La giustificazione di questa ipotesi deve essere in questo caso necessariamente di natura istituzionale: ad esempio, l'autorità Antitrust non consente alle imprese di offrire contratti di *relative performance*, temendo che questi possano essere utilizzati per promuovere collusione tra le imprese. Una spiegazione alternativa per questa restrizione nello spazio dei contratti M^i potrebbe riferirsi al fatto che le informazioni necessarie per implementare contratti di diversa natura non sono disponibili all'impresa. Nel nostro caso, tuttavia, questa giustificazione non può essere invocata dal momento che l'impresa, conoscendo i parametri relativi alle funzioni di domanda e di costo, è in grado di desumere *ex post* la quantità prodotta dall'altra impresa, e quindi è nella posizione di implementare un contratto analogo a quello descritto dalla [18].

t'_1: tutti i contratti e la loro accettazione divengono informazione pubblica;

t_2: ogni agente sceglie un'azione $q^i \in [0, (a - c)/b]$;

t'_2: q è osservato e verificabile e i contratti sono implementati.

L'analisi del gioco richiede quindi lo studio dei sottogiochi individuati dalla scelta iniziale sul numero di manager da utilizzare. Esprimeremo quindi in modo sintetico questi sottogiochi secondo la notazione $\{1, \ldots, n^i; n^i + 1, \ldots, n^i + n^j\}$, in base a cui il principale i offre n^i contratti mentre il proprietario j intende reclutare n^j manager. Inizieremo quindi dal caso più semplice, nel quale entrambi i proprietari offrono un solo contratto.

Caso $\{1; 2\}$

Qualora i principali scelgano di delegare ad un solo agente, i contratti implementabili ricadono nella specificazione descritta dalla [16], mentre l'equilibrio perfetto riproduce in questo caso il risultato di Fershtman e Judd [1987] e di Sklivas [1987].

Proposizione 2 [Fershtman e Judd 1987, Sklivas 1987]. Nel sottogioco $\{1; 2\}$ esiste un equilibrio unico perfetto caratterizzato dalla allocazione

$$[19] \qquad q^i = q^j = \frac{2(a - c)}{5b}$$

indotto dai seguenti parametri contrattuali

$$[20] \qquad \beta^1 = \beta^2 = \frac{6c - a}{5c}$$

Dimostrazione[6]. La [16] implica funzioni di risposta ottima lineari mentre i profitti sono strettamente quasi concavi, la condizione di tangenza tra isoprofitti e funzioni di risposta ottima è necessaria e sufficiente per l'esistenza dell'equilibrio. È immediato calcolare che la pendenza dell'isoprofitto del proprietario i è data dall'espressione

$$[21] \qquad \frac{a - c - 2bq^i - bq^j}{bq^i}$$

mentre calcolando la pendenza della funzione di risposta ottima del

[6] La dimostrazione è diversa e più semplice di quella del lavoro originale e utilizza il Teorema 1.

manager j in base al contratto descritto dalla [16] questa risulta pari a $-1/2$. Eguagliando le due espressioni e risolvendo per l'equilibrio simmetrico si ottengono le quantità descritte nell'enunciato. L'unicità infine deriva dal fatto che, nella struttura perfettamente simmetrica del modello, gli isoprofitti hanno pendenza inversa solamente per allocazioni simmetriche, e possono essere quindi tangenti alle funzioni di risposta ottima solamente in un sottoinsieme di questo luogo di punti. Inoltre, la pendenza degli isoprofitti valutata in corrispondenza delle allocazioni simmetriche risulta strettamente decrescente nella quantità prodotta. Esisterà quindi un solo punto nel quale la tangenza si realizza. Infine, dal momento che le condizioni del primo ordine nel gioco dell'agente richiedono

$$[22] \qquad \frac{\partial \mu^i}{\partial q^i} = a - \beta^i c - 2bq^i - bq^j = 0$$

sostituendo le quantità di equilibrio e risolvendo per β^i otteniamo parametri contrattuali [7] dell'enunciato.

□

Possiamo inoltre notare che, se si utilizza un solo manager in ciascuna impresa, la quantità di equilibrio perfetto eccede [8] quella dell'equilibrio nel gioco senza delega, corrispondente per ciascuna impresa al livello $(a - c)/3b$, e comporta quindi profitti inferiori. Passiamo quindi ad analizzare i sottogiochi nei quali più di un manager viene utilizzato all'interno della stessa impresa.

CASO $\{1, 2; 3\}$

Nel caso in cui un proprietario operi con due manager, può implementare contratti qualitativamente diversi da quelli dell'impresa unidivisionale. È infatti in grado di offrire contratti contingenti alla performance dell'altra *unità produttiva*. Se i manager 1 e 2 operano nella stessa impresa, ipotizzeremo che i contratti per ciascun singolo manager abbiano la forma

$$[23] \qquad \mu^1(q^1, q^2, q^3) = \alpha + (a - b(q^1 + q^2 + q^3) - \beta c)q^1 + \gamma \Pi^2$$

$$[24] \qquad \mu^2(q^1, q^2, q^3) = \alpha + (a - b(q^1 + q^2 + q^3) - \beta c)q^2 + \gamma \Pi^1$$

mentre l'altro proprietario offrirà un contratto

[7] Il parametro α^i è aggiustato in modo da risolvere il vincolo di razionalità individuale dell'agente.

[8] Questo conferma quanto in precedenza suggerito attraverso l'uso del Teorema 3.

$$[25] \qquad \mu^3 (q^1, q^2, q^3) = \alpha^3 + (a - b(q^1 + q^2 + q^3) - \beta^3 c)q^3$$

La [23] e la [24] mostrano come il proprietario che opera con due impianti può offrire contratti separati a ciascun manager, che distinguano le performance della propria unità produttiva da quella dell'altro manager. Se invece il proprietario offre a ciascun manager un contratto che non distingue le performance dei due impianti, egli deve risolvere un problema di incentivazione indistinguibile da quello che si presenta operando con un solo impianto e un solo manager.

Per poter caratterizzare gli equilibri perfetti di questi sottogiochi descriviamo come può essere adattato il Teorema 1 al caso di più agenti per un principale. In primo luogo, il principale massimizza la somma dei profitti delle proprie unità produttive: dati gli indici relativi ai manager, il principale che opera con due impianti massimizzerà quindi $\Pi^1 + \Pi^2$. Per il Teorema 1 i vincoli di compatibilità degli incentivi non sono stringenti per nessuno dei propri agenti, e il problema del principale risulta equivalente a quello in cui questi sceglie direttamente l'output dei due impianti, q^1 e q^2, tenendo in conto la funzione di risposta ottima $\tilde{q}^3(q^1, q^2)$ del terzo agente.

Quando invece consideriamo la scelta del principale che opera con un solo impianto, questi dovrà scegliere il livello di output q^3 tenendo in conto del *gioco*, e non della semplice risposta ottima, che si svolge tra gli agenti 1 e 2: in altri termini, il principale dovrà considerare l'equilibrio di Nash nel gioco ristretto che si svolge, per dato livello di q^3, tra i due agenti rivali, che determina le quantità $(\hat{q}^1(q^3), \hat{q}^2(q^3))$ in funzione della scelta di output della terza unità produttiva.

Il problema può essere quindi formalmente descritto come

$$[26] \qquad \max_{q^1, q^2} \Pi^1 (q^1, q^2, \tilde{q}^3(q^1, q^2)) + \Pi^2 (q^1, q^2, \tilde{q}^3(q^1, q^2))$$

e

$$[27] \qquad \max_{q^3} \Pi^3 (\hat{q}^1(q^3), \hat{q}^2(q^3), q^3)$$

con i vincoli di razionalità individuale degli agenti. Le condizioni del primo ordine per questi problemi [9] risultano quindi

[9] Riportiamo solamente la derivata del profitto congiunto del primo principale rispetto a una delle due quantità, dal momento che le due condizioni risultano identiche.

$$[28] \qquad \frac{\partial(\Pi^1 + \Pi^2)}{\partial q^1} = a - c - bq^3 - b(q^1 + q^2)(2 + \frac{\partial \tilde{q}^3}{\partial q_1}) =$$

$$[29] \qquad \frac{\partial \Pi^3}{\partial q^3} = a - c - b(q^1 + q^2) - bq^3(2 + \frac{\partial \hat{q}^1}{\partial q_3} + \frac{\partial \hat{q}^2}{\partial q_3}) =$$

Differenziando la [25] otteniamo la funzione di risposta ottima del terzo agente, da cui risulta $\partial\tilde{q}^3/\partial q^1 = -1/2$. Differenziando la [23 e [24] otteniamo il sistema delle funzioni di risposta ottima dei primi due agenti, che può essere risolto ottenendo l'equilibrio di Nash nel gioco ristretto in funzione dell'output del terzo agente, $\hat{q}^1(q^3)$, $\hat{q}^2(q^3$ Differenziando ulteriormente otteniamo

$$[30] \qquad \frac{\partial \hat{q}^1}{\partial q_3} = \frac{\gamma - 1}{4 - (1 + \gamma)^2} = -\frac{1}{3 + \gamma}$$

Sostituendo queste espressioni nelle [28] e [29] otteniamo infine le quantità di equilibrio, che sono descritte nella proposizione che segue.

PROPOSIZIONE 3. Nel sottogioco $\{1,2;3\}$ esiste un continuo di allocazioni di equilibrio perfetto caratterizzate da

$$[31] \qquad q^1 = q^2 = \frac{(a - c)}{b}\frac{(1 + \gamma)}{2(3 + 2\gamma)} \qquad q^3 = \frac{(a - c)}{b}\frac{(3 + \gamma)}{2(3 + 2\gamma)}$$

I profitti congiunti del primo proprietario sono crescenti per $\gamma \geq -1$, e sono massimi e pari ai profitti dello Stackelberg leader per $\gamma \rightarrow \infty$.

Dimostrazione. Il computo delle quantità di equilibrio è stato già svolto in precedenza. Il calcolo dei parametri β e β^3 può essere condotto in modo analogo a quanto mostrato nella proposizione precedente, eguagliando le quantità di equilibrio perfetto a quelle dell'equilibrio di Nash nell'ultimo stadio, e risolvendo per questi parametri. I profitti lordi di equilibrio ottenuti dai due proprietari sono quindi

$$[32] \qquad \Pi^1 + \Pi^2 = K\frac{(1 + \gamma)^2}{2(3 + 2\gamma)^2} \; \Pi^3 = K\frac{(1 + \gamma)(3 + \gamma)}{4(3 + 2\gamma)^2}$$

dove $K = (a - c)^2/b$. È immediato calcolare come i profitti congiunti del primo proprietario abbiano un minimo per $\gamma = -1$ e siano successivamente crescenti. Per $\gamma \rightarrow \infty$ i profitti congiunti tendono a $K/16$, corrispondenti ai profitti dello Stackelberg leader nel gioco senza delega.

□

La soluzione dello Stackelberg leader è raggiungibile solo al limite utilizzando contratti differenziabili. Tuttavia la stessa è implementabile utilizzando contratti discontinui che, in corrispondenza dell'allocazione di Stackelberg, conferiscano un premio al manager. Quest'ultima alternativa è quindi un modo di interpretare il risultato precedente quando $\gamma \rightarrow \infty$.

CASO {1,2;3,4}

Consideriamo ora il sottogioco nel quale entrambi i proprietari offrono due contratti, disponendo quindi ciascuno di una coppia di manager. In questo caso i contratti implementati in entrambe le imprese comportano *relative performance* tra i due manager interni: essendo ora l'insieme dei contratti del tutto simmetrico tra le due imprese, descriveremo a titolo di esempio solamente quello del manager 1:

[33] $$\mu^1 (q^1, q^2, q^3, q^4) = \alpha^1 + (a - b(q^1 + q^2 + q^3 + q^4) - \beta^1 c)q^1 + \gamma^1 \Pi^2$$

In questo caso, inoltre, il problema che risolve ciascun principale è analogo alla scelta della quantità nei due impianti della propria impresa tenendo conto dell'equilibrio di Nash del gioco ristretto tra i due manager rivali. La condizione necessaria per la scelta dell'allocazione ottimale è quindi data, per il primo principale[10]

[34] $$\frac{\partial(\Pi^1 + \Pi^2)}{\partial q^1} = a - c - b(q^3 + q^4) - b(q^1 + q^2)\left(2 + \frac{\partial \hat{q}^3}{\partial q^1} + \frac{\partial \hat{q}^4}{\partial q^1}\right) = 0$$

Dal sistema delle funzioni di remunerazione μ^i è possibile inoltre calcolare l'equilibrio di Nash ristretto, da cui, differenziando, si ottiene

[35] $$\frac{\partial \hat{q}^1}{\partial q^3} = \frac{\partial \hat{q}^2}{\partial q^3} = \frac{\partial \hat{q}^3}{\partial q^1} = \frac{\partial \hat{q}^4}{\partial q^1} = -\frac{1}{3 + \gamma}$$

[10] Per il proprietario dell'altra impresa una condizione del tutto analoga vale, ottenibile permutando gli indici.

Nella proposizione che segue viene caratterizzato l'equilibrio quando entrambi i proprietari dispongono di due manager.

PROPOSIZIONE 4. Nel sottogioco $\{1,2;3,4\}$ esiste un continuo di allocazioni di equilibrio perfetto caratterizzate da $\gamma^1 = \gamma^3 = \gamma$ e

$$[36] \qquad q^1 = q^2 = q^3 = q^4 = \frac{(a-c)}{b} \frac{3+\gamma}{2(7+3\gamma)}$$

Per $\gamma = -5$ l'allocazione di equilibrio replica quella di monopolio.

Dimostrazione. Sostituendo [35] nel sistema descritto dalla [34] e risolvendo si ottengono le quantità di equilibrio perfetto nei sottogiochi. I valori corrispondenti di β, che saranno funzioni di γ, si possono ottenere eguagliando le quantità dell'equilibrio perfetto sopra descritte con quelle corrispondenti all'equilibrio di Nash tra gli agenti nell'ultimo stadio del gioco. Eguagliando infine la quantità totale alla quantità di monopolio $(a - c)/2b$ e risolvendo per γ si ottiene valore del parametro che implementa l'allocazione di monopolio.

□

I risultati presentati nelle ultime tre Proposizioni consentono di apprezzare l'effetto di diverse strutture divisionali, e dei contratti che nei diversi casi sono implementabili, sulle allocazioni di equilibrio. Quando entrambi i proprietari impiegano un solo manager, l'equilibrio perfetto comporta profitti inferiori rispetto all'equilibrio di Nash del gioco senza delega. Introducendo una seconda unità produttiva, un proprietario è in grado di ottenere i profitti dello Stackelberg leader, mentre quando entrambi i proprietari offrono due contratti manageriali tutte le allocazioni individualmente razionali risultano implementabili, inclusa quella corrispondente alla produzione di monopolio.

Avendo ottenuto in alcuni dei sottogiochi considerati una molteplicità di equilibri, non è immediato procedere al confronto tra le diverse strutture divisionali, dal momento che per fare questa operazione e selezionare gli equilibri perfetti nell'intero gioco dovremmo associare ad ogni sottogioco *una* allocazione di equilibrio. Per procedere in questa parte finale della nostra analisi seguiremo quindi questo criterio, che per brevità definiremo di *ordinamento paretiano degli equilibri*. Nel caso in cui solamente un proprietario introduce due contratti, selezioneremo l'allocazione di equilibrio che consente *a questo proprietario* i massimi profitti, cioè l'allocazione di Stackelberg. Nel caso invece in cui entrambi i proprietari offrano due contratti, sceglieremo quale allocazione di equilibrio saliente quella simmetrica che riproduce la quantità di monopolio, cioè quella Pareto efficiente *per entrambi i giocatori*.

Con questa precisazione possiamo quindi enunciare il seguente teorema.

Teorema 4. Nel gioco completo a tre stadi esiste un equilibrio perfetto nei sottogiochi, sorretto dalla selezione Pareto efficiente degli equilibri nei sottogiochi indotti dalla scelta del numero di contratti, nel quale ciascun proprietario impiega due manager e in cui viene implementata l'allocazione Pareto efficiente di cartello ottimo.

Dimostrazione. Il risultato discende direttamente dalla caratterizzazione degli equilibri nei diversi sottogiochi, unitamente al criterio di selezione Pareto efficiente delle allocazioni in ciascun sottogioco.

Si noti infine che i proprietari non hanno convenienza ad utilizzare più di due manager, dal momento che l'offerta di un terzo contratto non amplierebbe l'insieme delle allocazioni di equilibrio, mentre farebbe crescere i pagamenti complessivi per la remunerazione dei manager stessi.

□

È interessante notare come, nel caso del disegno della struttura *orizzontale* dell'impresa, le ragioni strategiche non spingono ad una continua proliferazione di unità produttive parallele, contrariamente a quanto invece emerge nel risultato di Koray e Sertel [1989] sulla struttura *verticale*. Inoltre, il disegno della struttura organizzativa consente nel nostro esempio di ottenere profitti superiori rispetto a quelli del gioco senza delega, contrariamente al risultato di Koray e Sertel [1989] nel quale all'allungamento della catena gerarchica si accompagna la convergenza verso allocazioni concorrenziali.

La situazione esaminata in queste pagine è naturalmente molto stilizzata, e va quindi utilizzato quale esempio. Dai risultati ora discussi ci sembra tuttavia si possa avanzare una interpretazione di natura più generale.

Quando le imprese non hanno alcun vincolo nel disegno dei propri contratti, ogni allocazione individualmente razionale è implementabile come equilibrio nel gioco di delega. D'altra parte una restrizione sulla classe di contratti che possono essere offerti ai manager può derivare da due tipi di circostanze. In primo luogo i principali possono non avere le informazioni necessarie ad attuare determinati schemi di remunerazione, poiché ad esempio certe variabili non sono verificabili e non possono quindi essere inserite nel contratto. Oppure alcune categorie di contratti sono escluse per ragioni istituzionali, quali le direttive stabilite da una autorità antitrust. In entrambi i casi, l'insieme degli equilibri implementabili può divenire più ristretto, e alcuni casi interessanti può essere Pareto dominato da altre allocazioni non implementabili in equilibrio nel gioco di delega.

L'esempio che abbiamo svolto suggerisce come molto spesso vincoli di natura informativa o istituzionale possano essere aggirati riproducendo all'interno dell'impresa alcuni aspetti della dinamica di mercato. Più precisamente, è possibile allargare l'insieme delle allocazioni di equilibrio implementabili scegliendo una struttura con più unità produttive e disegnando contratti separati fra manager della stessa impresa, in modo da indurre concorrenza anche tra di loro [11]. In questo modo è possibile arricchire le modalità in cui i principali sono in grado di distorcere la condotta degli agenti, raggiungendo equilibri Pareto superiori rispetto a quelli che possono essere attuati operando con un solo agente sul mercato.

Riferimenti bibliografici

Fershtman, C., Judd, K. (1987), *Equilibrium Incentives in Oligopoly*, in «American Economic Review», vol. 77, pp. 927-40.

Fershtman, C., Judd, K., Kalai, E. (1991), *Observable Contracts: Strategic Delegation and Cooperation*, in «International Economic Review», vol. 3, pp. 551-60.

Koray, S., Sertel, M. (1989), *Limit Theorems for Recursive Delegation Equilibria*, dattiloscritto.

Polo, M., Tedeschi, P. (1992), *Managerial Contracts, Collusion and Mergers*, in «Ricerche Economiche».

—, (1993), *Equilibrium and Renegotiation in Delegation Games*, dattiloscritto.

Sklivas, S. (1987), *The Strategic Choice of Managerial Incentives*, in «Rand Journal of Economics», vol. 4, pp. 473-86.

Vickers, J. (1985), *Delegation and the Theory of the Firm*, in «Economic Journal Supplement», vol. 95, pp. 138-47.

[11] In Polo e Tedeschi [1992] è trattato un problema in parte simile a quello oggetto di questo lavoro, e cioè la caratterizzazione dei contratti successivi alla fusione tra due imprese nel mercato.