

Una breve nota sulla discussione di Frank Knight circa il significato di rischio e di incertezza

di Jochen Runde

Si può dire che Frank Knight [1921] sia più spesso citato che letto in riferimento alla famosa distinzione tra rischio e incertezza che porta il suo nome. Questa è, certamente, una sorte che tocca a molte autorità scientifiche e, almeno in questo caso, le conseguenze non sono particolarmente gravi, poiché la distinzione «knightiana» ha acquistato un uso corrente tutto suo il cui significato è ragionevolmente univoco e sufficientemente comprensibile. Certamente, la convenzione di usare il termine «rischio» per descrivere una situazione decisionale in cui le «probabilità per guidare la scelta siano disponibili» ed «incertezza» per descrivere una situazione decisionale in cui «l'informazione sia troppo imprecisa perché possa essere rappresentata in termini probabilistici» è profondamente radicata sia in teoria economica che nella teoria delle decisioni¹.

Detto questo, e come sanno coloro che già hanno una certa familiarità con l'argomento, vale la pena leggere la lunga disquisizione sul «significato di rischio e incertezza» che appare nel capitolo VII di *Rischio, Incertezza e Profito* [1921] di Knight². Non soltanto la sua categorizzazione dei diversi tipi di «situazioni probabilistiche» è molto più sottile di quanto si possa dedurre dalla semplice dicotomia tra rischio e incertezza, ma egli ha anche molte cose interessanti da dire sull'induzione, le «leggi» sociali, la metafisica del caso e la psicologia delle decisioni in condizioni di incertezza. Considerati quindi i tanti aspetti positivi della discussione di Knight, per non menzionare quanto spesso il suo contributo continui ad essere preso come punto di riferimento, è un vero peccato che questo lavoro sembri essere mina-

Questo capitolo è basato sulla traduzione della dott.ssa Marianna Vintiadis dell'originale inglese appositamente redatto dall'autore per questo volume (N.d.C.).

¹ Questa formulazione particolare è presa da un articolo recente di Epstein e Wang [1994, 283]. Si vedano anche Bewley [1986], Dow e Werlang [1992], Ellsberg [1961], Kelsey e Quiggin [1992] e Lucas [1983, 223-224].

² Commenti recenti molto stimolanti su questo punto si possono trovare in Lawson [1988], Langlois e Cosgell [1993] e Leroy e Singell [1987].

to da una confusione elementare. Lo scopo di questa nota è di localizzare l'origine della confusione e di proporre una riformulazione della posizione di Knight che la eviti. Si spera dunque che i lettori possano così trarre beneficio dalle molteplici intuizioni presenti nella discussione di Knight (e possano fare riferimento ad essa) senza il rischio di essere fuorviati (o fuorvianti) nei passaggi più deboli.

1. Due tipi di *chances*

All'inizio del suo *Rischio, Incertezza e Profitto* [1921, 21] Knight fa un'ampia distinzione tra le situazioni in cui l'agente viene guidato da chances note e quelle in cui ciò non avviene. In quanto segue la tradizionale distinzione knightiana si riferisce a:

① situazioni di rischio: situazioni in cui l'agente assegna probabilità ad eventi in base a chances note, dove le chances vengono definite come proporzioni numeriche di x omogenee (in determinati sensi e fino ad un certo grado) che sono anche y .

② situazioni di incertezza: situazioni in cui l'agente non può assegnare probabilità ad eventi poiché non è possibile calcolarne le chances (situazioni in cui sono insufficienti quelle x che siano abbastanza omogenee da formare classi entro le quali si possano determinare le proporzioni di x che siano anche y).

Questa formulazione molto generale sembra coprire quello che la maggioranza degli autori ha in mente quando si riferisce alla distinzione di Knight (la caratterizzazione di Epstein e Wang può essere interpretata come un caso particolare di questa formulazione). Si noti che la definizione di rischio è sufficientemente ampia da includere la concezione classica della probabilità o quella che Knight chiama la concezione a priori della probabilità (discussa in seguito), le teorie frequentiste e persino alcune interpretazioni non-standard della probabilità come la «teoria delle propensioni» di Popper [1959].

Come ho già indicato, la posizione di Knight è più sottile di quanto sia suggerito dalla semplice distinzione tra rischio e incertezza. Sebbene numerose caratteristiche del suo lavoro invitino a commenti su questo punto, intendo concentrare l'attenzione su tre di esse in particolare. La prima è che egli si riferisce non a una dicotomia bensì a una «tricotomia» riferita a quelle che egli chiama «situazioni probabilistiche». Esse vengono riassunte da Knight come segue:

① Probabilità a priori: quando vi è una classificazione in gruppi del tutto omogenei degli eventi possibili che sono in ciascuno di essi completamente

identici eccetto che per fattori realmente indeterminati. Questo giudizio di probabilità si trova sullo stesso piano logico delle proposizioni matematiche.

2) Probabilità statistica: quando vi è una valutazione empirica della frequenza di associazione tra predicati non riducibile a combinazioni variabili di alternative ugualmente probabili. Bisogna sottolineare che qualsiasi grado elevato di fiducia che le proporzioni riscontrate in passato debbano persistere in futuro, è ancora basato su un giudizio *a priori* di indeterminatezza. Due complicazioni devono essere tenute separate: in primo luogo, l'impossibilità di eliminare tutti i fattori non realmente indeterminati; e, in secondo luogo, l'impossibilità di elencare tutte le alternative ugualmente probabili implicate e di determinare le loro combinazioni per valutare la probabilità attraverso un calcolo *a priori*. La principale caratteristica che distingue questo tipo di probabilità è il suo basarsi su una classificazione empirica degli eventi possibili.

3) Stime: la distinzione sta qui nel fatto che non è data nessuna base valida di qualsiasi tipo per la classificazione degli eventi possibili. Questa forma di probabilità comporta le più grandi difficoltà logiche e non è suscettibile di un'analisi veramente soddisfacente, ma bisogna distinguerla chiaramente dagli altri tipi di probabilità e bisogna sottolinearne alcune delle complicazioni (pp. 224-225).

Dato che è possibile assegnare probabilità numeriche ad eventi in base alla conoscenza delle chances rilevanti in ciascun caso, le prime due di queste «situazioni probabilistiche» rientrano nella categoria di ciò che Knight chiama (rischio). Quindi, per esempio, si può assegnare la probabilità di $1/6$ all'eventualità che il prossimo lancio di un dado equo dia il numero sei, in base ad un calcolo probabilistico *a priori*. Alternativamente, si può assegnare la probabilità di $1/300$ all'eventualità dello scoppio di una bottiglia sulla linea di produzione in base alla conoscenza che la frequenza statistica dello scoppio di bottiglie su quella linea sia di circa 1 su 300³. La terza categoria delle «stime» copre i casi in cui non vi è «una valida base per la classificazione degli eventi possibili». Questa categoria corrisponde alla situazione knightiana di incertezza in cui è impossibile assegnare delle probabilità a eventi poiché i casi rilevanti sono talmente unici da precluderne la classificazione e il calcolo delle chances. Knight ha molto da dire sulla psicologia e sulla natura dei giudizi di «probabilità» o sulle «stime delle stime» compiute in situazioni di incertezza (pp. 225-232), ma qui non possiamo occuparcene.

³ L'usanza di assegnare probabilità a singoli eventi possibili in base alla conoscenza di frequenze relative è suscettibile di critiche in base al fatto che, siccome le frequenze sono proprietà di classi o sequenze di tentativi, esse non hanno peso sui risultati possibili di singoli tentativi. Siccome Knight ignora questi problemi, lo farò anch'io

Il secondo aspetto della discussione di Knight sul quale vorrei attirare l'attenzione è che egli pensa in termini di uno spettro di situazioni probabilistiche, secondo il grado di omogeneità degli «eventi possibili» in questione. Agli estremi dello spettro ci sono le situazioni, corrispondenti alla sua probabilità a priori, in cui gli eventi possibili sono perfettamente omogenei, fatta eccezione per «fattori realmente indeterminati», e le situazioni, corrispondenti alle sue «stime», in cui non ci sono eventi possibili abbastanza «simili» da essere raggruppati insieme come elementi della stessa classe. La probabilità statistica si trova fra questi due poli, cioè quando sia possibile arrivare a raggruppamenti di eventi possibili soltanto più o meno omogenei. Per esempio, secondo Knight:

In pratica, la differenza tra probabilità a priori e probabilità statistica sembra dipendere dall'accuratezza della classificazione degli eventi possibili raggruppati insieme. Nel caso del dado, i lanci consecutivi si possono considerare «simili» in un grado ed in un senso tali che non possono essere predicati dei diversi edifici esposti a rischio di incendio (p. 217).

Difatti, dal momento che, come abbiamo notato, una classificazione in gruppi del tutto omogenei degli eventi possibili non è praticamente mai possibile quando si tratta di probabilità statistica, è chiaro che la divergenza da essa di questo terzo tipo [stime] in cui non è data nessuna classificazione, è solo una questione di grado. Ci sono tutte le gradazioni da un gruppo perfettamente omogeneo di rischi di vita o di incendio ad un estremo, fino all'espressione di un giudizio assolutamente unico all'altro estremo (p. 225).

Il motivo principale per cui Knight distingue tra probabilità a priori e probabilità statistica in questo modo è quello di mettere in evidenza che «il primo tipo di probabilità matematica o a priori non si riscontra praticamente mai nel mondo degli affari, mentre il secondo tipo è estremamente comune», e che «il trattamento statistico non dà mai risultati quantitativi strettamente rigorosi» (p. 215). Dal suo punto di vista, non è concepibile che le classi di eventi possibili (empiricamente classificati) delle quali dobbiamo accontentarci nel corso della vita economica quotidiana possano essere divise in sottoinsiemi di eventi possibili sufficientemente omogenei da permettere la determinazione di quella che egli chiama probabilità «reale» (p. 217). In altre parole, le probabilità sulle quali siamo generalmente costretti a contare non soddisfano mai gli standard di accuratezza che potrebb-

in questa sede (ma si veda Popper [1959], per una nota discussione e un tentativo di soluzione).

ro essere ottenuti in situazioni riguardanti il lancio di un dado equo o i giri di una roulette ben calibrata. La distinzione knightiana tra *probabilità a priori* e *probabilità statistica* è di per sé ineccepibile e utile. È, inoltre, interessante notare che il modo in cui egli descrive la differenza tra i due generi di *chances*, nonché il modo in cui esse vengono distinte dalle «stime», viene ripreso nella difesa della *Teoria Generale* da parte di Keynes nel QJE nel 1937:

Vorrei spiegare che per conoscenza «incerta» non intendo semplicemente ciò che è solamente probabile in contrapposizione a ciò che è noto per certo. Il gioco della roulette non è soggetto, in questo senso, ad incertezza; e non lo è nemmeno la prospettiva che venga estratto un *Victory bond*. Oppure, analogamente, l'aspettativa di vita è solo leggermente incerta. Persino le condizioni atmosferiche sono solo moderatamente incerte. Il senso in cui utilizzo il termine è quello in cui la possibilità di una guerra europea sia incerta, oppure sono incerti il prezzo del rame e il tasso di interesse fra vent'anni, o l'obsolescenza di una nuova invenzione, o la posizione dei possessori di ricchezza in un sistema sociale nel 1970. In questi casi non esiste nessuna base scientifica sulla quale fondare una qualche probabilità calcolabile [Keynes 1973, 113-114].

Mi rivolgo ora al terzo aspetto della versione di Knight che vorrei sottolineare, un aspetto che individua il punto in cui emergono i problemi menzionati. Abbiamo visto che Knight individua una graduatoria di situazioni probabilistiche la quale dipende dall'omogeneità degli eventi possibili coinvolti. L'impressione data in questa parte della sua classificazione, allora, è che le differenze tra i tre tipi di situazione probabilistica sono una questione di grado piuttosto che di qualità. In altre parti nella sua discussione, però, Knight mette in evidenza un'importante differenza logica tra probabilità a priori e probabilità statistica. La differenza è la seguente: mentre i valori delle probabilità possono essere derivati da principi primi nel caso della probabilità a priori, le probabilità statistiche sono determinate a posteriori con il metodo empirico del calcolo degli eventi possibili. Il problema è che la classificazione di situazioni probabilistiche che si otterrebbe sulla base della sua seconda definizione non corrisponde, contrariamente a quello che egli sembra credere, alla classificazione che si otterrebbe con la distinzione tripartita discussa prima.

Per capire perché questo sia il caso, bisogna introdurre una nuova terminologia. In particolare, è necessario mantenere con cura la distinzione di Knight tra «eventi possibili» (*instances*) e «alternative» (*alternatives*), cosa che a Knight stesso non sempre riesce. Per lo più, comunque, egli sembra intendere i due termini nel modo seguente:

1) eventi possibili: quelli che oggi chiameremmo tentativi (trials) di un esperimento ripetuto reale o immaginario⁴;

2) alternative: quelle che oggi chiameremmo risultati (outcomes) di un esperimento ripetuto reale o immaginario.

L'errore nella versione di Knight sta nel fatto che egli non riconosce che l'omogeneità perfetta dei tentativi non è una condizione sufficiente per calcolare le probabilità *a priori* anche quando le altre condizioni necessarie siano soddisfatte (cioè che i risultati siano esauritivi ed esclusivi)⁵. Ciò può essere meglio illustrato attraverso un esempio. Supponiamo di voler determinare la probabilità che un dado tarato riporti un sei, se lanciato in una situazione ripetibile in ogni dettaglio, salvo per quei fattori che Knight chiama «realmente indeterminati». Questo è chiaramente un caso in cui i tentativi in questione si qualificano come perfettamente omogenei secondo la sua definizione. Nonostante il fatto che l'esempio si qualifichi come una «situazione probabilistica» *a priori* secondo la classificazione tripartita di Knight, questo non è un esempio in cui le probabilità rilevanti possono essere calcolate *a priori*. Questo avviene perché i calcoli di probabilità *a priori* sono possibili soltanto qualora gli elementi di una lista esclusiva ed esauritiva di risultati (non eventi possibili o tentativi) siano ugualmente probabili (nel caso di un dado equo ogni risultato è ugualmente probabile per definizione, e la probabilità classica o *a priori* di ottenere uno qualsiasi dei sei risultati possibili in un lancio è 1/6).

2. Una possibile riformulazione

L'origine della difficoltà menzionata sopra è che Knight confonde i tentativi con i risultati in diverse parti della sua discussione. In particolare, egli sembra associare i tentativi perfettamente omogenei con i

⁴ Egli scrive, per esempio che «gli "eventi possibili", i "lanci" o i *coups* in un gioco di fortuna formano un gruppo omogeneo in un senso più restrittivo di quanto possa essere predicato dei rischi di vita o di incendio» (p. 224). Knight non parla di esperimenti ripetuti, ma dell'omogeneità degli elementi della classe di eventi possibili rispetto alla quale vengono determinate le frequenze. Non mantengo questa distinzione qui poiché gli eventi possibili che sono di fatto omogenei, a meno di «fattori realmente indeterminati», nella versione di Knight sono equivalenti in pratica ai tentativi di un esperimento ripetuto.

⁵ Per tentativi perfettamente omogenei, in quanto segue, intendo tentativi identici in ogni dettaglio, se non per quelli che Knight chiama «fattori realmente indeterminati». Se ciò non fosse, i tentativi sarebbero banalmente omogenei e produrrebbero sempre lo stesso risultato.

giochi di fortuna equi in cui ciascun risultato che potrebbe conseguire a un tentativo singolo è ugualmente probabile. In questo caso, certamente, è possibile assegnare una probabilità numerica $1/n$ a ciascuno degli n risultati (esaustivi ed esclusivi). Questo, inoltre, è quel che si intende normalmente per probabilità classica o *a priori*. Il problema è che la perfetta omogeneità dei tentativi non garantisce che i risultati siano ugualmente probabili, come l'esempio del dado tarato mostra chiaramente. Propongo allora che lo schema tripartito di Knight sia riformulato nel seguente modo:

① Probabilità classica o *a priori*: si applica nel caso ideale in cui le probabilità numeriche possono essere calcolate in base a principi generali, cioè in cui esse siano assegnate a risultati possibili ugualmente probabili e reciprocamente esclusivi come nel caso dei sei lati di un dado perfetto. Data una lista esaustiva di tali possibilità x_1, x_2, \dots, x_n , la probabilità di ciascuna di esse è $p(x_i) = 1/n$. Se m delle x sono anche y allora $p(y) = m/n$.

② Probabilità statistica: si applica a situazioni in cui le frequenze possono essere derivate in base a una classificazione empirica dei risultati ottenuti in classi di tentativi più o meno omogenei. La probabilità statistica r di un certo risultato y è allora uguale alla proporzione numerica o frequenza relativa di un certo risultato (y) in una classe di riferimento di tentativi empiricamente classificati (x). La probabilità statistica di y può in questo caso essere scritta $p_s(y) = r$.

③ Stime: si applica a situazioni in cui non è possibile calcolare la probabilità *a priori* o in cui vi sia un numero insufficiente di tentativi abbastanza «simili» da formare una classe di riferimento di tentativi più o meno omogenei in base ai quali si possano determinare delle frequenze.

Questa riformulazione della classificazione di situazioni probabilistiche di Knight permette di fare riferimento alla distinzione originaria, come è stata definita nel paragrafo 1, senza il pericolo di incoerenza o equivoco. Come prima, le situazioni in cui l'agente è guidato da probabilità note *a priori* o statistiche ricadono nella categoria di rischio, mentre le situazioni in cui non è possibile determinare né probabilità *a priori* né probabilità statistiche ricadono nella categoria di incertezza. Risulta ora possibile chiarire, e quindi evitare, alcune delle ambiguità nella discussione di Knight. Concludo isolando tre punti in cui la sua presentazione è particolarmente fuorviante.

3. Riordinando

Primo, Knight certe volte sembra identificare la probabilità matematica con quella *a priori* (per esempio a p. 215) e, almeno in questi

passaggi, sembra associare la probabilità matematica con quella *a priori* nel senso modificato proposto prima. Per esempio egli scrive:

Un esame della teoria matematica della probabilità dimostra che l'argomentazione procede sempre in base all'assunzione che non vi sia una via di mezzo fra la determinazione completa e la totale indifferenza. Cioè, le probabilità *elementari* in ogni tipo di problema devono sempre essere uguali. Se la *chance* di un particolare risultato sia più o meno di un terzo, si ritiene assiomaticamente che vi sia un numero più grande di alternative che producono questo risultato (o che non lo producono) di quelle dell'altro tipo; le alternative stesse devono essere ugualmente probabili. L'intera teoria matematica della probabilità è ovviamente una semplice applicazione dei principi di permutazione e combinazione per trovare il numero delle alternative. L'indifferenza assoluta tra le alternative è data per scontata. Dovunque i risultati non dimostrino indifferenza completa tra alternative si presume che esse non siano semplici, e un'analisi ulteriore viene applicata per ridurle a combinazioni di alternative ugualmente possibili (pp. 219-220).

Il modo di intendere la probabilità *a priori* di Knight è corretto in questo brano. Identificando, però, la probabilità matematica con la probabilità *a priori*, egli sembra limitare l'applicazione delle probabilità matematiche allo studio di situazioni che in ultima analisi coinvolgono risultati ugualmente probabili. Le frequenze statistiche, in altre parole, con l'eccezione di casi particolari come i giochi di fortuna equi, resterebbero dunque al di fuori dell'ambito di applicazione delle probabilità matematiche⁶. Questa è sicuramente una concezione molto restrittiva della probabilità matematica e non una che la maggioranza delle persone sembra associare con la distinzione knightiana (e giustamente, dato che gli assiomi della probabilità sono banalmente soddisfatti dalle frequenze). In ogni caso, la riformulazione della posizione di Knight suggerita in questo capitolo non implica l'interpretazione stretta della probabilità matematica da lui adottata.

Secondo, è necessario individuare con precisione in quali passi Knight sembra suggerire che le probabilità statistiche sarebbero ridicibili a probabilità *a priori*, se solo fosse possibile assicurare l'omogeneità richiesta dei tentativi «attraverso una classificazione più dettagliata» (pp. 216-218, 224), e in quali passi cita invece «l'impossibilità di enumerare le alternative ugualmente probabili coinvolte e di deter-

⁶ Knight scrive che è la probabilità *a priori* che «solitamente viene presunta nei trattamenti logici e matematici della probabilità. Questo caso deve essere nettamente contrapposto a quello molto diverso in cui il calcolo è impossibile e il risultato è raggiunto attraverso il metodo empirico dell'applicazione di procedure statistiche ad eventi attuali» (p. 214).

minare le loro combinazioni per calcolare la probabilità attraverso un calcolo *a priori*» (p. 225) come una delle complicazioni che la probabilità statistica deve affrontare. Quest'ultima osservazione, infatti, sembra suggerire l'opinione che le probabilità statistiche tutto sommato *debbano* implicare risultati in qualche modo ugualmente probabili, anche se queste condizioni sono raramente approssimate in pratica. Come abbiamo visto, però, i risultati associati ad ogni singolo tentativo in una serie di tentativi anche perfettamente omogenei non devono necessariamente essere ugualmente probabili. Le osservazioni knightiane di questo tipo sembrano essere sintomatiche della sua confusione su questo punto. Ne consegue che la sua immagine di un *continuum* di «situazioni probabilistiche» che vanno dalla probabilità *a priori* a quella statistica, e che differiscono soltanto per quel che riguarda l'omogeneità dei tentativi coinvolti, deve di conseguenza essere respinta.

Infine, vorrei commentare sull'opinione di Knight che «ugualmente probabile» sia sinonimo di «indeterminatezza reale» (*real indeterminateness*):

L'intera scienza della probabilità in senso matematico è basata sull'assunzione dogmatica che le alternative ultime sono in realtà *ugualmente probabili*, cosa che a chi scrive sembra significare indeterminatezza reale (p. 222).

Così come Knight vede la questione in questa parte della sua discussione, i calcoli *a priori* di probabilità sono basati sull'assunzione che il verificarsi di un qualsiasi risultato in una lista di risultati esauritivi ed esclusivi non deve necessariamente essere più o meno probabile di quanto non lo sia qualunque altro. Come egli scrive, «l'indifferenza assoluta tra alternative è data per scontata» (p. 220), dove questa indifferenza è un'espressione della indeterminatezza reale del mondo (p. 222). Fin qui tutto bene. Ma i riferimenti di Knight all'indeterminatezza spuntano anche in parti in cui egli discute l'omogeneità degli eventi possibili o dei tentativi. Per esempio:

Abbiamo già considerato la questione dell'accuratezza della classificazione in questo contesto, suggerendo che gli «eventi possibili», i «lanci», o i *coups* in un gioco di fortuna formano un gruppo omogeneo in un senso più restrittivo di quanto non possa essere predicato dei rischi di incendio o di vita. Questa opinione e la nostra intera teoria tendono a essere confermate dal tentativo di ottenere la completa omogeneità attraverso una classificazione più dettagliata. Il risultato ultimo di quest'impresa sarebbero dei raggruppamenti in cui solo i fattori realmente indeterminati dovrebbero variare da un evento possibile all'altro (p. 224).

Ora, non credo che si possa imputare un errore a Knight in questo caso, anche se la transizione dall'indeterminatezza rispetto a risultati ugualmente probabili all'indeterminatezza riferita all'omogeneità dei tentativi è talmente sfumata da risultare quasi impercettibile. Ma, ancora una volta, è necessario mettere in chiaro la diversa natura dell'indeterminatezza coinvolta (e i giudizi di indifferenza che questa può giustificare) in ciascuno dei due casi. Ho già menzionato il primo. Relativamente al secondo, Knight commenta che nel caso della probabilità statistica, «qualsiasi grado elevato di fiducia che le proporzioni trovate in passato persisteranno in futuro è ancora basato su un giudizio *a priori* di indeterminatezza» (p. 225). Assegnare una probabilità ad un evento in base a una frequenza statistica richiede più dell'assunzione (solitamente soddisfatta solo fino ad un certo punto) che i tentativi o gli eventi possibili utilizzati per determinare quella frequenza siano omogenei a meno di «fattori realmente indeterminati». È inoltre necessario che i tentativi futuri siano omogenei come gli elementi della classe di tentativi usati per determinare la frequenza in un primo momento. Supponiamo di aver trovato che la frequenza del sei per un certo dado tarato sia vicino ad $1/2$ in base a un grande numero di lanci (effettuati allo stesso modo e nella stessa situazione). Solo se non ci fosse alcuna differenza tra un lancio di quel dado e quelli precedenti saremmo autorizzati ad assegnare la probabilità di $1/2$ alla possibilità di ottenere un sei al lancio successivo dello stesso dado, ignorando i problemi dell'assegnazione di probabilità ai singoli casi.

Riferimenti bibliografici

- Bewley, T.F. (1986), *Knightian Decision Theory: Part I*, Cowles Foundation Discussion Paper, n. 807.
- Dow, J. e Werlang, S.R. (1992), *Excess volatility of stock prices and Knightian uncertainty*, in «European Economic Review», 36, pp. 631-638.
- Ellsberg, D. (1961), *Risk, Ambiguity and the Savage Axioms*, in «Quarterly Journal of Economics», 75, pp. 528-556.
- Epstein, L.G. e Wang, T. (1994), *Intertemporal Asset Pricing under Knightian Uncertainty*, in «Econometrica», 62, pp. 283-322.
- Kelsey, D. e Quiggin, J. (1992), *Theories of Choice under Ignorance and Uncertainty*, in «Journal of Economic Surveys», 6, pp. 133-153.
- Keynes, J.M. (1973), *The General Theory and After*, Part II: *Defence and Development*, The Collected Writings of John Maynard Keynes, London, Macmillan, vol. XIV.

- Knight, F.H. (1921), *Risk, Uncertainty and Profit*, Chicago, University of Chicago Press.
- Langlois, R.N. e Cosgell, M.M. (1993), *Frank Knight on Risk, Uncertainty and the Firm: A New Interpretation*, in «Economic Enquiry», 31, pp. 456-465.
- Lawson, T. (1988), *Probability and Uncertainty in Economic Analysis*, in «Journal of Post Keynesian Economics», 11, pp. 38-65.
- Leroy, S.F. e Singell, L.D. (1987), *Knight on Risk and Uncertainty*, in «Journal of Political Economy», 95, pp. 394-406.
- Lucas, R.E. (1983), *Studies in Business-Cycle Theory*, Cambridge (Mass.), The MIT Press.
- Popper, K.R. (1959), *The Propensity Interpretation of Probability*, in «British Journal for the Philosophy of Science», 10, pp. 25-42.