10. Input pubblici come strumenti di «segnalazione»

di Gianluca Fiorentini

1. Introduzione

Quando l'assunzione di informazione completa è indebolita nell'analisi di mercati oligopolistici, le imprese possono scambiarsi informazioni su loro caratteristiche rilevanti mediante la scelta di variabili strategiche attuata nei primi stadi del processo competitivo [1]. Questa manipolazione strategica dell'informazione è stata approfonditamente studiata in giochi a due stadi ove le variabili strategiche (prezzi o quantità) rimangono le stesse nei due stadi [2].

Un approccio analogo può essere impiegato nello studio di situazioni in cui la variabile strategica nel primo stadio (input pubblico nel nostro caso) è diversa da quella del secondo stadio e in cui la prima può essere impiegata per aggiornare le informazioni a disposizione sulle caratteristiche private delle imprese rivali. In tale situazione la produzione di input pubblici ha tre effetti sul comportamento delle imprese rivali: gli effetti usuali di riduzione dei costi e di natura strategica e un effetto di «segnalazione» [3]. Per tenere separata l'analisi di queste tre influenze si è fatto uso di una soluzione a giochi Bayesiani con funzioni obiettivo quadratiche derivata originariamente da Radner [1962] [4]. Adottando questa soluzione è possibile esprimere le regole di decisione delle imprese come funzioni generiche lineari sia del segnale che della variabile strategica del secondo stadio. Dal momento che l'input pubblico è anche la variabile di scelta nel primo stadio del

[1] Tali strategie sono state recentemente introdotte in diversi contesti analitici relativi al problema delle barriere all'entrata. Esempi di questa tendenza sono i modelli di strategie predatorie di prezzo quali Kreps e Wilson [1982] e modelli di «prezzo limite» quali Milgrom e Roberts [1982].

[2] Modelli che studiano questa manipolazione strategica delle informazioni possono essere ricondotti al lavoro pionieristico di Riordan [1985]. In seguito a questo lavoro altri autori hanno generalizzato i primi risultati sugli effetti dell'uso strategico dell'informazione in contesti di concorrenza oligopolistica [Gal-Or, 1988].

[3] Cfr. Shapiro [1989] per una introduzione sui primi due effetti.

[4] Secondo Radner [1962] è possibile restringere l'attenzione a regole di decisione di forma generica dal momento che assumendo linearità sia nelle funzioni di domanda che in quelle di costo le regole di decisione devono essere affini rispetto al vettore delle osservazioni.

gioco, questa tecnica permette una soluzione esplicita in termini del suo livello di equilibrio. Inoltre questo approccio permette di comparare le quantità di equilibrio dell'input pubblico che si realizzano al variare delle strategie nel secondo stadio (prezzi o quantità) e al variare degli accordi tra le imprese sulla gestione privata o comune delle informazioni private.

Consideriamo due imprese che competono in un ambiente stocastico. Ciascuna ha accesso ad informazioni private relative o alla propria funzione di costo o all'efficacia nel ridurre i costi dell'input pubblico che ha effetti di *spill-over* positivi sui costi dell'impresa rivale. Nel primo stadio del gioco le imprese scelgono il livello di produzione dell'input pubblico e nel secondo stadio competono o nei prezzi o nelle quantità. Poiché si assume che le scelte compiute nel primo stadio diventino «common knowledge», le imprese possono impiegare tali scelte allo scopo di inferire le informazioni private delle imprese rivali. Il modo di impiegare tali informazioni nel secondo periodo comporta la presenza di risposte strategiche note in letteratura con il termine di variazioni congetturali intertemporali. Ciò significa che quando un'impresa prende una decisione nel primo stadio considera come tale scelta modifica l'insieme informativo a disposizione dell'impresa rivale e quindi le decisioni di secondo stadio di quest'ultima. Avviene quindi una revisione Bayesiana dell'informazione relativa alla tecnologia dell'impresa rivale o alle caratteristiche di riduzione dei costi dell'input pubblico sulla base della scelta dell'impresa rivale nel primo stadio. Questa interazione introduce un gioco di «segnalazione» ove l'input pubblico è prodotto anche per distorcere l'informazione disponibile all'impresa rivale. Per quanto concerne la struttura di tale gioco, si è proceduto per tutto il lavoro ad una distinzione tra i casi di *common value* e di *private value*. Per gioco *private value* (PVG) intendiamo una situazione in cui l'incertezza è relativa a un parametro di costo che non è correlato tra le imprese. In un gioco *common value* (CVG) invece si assume che l'incertezza sia relativa ad un parametro che entra nelle funzioni di profitto delle due imprese nello stesso modo quale ad esempio il parametro che individua l'efficacia dell'input pubblico nel ridurre i costi. Come vedremo la natura dell'incertezza ha implicazioni importanti sui risultati del modello[5].

Nel caso di competizione alla Cournot e con un PVG, il ruolo di

[5] Questa è una proprietà nota nei modelli che introducono forme di informazione asimmetrica tra le imprese. Il grado di correlazione tra i disturbi stocastici relativi alle informazioni private disponibili per le imprese è generalmente responsabile per significative modifiche nei risultati ottenuti. Più precisamente nei casi polari di nessuna correlazione e correlazione perfetta, che è un modo alternativo per definire i PVG e i CVG lo spostamento da un ambiente all'altro cambia il segno di gran parte delle conclusioni. Vedi Shapiro [1989].

«segnalazione» degli input pubblici porta ad una sovrapproduzione rispetto al caso di gestione comune delle informazioni private tra le imprese. Al contrario, nel caso di CVG, l'equilibrio di Cournot nell'input pubblico è caratterizzato da quantità minori che nel caso di gestione comune dell'informazione. Questi due risultati sono dovuti al fatto che la produzione di input pubblico segnala bassi costi, il che rappresenta un obiettivo dell'impresa nell'equilibrio di Cournot nel secondo stadio. In questo senso è facile scorgere un'analogia tra il caso qui esaminato e i modelli di produzione privata di input che generano esternalità in informazione completa.

In questi ultimi quando gli input sono perfettamente pubblici, vi è sottoproduzione e viceversa nel caso di input completamente privati rispetto a diversi standard normativi. Nel caso qui esaminato di informazione incompleta il ruolo svolto dal grado di appropriabilità è preso dal grado di correlazione tra le variabili stocastiche che generano l'informazione privata a disposizione delle imprese. Quando tale correlazione è completa (CVG), si verifica sottoproduzione nei confronti dell'equilibrio con uso comune delle informazioni, mentre il viceversa accade per il caso di assenza di correlazione (PVG).

Nel caso di competizione alla Bertrand con PVG l'effetto di «segnalazione» porta ad una sottoproduzione dell'input pubblico rispetto al caso di gestione comune delle informazioni private[6]. La ragione di ciò sta nel fatto che un'elevata produzione di tale input segnala bassi costi e questi ultimi hanno un effetto univocamente negativo sui profitti. Nel CVG un'elevata produzione di input pubblico segnala una sua grande efficacia nel ridurre i costi e quindi ha un impatto negativo sui profitti. Perciò anche in questo caso l'equilibrio di Bertrand nella produzione di input pubblico comporta livelli meno elevati rispetto al caso di gestione comune delle informazioni private.

L'analogia tra il grado di appropriabilità in informazione completa e il grado di correlazione in informazione incompleta è presente anche nel caso di Bertrand. È noto infatti che l'equilibrio di Bertrand comporta una sottoproduzione di input pubblici rispetto a diversi standard normativi qualsiasi sia il grado di appropriabilità degli input stessi.

Questa analogia può essere interpretata sulla base delle somiglianze nelle relazioni tra la produzione di input pubblici (in completa informazione) o il meccanismo per aggiornare l'informazione (in incompleta informazione) e la funzione di reazione dell'impresa rivale. Nel caso di input completamente pubblici il loro effetto nel ridurre i costi sposta la funzione di reazione dell'impresa rivale in modo da indurre

[6] In questa sede non discuteremo analiticamente il caso di competizione alla Bertrand per motivi di spazio, limitandoci a segnalare i diversi risultati che tale analisi

una sottoproduzione strategica. Nel CVG l'aggiornamento dell'informazione sulle caratteristiche private dell'impresa rivale sposta la funzione di reazione di quest'ultima riducendo ulteriormente gli incentivi per la produzione dell'input pubblico. Quando l'appropriabilità è completa invece, oppure quando si assume un PVG, non vi è più un effetto diretto sulla funzione di reazione dell'impresa rivale. Ne segue che una maggiore produzione dell'input pubblico nel primo stadio non sposta la funzione di reazione dell'impresa rivale, ma solo la propria funzione di reazione (o la percezione di essa da parte dell'impresa rivale nel caso di informazione incompleta).

Il lavoro è organizzato come segue: nel paragrafo 2 trattiamo il gioco con variabili stocastiche non correlate, mentre nel paragrafo 3 esaminiamo gli effetti di variabili stocastiche perfettamente correlate tra le imprese. Il paragrafo 4 chiude sottolineando i principali risultati.

2. Il gioco «private value»

Nell'equilibrio di Cournot, con incertezza sulla struttura di costo, assumiamo una funzione di domanda lineare e deterministica del tipo:

$$p^i = a - b\,(q^i + q^j) \text{ ove } a, b > 0 \; i \neq j = 1, 2$$

e una funzione lineare e stocastica di costo:

$$C^i = [c^i - \gamma(g^i + \theta g^j) + u^i]g^i \text{ ove } \gamma > 0 \;\text{ e }\; u^i \sim N(0, \sigma) \; i = 1, 2$$

Il segnale privato x^i è definito come uno stimatore non distorto della media del processo stocastico che genera u^i. Si assumono inoltre le seguenti proprietà della distribuzione:

$$x^i = u^i + \varepsilon^i \quad \text{ove} \quad \varepsilon^i \sim N(0, \mu)$$

Si assume inoltre che i processi stocastici che generano u^i e u^j siano indipendenti. I valori attesi a posteriori sono i seguenti:

$$E(u^i \mid x^i, x^j) = E(u^i \mid x^i) = \frac{\sigma x^i}{\sigma + \mu} \qquad i = 1, 2$$

Per l'impresa i, la variabile strategica del primo periodo è $g^i\,(x^i)$ mentre la variabile strategica nel secondo stadio è $q^i(x^i, g^i, g^j)$. Queste variabili sono scelte in modo da:

comporta rispetto al caso di competizione alla Cournot. Tale analisi è comunque sviluppata in Fiorentini [1990].

$$\operatorname*{Max}_{g^i,q^i} k^i = E[(a - b(q^i + q^j) - (c - \gamma g^i - \gamma\theta g^i + u^i))q^i|x^i] + $$
$$+ (a - \beta g^i)g^i$$

cve $(a - \beta g^i)$ sono gli effetti netti, non correlati all'output, dell'input pubblico g sui profitti. L'input pubblico infatti, non solo riduce i costi di produzione quando introdotto nel processo produttivo, ma può essere rivenduto ad imprese operanti in altri settori.

Il primo termine indica i proventi dalla vendita di g ad altre imprese meno i suoi costi di produzione assunti lineari. Il secondo termine rappresenta o rendimenti decrescenti di scala nella produzione di g o una funzione di domanda negativamente inclinata nel mercato di g. Questi termini sono necessari per assicurare un massimo interno e un livello positivo di produzione dell'input pubblico nel primo stadio del gioco. Data la struttura lineare che abbiamo assunto sia per la domanda che per i costi le regole di decisione per g^i e q^i possono essere derivate come funzioni lineari quali [Gal-Or 1986]:

[1]
$$g^i = C_0^i + C_1^i x^i$$
e
$$q^j = D_0^i + D_1^i x^i + D_2^i g^i + D_3^i g^j$$

Al secondo stadio del gioco l'impresa i determina l'output allo (scopo di:

$$\max_{q^i} \Pi^i = E[(a - b(q^i + q^j) - (c^i - \gamma g^i - \gamma\theta g^j) + u^i)$$
$$q^i \mid x^i, g^i\ g^j] + (\alpha - \beta g^i)g^i =$$

$$= \left(a - b(q^i + q^j) - (c^i - \gamma g^i - \gamma\theta g^j) + \right.$$

$$\left. + E\left[u^i \mid x^i, \frac{g^j - C_0}{C_1}\right]\right) q^i + (\alpha - \beta g^i)g^i.$$

Da cui le condizioni di primo ordine risultano:

[2]
$$a - 2bq^i - bq^j - (c^i - \gamma g^i\ \gamma\theta g^j) + E\left[u^i \mid x^i, \frac{g^j - C_0}{C_1}\right] = 0$$
o
$$a - 2bq^i - bq^j - (c^i - \gamma g^i - \gamma\theta g^j) + \frac{\sigma x^i}{\sigma + \mu} = 0.$$

Sostituendo [1] nella [2] e usando le proprietà della distribuzione di u^i abbiamo:

$$a - 2b[D_0 + D_1 x^j + D_2 g^i + D_3 g^j] -$$

$$- b\left[D_0 + D_1 \frac{g^j - C_0}{C_1} + D_2 g^j + D_3 g^i\right] - c^i + \gamma g^i + \gamma\theta g^j -$$

$$- \frac{\sigma x^i}{\sigma + \mu} = 0.$$

Dal momento che le regole di decisione sopra specificate valgono per ogni valore di x^i, g^i e g^j, l'espressione [2] può essere usata per derivare il seguente sistema di equazioni:

$$\text{[3]} \quad \begin{aligned} D_0 &= \frac{a - c}{3b} - \frac{\sigma C_0}{6b(\sigma + \mu)C_1} \\ D_1 &= \frac{\sigma}{2b(\sigma + \mu)} \\ D_2 &= \frac{\gamma(2 - \theta)}{3b} - \frac{\sigma}{6b(\sigma + \mu)C_1} \\ D_3 &= \frac{\gamma(2\theta - 1)}{3b} - \frac{\sigma}{3b(\sigma + \mu)C_1}. \end{aligned}$$

In D_0 il primo termine indica la quantità di q^i non correlata alla produzione di g che viene prodotta in assenza di incertezza. Essa è direttamente correlata alla dimensione del mercato ed inversamente correlata al livello dei costi e alla pendenza della curva di domanda. Il secondo termine rappresenta la quantità di q^i prodotto in presenza di incertezza. È positivo dal momento che C_1 risulterà essere negativo. È anche direttamente relato all'elasticità della funzione di domanda e alla quantità di input pubblico prodotto in condizioni di completa informazione (C_0). Inoltre esso dipende negativamente dal grado di incertezza e dal coefficiente che associa g con il segnale x (C_1). Il livello di output dipende negativamente dal livello del segnale inviato.

D_1 mostra l'effetto negativo del segnale, nel nostro caso uno stimatore non distorto della funzione di costo, sul livello di equilibrio dell'output. Questo effetto è ora inversamente relato all'elasticità della domanda perché l'effetto di riduzione dell'output di costi elevati (segnalati da un elevato livello di x^i) è minore se la funzione di domanda è relativamente inelastica.

Il primo termine in D_2 rappresenta l'effetto di g^i sul livello di output in condizioni di certezza. È positivo perché $0 < \theta < 1$ e $b, \gamma > 0$. Tale effetto dipende positivamente dal livello degli effetti esterni di g sulla funzione di costo dell'impresa rivale (θ). Infatti, se l'impresa che produce g si appropria completamente della riduzione dei costi nel secondo stadio il suo output cresce, riducendo così la quota di output dell'impresa rivale. D'altro canto se g è completamente pubblico anche se il livello di output dell'impresa che produce g aumenta, ciò non avviene per quanto concerne le quote di mercato. Inoltre questo effetto è direttamente correlato con l'efficacia di g nel ridurre i costi (identificata con il parametro γ) e con l'elasticità della domanda. Il secondo termine in D_2 indica l'effetto della produzione di input pubblico sul proprio livello di output di equilibrio dovuto all'effetto di «segnalazione». Questo è di nuovo positivo e, come in precedenza, positivamente correlato alla quantità di g impiegata per inviare segnali all'impresa rivale.

Il primo termine in D_3 rappresenta l'effetto della produzione di g dell'impresa rivale sul proprio livello di output in condizioni di certezza. Può essere sia positivo che negativo a seconda dei valori presi da θ. Più precisamente quando quest'ultimo è maggiore di 1/2, l'effetto incrociato di g aumenta l'output di equilibrio e viceversa.

La quota di mercato risulta comunque diminuita a meno che $\theta = 1$. Il secondo termine definisce l'effetto sull'output di quella parte della produzione di input pubblico che viene realizzata per distorcere le informazioni relative ai propri costi. Questo effetto è negativo perché un aumento della produzione di g^j segnala che l'impresa rivale è caratterizzata da costi meno elevati (la funzione di reazione è spostata verso l'esterno) e l'output di equilibrio di conseguenza si riduce rispetto al caso di completa informazione.

Date le funzioni di reazione nel secondo stadio, nel primo stadio l'impresa i:

$$[4] \qquad \max_{g^i} k^i = (a - b(q^i + E(q^j)) - (c - \gamma g^i - \gamma\theta g^j) - \\ - E(u^i \mid x^i))q^i + (\alpha - \beta g^i)g^i.$$

Nel primo stadio l'impresa i calcola il valore atteso delle strategie dell'impresa j (g^j, q^j) poiché a quello stadio la realizzazione di x^j è ignota all'impresa i. Le condizioni di primo ordine diventano quindi, impiegando il teorema dell'inviluppo:

$$[5] \qquad \left[\gamma - b\,\frac{dq^j}{dg^i}\right] q^i + \alpha - 2\beta g^i = 0.$$

Sostituendo l'espressione [1] nella [5] e usando le proprietà delle distribuzioni di x^j e u^i, l'espressione precedente può essere scritta come:

$$[6] \qquad (\gamma - bD_3)(D_0 + D_1x^i + D_2C_0 + D_2C_1x^i + D_3C_0) + \\ + \alpha - 2\beta(C_0 + C_1x^i).$$

Sostituendo per D_i $i = 0, 1, 2, 3$ dalla [3] nella [6] e richiedendo che la [6] valga per qualsiasi realizzazione di x^i, abbiamo il seguente sistema di due equazioni:

$$[7] \qquad \left[\frac{2\gamma(2-\theta)}{3} - \frac{\sigma}{3(\sigma+\mu)C_1}\right]\left[\frac{\alpha - c}{3b} + \frac{\gamma(1+\theta)C_0}{3b}\right] + \\ + \alpha - 2\beta C_0 = 0$$

e

$$[8] \qquad 2[\gamma^2(2-\theta)^2 - 9b\beta](\sigma+\mu)^2 C_1^2 - 5\gamma\sigma(2-\theta)(\sigma+\mu) \\ C_1 + 2\sigma^2 = 0.$$

L'espressione [8] è una quadratica con le due seguenti radici:

$$C_1 = \frac{5\gamma(2-\theta) \pm \sqrt{9\gamma^2(2-\theta)^2 + 12^2 b\beta}}{4(\gamma^2(2-\theta)^2 - 9b\beta)} \frac{\sigma}{\sigma+\mu}.$$

Differenziando la [6] ancora una volta rispetto a g^i deriviamo le condizioni del secondo ordine come:

$$2\gamma(2-\theta)\, L[\gamma(2-\theta)\, L - 4H] + 8H^2 - 18b\beta L^2 < 0$$

ove:

$$H = [\gamma^2(2-\theta)^2 - 9b\beta]$$

e

$$L = [5\gamma(2-\theta) \pm \sqrt{9\gamma^2(2-\theta)^2 + 12^2 b\beta}].$$

Sostituendo C_1 nella [7] possiamo quindi risolvere esplicitamente per C_0 ottenendo:

$$C_0 = \frac{(2\gamma(2-\theta)L - 4H)(a-c) + 9b\alpha L}{18b\beta L - (2\gamma(2-\theta)\, L - 4H)\gamma(1+\theta)}.$$

Per assicurare che questa espressione sia positiva e che le condizioni di secondo ordine valgano occorre che $H < 0$ e che $L > 0$ così che l'unica soluzione accettabile per C_1 è:

$$C_1 = \frac{5\gamma(2-\theta) + \sqrt{9\gamma^2(2-\theta)^2 + 12^2 b\beta}}{4(\gamma^2(2-\theta)^2 - 9b\beta)} \frac{\sigma}{\sigma+\mu}$$

il cui segno è negativo. Ciò non sorprende dal momento che il coefficiente C_1 indica l'effetto del segnale x^i, che è uno stimatore non distorto del parametro di costo, su g^i di equilibrio.

La determinazione del segno di C_1 consente di trarre alcune implicazioni sul ruolo di g come segnale nel modificare l'equilibrio nel secondo stadio. Infatti, un aumento nella produzione di g segnala bassi costi di produzione e quindi fa salire gli incentivi privati per una sua produzione. Senza il termine quadratico nella funzione di costo per g quindi la somma degli effetti strategici e di segnale renderebbe possibile una soluzione interna per il massimando. Ora possiamo risolvere il sistema [3] e scrivere le funzioni di decisione dell'impresa i come:

$$g^i = \frac{(2\gamma(2-\theta)L - 4H)(a-c) + 9b\alpha L}{18b\beta L - (2\gamma(2-\theta)L - 4H)\gamma(1+\theta)} + \frac{L}{H}\frac{\sigma}{\sigma+\mu}x^i$$

[9] e

$$q^i = \left\{\frac{a-c}{3b} - \frac{2HC_0}{3bL}\right\} - \left\{\frac{\sigma}{2b(\sigma+\mu)}\right\}x^i + $$
$$+ \left\{\frac{\gamma(2-\theta)}{3b} - \frac{2H}{3bL}\right\}g^i + \left\{\frac{\gamma(2\theta-1)}{3b} + \frac{4H}{3bL}\right\}g^j$$

ove l'ultimo termine indica il termine di variazione congetturale dinamica. La componente di quest'ultimo che incorpora l'effetto strategico della produzione dell'input pubblico può essere sia positivo che negativo a seconda del valore di θ. La componente che indica l'effetto di segnale dell'input pubblico è negativa perché un aumento della produzione dell'input pubblico da parte dell'impresa rivale segnala che quest'ultima è caratterizzata da costi poco elevati.

Seguendo la procedura mostrata in precedenza nel caso di equilibrio di Cournot simmetrico con comunicazione diretta le strategie ottimali sono determinate come segue:

$$g^s = \frac{(2\gamma(2-\theta))(a-c) + 9\alpha b}{18b\beta - (2\gamma(2-\theta))\gamma(1+\theta)} + $$
$$+ \frac{\gamma(2-\theta)}{(\gamma^2(2-\theta)(1+\theta) - 9\beta b)}\frac{\sigma}{\sigma+\mu}x^i$$

[10] e

$$q^s = \left\{\frac{a-c}{3b}\right\} - \left\{\frac{2\sigma}{3b(\sigma+\mu)}\right\}x^i + \left\{\frac{\sigma}{3b(\sigma+\mu)}\right\}x^j + $$
$$+ \left\{\frac{\gamma(2-\theta)}{3b}\right\}g^i + \left\{\frac{\gamma(2\theta-1)}{3b}\right\}g^j.$$

Usando l'espressione [10] possiamo ora confrontare i due livelli di equilibrio di g nel caso di informazione comune (g^s) e di informazione privata (g^i). Ne risulta la seguente diseguaglianza:

$$[11] \qquad g^s \geq g^i \Leftrightarrow \frac{(2\gamma(2-\theta))(a-c)+9\alpha b}{18b\beta-(2\gamma(2-\theta))\gamma(1+\theta)} \geq$$

$$\geq \frac{(2\gamma(2-\theta)L-4H)(a-c)+9b\alpha L}{18b\beta L-(2\gamma(2-\theta)L-4H)\gamma(1+\theta)}$$

che può essere semplificata come:

$$-\alpha\gamma(1+\theta) \geq 2\beta(a-c).$$

Quest'ultima mostra che $g^s < g^i$. La produzione dell'input pubblico risulta dunque maggiore quando le due imprese non condividono le loro informazioni private sulla struttura dei costi. Nel primo stadio le due imprese vogliono che l'impresa rivale ritenga che il loro parametro di costo sia al di sotto del livello reale allo scopo di persuadere quest'ultima a ridurre la sua quota di mercato nella competizione del secondo stadio. A questo scopo viene prodotto più input pubblico di quanto non sarebbe ottimale se le informazioni private fossero rese pubbliche all'inizio del gioco.

Per vedere quale soluzione comporta livelli di output e di profitti più elevati si sostituisce la prima espressione in [9] e [10] nella seconda. Dopo la sostituzione il livello medio di output di equilibrio diviene nel caso di informazione privata:

$$[12]$$
$$E(q^j) = \frac{a-c}{3b} + \frac{\gamma(1+\theta)}{3b} \frac{(2\gamma(2-\theta)L-4H)(a-c)+9\alpha b}{18b\beta L-(2\gamma(2-\theta)L-4H)\gamma(1+\theta)}$$

mentre nel caso di informazione comune:

$$[13] \qquad E(q^j) = \frac{a-c}{3b} + \frac{\gamma(1+\theta)}{3b} \frac{(2\gamma(2-\theta))(a-c)+9\alpha b}{18b\beta-(2\gamma(2-\theta))\gamma(1+\theta)}.$$

Il confronto tra la [12] e la [13] mostra che i livelli di output sono sempre più elevati nel caso di informazione privata perché essi dipendono direttamente dai livelli di input pubblico prodotti. Per quanto concerne i profitti, sostituendo la [12] e la [13] nella [4] otteniamo la seguente coppia di diseguaglianze:

$$k^i \geq k^s \Leftrightarrow (a-c)[q^i - q^s] + \gamma(1+\theta)[g^i q^i - g^s q^s] +$$
$$+ 3\alpha[g^i - g^s] + 3\beta[g^{s2} - g^{i2}] \geq 0.$$

Nell'ultima disegugaglianza la parte di sinistra può essere sia positiva che negativa. In genere vi sono molte influenze contrastanti della produzione dell'input pubblico sui profitti. Quelle positive sono il suo effetto di diminuzione dei costi, i benefici non correlati al livello dell'output e la segnalazione di un livello di costi più basso di quello reale. Le influenze negative sono dovute allo *spill-over* positivo che riduce i costi dell'impresa rivale spostando la sua funzione di reazione verso l'esterno e i rendimenti decrescenti nei benefici suddetti. Nello scegliere se mettere in comune l'informazione privata le imprese valutano quindi quali di questi differenti effetti sono prevalenti in un dato contesto competitivo. Rimane comunque vero che la soluzione di mantenere private le informazioni è più profittevole maggiore è l'efficacia di un input pubblico nel ridurre i costi e minori sono gli effetti esterni sull'altra impresa.

3. Il gioco «common value»

Nel gioco CVG l'incertezza concerne un parametro che è comune ad entrambe le imprese. Più specificamente si assume che l'incertezza riguardi il parametro che misura l'efficacia dell'input pubblico nel ridurre i costi (γ). Nel caso di Cournot si continua ad assumere che l'output sia omogeneo e che la domanda lineare e deterministica sia descritta da:

$$p^i = a - bq^i \quad \text{ove} \quad a, b > 0 \qquad i = 1, 2$$

La funzione di costo stocastica ora diviene:

$$C^i = [c^i - \gamma(g^i + \theta g^j) + u]q^i \quad ove \quad \gamma > 0 \quad i = 1, 2$$

e ove le proprietà della distribuzione di u^i sono le seguenti:

$$x^i = u^i + \varepsilon^i \qquad \text{ove} \qquad u^i \sim N(0, \sigma), \qquad \varepsilon^i \sim N(0, \mu)$$

e $$i \neq j = 1, 2$$

$$u = \left(\frac{u^i + u^j}{2}\right).$$

Tali caratteristiche catturano l'idea che entrambe le imprese osservano un segnale privato relativo all'efficacia dell'input pubblico nel ridurre i costi e cioè uno stimatore non distorto del parametro γ. I processi stocastici che determinano questa efficacia nelle due imprese sono distribuiti in modo indipendente. L'efficacia attesa è derivata mediante il calcolo della media dei diversi segnali. In termini di aspettative condizionali, quest'ultima può essere scritta come:

$$E(u \mid x^i) = \frac{\sigma x^i}{\sigma + \mu} \qquad \text{e} \qquad E(u \mid x^i, x^j) = \frac{\sigma(x^i + x^j)}{2(\sigma + \mu)}.$$

Per l'impresa i la variabile strategica nel primo stadio è $g^i\ (x^i)$ e quella nel secondo è $q^i\ (x^i, g^i, g^j)$. Tali strategie sono scelte per:

$$\text{[14]} \qquad \max_{g^i, q^i} k^i = E\ [(a - b(q^i + q^j) - (c - \gamma g^i -$$
$$- \gamma\theta g^j + u)q^i \mid x^i, x^j] + (\alpha - \beta g^i)g^i$$

ove $(\alpha - \beta g^i)$ è definito come in precedenza. Nel secondo stadio del gioco l'impresa i sceglie q^i allo scopo di:

$$\max_{q^i} \Pi^i = \Bigg(a - b(q^i + q^j) - (c^i\ \gamma g^i - \gamma\theta g^j)q^i +$$

$$+ E\left[u^i \mid x^i, \frac{g^j - C_0}{C_1}\right]\Bigg)\ q^i + (\alpha + \beta g^i)g^i$$

da cui le condizioni di primo ordine sono:

$$\Bigg[a - 2bq^i - bq^i - (c^i - \gamma g^i - \gamma\theta g^j) + \frac{\sigma x^i}{\sigma + \mu} +$$

$$+ \frac{\sigma}{\sigma + \mu}\,\frac{g^j - C_0}{C_1}\Bigg] = 0.$$

Seguendo la procedura mostrata nel paragrafo precedente è possibile derivare le regole di decisione all'equilibrio di Cournot:

$$g^i = \frac{(2\gamma(2 - \theta)\hat{L} - 4\hat{H})(a - c) + 9b\alpha L}{18b\beta L - (2\gamma(2 - \theta)\hat{L} - 4\hat{H})\gamma(1 + \theta)} + \frac{\hat{L}}{\hat{H}}\,\frac{\sigma}{\hat{H}\sigma + \mu}\,x^i$$

$$\text{[15] e} \quad q^i = \left\{\frac{a - c}{3b} - \frac{2\hat{H}}{3b\hat{L}}\right\} + \left\{\frac{\sigma}{4b(\sigma + \mu)}\right\} x^i +$$

$$+ \left\{\frac{\gamma(2 - \theta)}{3b} - \frac{2\hat{H}}{3b\hat{L}}\right\} g^i + \left\{\frac{\gamma(2\theta - 1)}{3b} + \frac{4\hat{H}}{3b\hat{L}}\right\} g^j$$

ove: $\hat{L} = -\gamma\sigma(2-\theta) - \sqrt{9\gamma^2(2-\theta)^2 - 72b\beta}$

e $\hat{H} = 8[\gamma^2(2-\theta)^2 - 9b\beta]$

sono entrambi negativi. Nella prima espressione in [15] il coefficiente che pone in relazione il segnale alla produzione di input pubblico è positivo. Ciò è dovuto al fatto che nella presente situazione un elevato x segnala bassi costi di produzione dovuti ad un'elevata efficacia dell'input pubblico. Ne segue che se le imprese vogliono segnalare bassi costi (siamo nel caso di Cournot) esse producono una quantità positiva di tale input specificamente allo scopo di distorcere le informazioni in possesso dell'impresa rivale. Nella seconda espressione il secondo termine che collega il segnale al livello dell'output è positivo perché ora esso indica l'efficacia media dell'input pubblico nel ridurre i costi. Il termine che descrive l'effetto incrociato della produzione di bene pubblico intermedio è composto da due componenti. Quello che indica l'effetto in condizioni di certezza dipende, in accordo con le attese, dal valore preso da θ. Al contrario, l'effetto dell'input pubblico dovuto al suo ruolo come segnale è negativo perché, nel caso di Cournot, maggiore è la produzione di tale input, più elevata è la sua efficacia attesa nel ridurre i costi e quindi maggiore è lo spostamento delle funzioni di reazioni dell'impresa rivale verso l'esterno. Come noto, se θ non è tale da rendere g completamente pubblico, uno spostamento solo nella funzione di reazione dell'impresa rivale è tale da abbassare la propria quota nel mercato dell'output.

L'equilibrio simmetrico di Cournot del gioco con comunicazione diretta delle informazioni private è tale che le strategie soddisfano le seguenti condizioni:

$$g^i \frac{2\gamma(2-\theta))(a-c) + 9\alpha b}{18b\beta - (2\gamma(2-\theta))\gamma(1+\theta)} +$$

$$+ \frac{\gamma(2-\theta)}{(9b\beta - \gamma^2(2-\theta)(1+\theta))} \frac{\sigma}{\sigma+\mu} x^i$$

[16] e

$$q^i = \left\{\frac{a-c}{3b}\right\} - \left\{\frac{\sigma}{6b(\sigma+\mu)}\right\} x^i + \left\{\frac{\sigma}{6b(\sigma+\mu)}\right\} x^j +$$

$$+ \left\{\frac{\gamma(2-\theta)}{3b}\right\} g^i + \left\{\frac{\gamma(2\theta-1)}{3b}\right\} g^j.$$

Dalla [15] e dalla [16] possiamo confrontare i due livelli di produzione dell'input pubblico nei casi di informazione privata e condivisa. Facciamo ciò mediante la seguente coppia di diseguaglianze:

$$g^s \geq g^i \Leftrightarrow 2\beta(a - c) \geq -\alpha\gamma(1 + \theta)$$

da cui si ricava che $g^s > g^i$. A differenza del gioco «private value», la produzione dell'input pubblico è maggiore quando le due imprese dividono le informazioni relative alla loro struttura di costo. Nel primo stadio della competizione alla Cournot le due imprese desiderano che la rivale ritenga che il loro livello di costi sia al di sotto di quello reale allo scopo di persuadere quest'ultima a ridurre il proprio output nel secondo stadio. A questo scopo in questo contesto viene prodotto meno input pubblico di quanto sarebbe ottimale nel caso di informazione completa. Minore è la quantità prodotta dell'input pubblico e più bassa è la sua efficacia attesa nel ridurre i costi e quindi più elevato si ritiene che sia il livello dei costi. Indurre queste aspettative è infatti lo scopo del gioco di «segnalazione».

Sulla scorta della discussione sul PVG è immediato vedere che quando entrambe le imprese decidono di non condividere le informazioni private esse producono meno input pubblico allo scopo di ingannare l'impresa rivale sulla loro reale struttura dei costi. Di conseguenza esse producono un livello inferiore di output in equilibrio. L'effetto di ciò in termini di profitti può essere negativo o positivo a seconda dei valori relativi all'efficacia dell'input pubblico, all'intercetta della curva di domanda e ai benefici non correlati all'output connessi alla produzione dell'input.

4. Conclusioni

Il principale risultato dell'analisi svolta nei paragrafi precedenti è che la produzione privata di input pubblici può davvero essere impiegata allo scopo di distorcere le informazioni a disposizione di imprese rivali su caratteristiche specifiche della tecnologia o della domanda. Questa influenza può portare sia ad un aumento che ad una diminuzione degli incentivi privati alla produzione di tali input a seconda delle specificazioni adottate in termini di struttura delle asimmetrie informative e di regole del gioco nella competizione di mercato.

Più precisamente sono stati analizzati due casi polari nella descrizione dell'interdipendenza tra le informazioni private a disposizione delle imprese. Nel gioco *private value* le aspettative relative a un parametro incerto non dipendono dal segnale inviato dall'impresa rivale. Nel gioco *common value*, al contrario, stime Bayesiane sul valore dei parametri incerti sono effettuate usando il segnale inviato dall'impresa rivale.

I risultati ottenuti nel caso di competizione alla Cournot dipendono dalla natura del gioco di «segnalazione» che si realizza tra le imprese. Più precisamente, analizzando un PVG si è riscontrata una sovrapproduzione dell'input pubblico rispetto al caso di completa informazione, allo scopo di segnalare bassi costi e quindi di aumentare la quota di mercato nella competizione del secondo stadio. Al contrario, analizzando un CVG si verifica l'opposto perché le imprese intendono far credere alla rivale che i propri costi sono alti.

Nel caso di competizione alla Bertrand è possibile mostrare che i risultati in termini di sovra o sottoproduzione rispetto al caso di completa informazione non dipendono dall'esistenza di un diverso grado di correlazione tra le variabili che generano asimmetria informativa tra le imprese. La proprietà dell'input pubblico di ridurre i costi di produzione implica che il suo ruolo nel gioco di «segnalazione» sia tale da ridurre ulteriormente la sua produzione privata di equilibrio. Questa osservazione sembra rafforzare ciò che è già stato notato in modelli ad informazione completa ove la competizione alla Bertrand comporta in generale una sottoproduzione degli input pubblici rispetto a diversi standard normativi.

Una nota finale concerne le possibili estensioni dell'approccio qui illustrato. In primo luogo occorrerebbe introdurre un meccanismo esplicito di selezione tra gli equilibri caratterizzati dal mantenimento di informazioni private e condivisione delle stesse. Tale meccanismo dovrebbe sostanzialmente basarsi sull'endogenizzazione della scelta di questo ulteriore stadio di interazione tra le imprese. È facile comunque immaginare che una tale estensione dovrà comportare semplificazioni anche rilevanti nella descrizione analitica degli stadi successivi. In secondo luogo sarebbe interessante analizzare in maggiore dettaglio gli effetti di una rimozione delle barriere esogene all'entrata che caratterizzano l'analisi qui presentata. Non è chiaro infatti, nel presente contesto analitico, quale effetto abbia l'introduzione di un'impresa capace di una potenziale entrata sul mercato.

Riferimenti bibliografici

Bulow, J., Geanakoplos, J. e Klemperer, P. (1985), *Multimarket Oligopoly: Strategic Substitutes and Complements*, in «Journal of Political Economy», vol. 93, pp. 488-511.

Dixit, A. K. (1986), *Comparative Statics for Oligopoly*, in «International Economic Review», vol. 27, pp. 107-122.

Fiorentini, G. (1990), *La produzione di input pubblici in mercati oligopolistici*, Tesi di Dottorato, Dipartimento di Scienze Economiche, Università di Bologna.

Gal-Or, E. (1986), *Information Transmission: Cournot and Bertrand Equilibria*, in «Review of Economic Studies», vol. 53, pp. 85-92.

— (1988), *Incomplete Information as a Veihicle for Implicit Coordination*, Pittsburg University Disc. Pap.
Kreps, D. e Wilson, R. (1982), *Reputation and Imperfect Information*; in «Journal of Economic Theory», vol. 27, pp. 253-279.
Milgrom, P. e Roberts, J. (1982), *Predation, Reputation and Entry Deterrence*, in «Journal of Economic Theory», vol. 27, pp. 280-312.
Radner, R. (1962), *Team Decision Problems*, in «Annals of Mathematical Statistics», vol. 33, pp. 857-881.
— (1987), *Decentralization and Incentives*, in *Information, Incentives and Economic Mechanism*, a cura di Grover, T., Radner, R. e Reiter, R., Blackwell.
Riordan, M. (1985), *Imperfect Information and Dynamic Conjectural Variations*, in «Rand Journal of Economics», vol. 16, pp. 41-50.
Shapiro, C. (1989), *Theories of Oligopoly Behaviour*, in *Handbook of Industrial Organization*, a cura di Schmalensee, R. e Willig, R., Amsterdam, North Holland.