

8. Componenti permanenti e transitorie in macroeconomia

di Marco Lippi e Lucrezia Reichlin

1. Introduzione

L'approccio keynesiano alla macroeconomia, prevalente fino alla fine degli anni Sessanta, distingueva molto nettamente fra le forze che guidano il sistema economico lungo il suo sentiero di lungo periodo e quelle che causano fluttuazioni attorno a quel sentiero. I macroeconomisti si occupavano principalmente di queste ultime, e dato che fluttuazioni eccessive erano considerate indesiderabili, o addirittura politicamente e socialmente pericolose, l'obiettivo più importante era di trovare tecniche adeguate per ridurre la loro ampiezza.

Il trend veniva rappresentato e stimato con strumenti relativamente semplici, soprattutto adattando funzioni elementari del tempo. Mentre la crescita della popolazione, l'accumulazione del capitale e il progresso tecnico venivano riassunti in funzioni come

$$T_t = a + bt,$$

(dopo una trasformazione logaritmica), il ciclo economico era pensato come una variabile stazionaria sovrapposta a T_t .

La critica radicale dell'approccio keynesiano che si è sviluppata all'inizio degli anni Settanta, e che ha dato origine alla nuova macroeconomia neoclassica, era rivolta al modo in cui venivano spiegate le fluttuazioni e non metteva in discussione il problema della forma del trend. Articoli autorevoli come quelli di Lucas [1973] o Sargent [1978] iniziavano la loro analisi econometrica dopo aver depurato i dati dal trend con tecniche tradizionali. L'eliminazione di un trend deterministico veniva effettuata anche nelle analisi VAR¹. Così, mentre le spiegazioni delle fluttuazioni divergevano, nel modo di trattare il trend non si introduceva nessuna novità.

Un importante momento di rottura a questo riguardo c'è stato al-

Ringraziamo F. Canova, L. Christiano, M. Forni, C. Giannini, L. Gutierrez, A. Kirman, A. Maravall, B. Salanié e M. Woodford per le loro utili osservazioni. Una versione più ampia di questo lavoro è stata presentata dagli autori alla «International Economic Association Conference on Business Cycle», Copenhagen, giugno 1989.

¹ Si veda in particolare Sims [1980].

l'inizio degli anni Ottanta. A cominciare da un importante articolo di Nelson e Plosser [1982], è uscito un numero imponente di studi, nei quali veniva stabilito un legame più stretto tra la teoria macroeconomica e l'analisi statistica delle serie temporali, mentre, allo stesso tempo, venivano posti nuovi problemi economici sulla interpretazione dei dati non stazionari.

Prima di tutto, si è messo in discussione il procedimento tradizionale di eliminazione del trend. È risultato che se si sottoponeva a test l'ipotesi di un trend stocastico contro quella di un usuale trend deterministico, la prima non veniva quasi mai rifiutata dai dati macroeconomici. Ma non appena si è cominciato a modellare entrambe le componenti, permanente e transitoria, come variabili stocastiche le cui variazioni avvenivano con la stessa frequenza, è stato possibile porre due problemi che non avevano senso entro l'apparato concettuale tradizionale: *i)* qual è la relazione tra i cambiamenti permanenti e quelli transitori, *ii)* qual è l'importanza relativa dei cambiamenti permanenti e transitori nella spiegazione delle variazioni dell'output. In particolare, Nelson e Plosser hanno sostenuto che una porzione sostanziale del tasso di crescita del GNP degli Stati Uniti era dovuto alla componente permanente. Essi hanno anche suggerito, come conseguenza economica di questo risultato, in contrasto con le spiegazioni del ciclo basate su teorie monetarie o della domanda, che i «fattori reali» dovevano essere considerati come le cause principali sia della crescita economica che delle fluttuazioni.

Nella saggistica successiva al lavoro di Nelson e Plosser, il problema è stato riformulato concentrando l'attenzione su una singola grandezza, la cosiddetta «grandezza della radice unitaria», che può essere definita come l'effetto di lungo periodo di uno shock unitario sul GNP. Corrispondentemente, il dibattito si è incentrato sul problema di stabilire se la grandezza della radice unitaria sia minore o maggiore di uno; il punto di vista del ciclo economico reale sembrava avvalorato nel secondo caso, mentre le teorie monetarie o keynesiane sembravano coerenti con il primo.

In questo lavoro faremo una rassegna del dibattito e solleviamo due questioni. In primo luogo, l'importanza relativa del trend e del ciclo nel GNP possono essere accertate sulla sola base della grandezza della radice unitaria unicamente se si assume – come si è fatto in quasi tutta la saggistica che passeremo in rassegna – che il trend è un puro random walk. Nel paragrafo 7 vedremo che questa assunzione è basata sulla usuale raffigurazione del sistema produttivo come una singola impresa rappresentativa. Sostenendo che se si abbandona questa costruzione teorica e si prendono in considerazione i processi reali attraverso i quali le innovazioni tecniche si diffondono tra le imprese non si può mantenere la rappresentazione del trend come random

walk; piuttosto, bisogna ricercare la specificazione della componente permanente in una classe più generale di processi stocastici. Quest'ultima può fornire decomposizioni in ciclo e trend ragionevoli da un punto di vista economico, in cui la varianza del trend è piccola relativamente a quella del ciclo, mentre la «grandezza della radice unitaria» può essere maggiore di uno. In secondo luogo, il dibattito si è basato sull'ipotesi che le serie temporali economiche appartengano alla classe dei processi stazionari nelle differenze. Tuttavia, la teoria macroeconomica suggerisce diversi interessanti esempi di processi che non appartengono a questa classe. Quando si considerano questi ultimi, il problema della molteplicità delle decomposizioni in trend e ciclo diventa ancora più evidente.

Tratteremo soltanto modelli univariati, ma le nostre argomentazioni sono facilmente generalizzabili all'analisi multivariata. Il presente lavoro non contiene nuovi risultati di stima; ci limiteremo ad una discussione dei modelli impiegati fino ad ora, e ad una indicazione di direzioni per la ricerca futura.

2. Il quadro generale

È necessaria una breve premessa di carattere generale. Quasi tutte le decomposizioni in ciclo e trend alle quali ci riferiremo rientrano nel cosiddetto approccio Slutsky-Frisch al ciclo economico. Questo si basa su due elementi fondamentali: shocks casuali serialmente incorrelati (white noises), e meccanismi di propagazione. Più precisamente, le variabili temporali considerate sono pensate come realizzazioni di processi stocastici stazionari che ammettono la seguente rappresentazione:

$$[1] \quad y_t = b + a(L)\epsilon_t,$$

(la rappresentazione di Wold) dove: *i*) ϵ_t è white noise; *ii*) $a(L)$ è analitica in un insieme aperto che contiene il cerchio di raggio unitario; *iii*) $a(L)$ non ha radici di modulo inferiore ad uno; *iv*) $a(0) = 1$. Va anche ricordato che la classe dei processi stazionari effettivamente considerati in macroeconomia si limita ai processi ARMA (autoregressivi, medie mobili), cioè quei processi che ammettono una rappresentazione come la seguente:

$$y_t = k + \frac{M(L)}{N(L)} \epsilon_t$$

dove $N(L)$ e $M(L)$ sono polinomi finiti. Le condizioni *ii*) e *iii*) di cui

sopra diventano, rispettivamente: $N(L)$ non ha radici di modulo inferiore o uguale a uno; $M(L)$ non ha radici di modulo inferiore a uno; si assume anche che $N(0) = M(0) = 1$, ipotesi che implica la condizione iv).

Coerentemente con l'approccio Slutsky-Frisch, la maggior parte delle decomposizioni in trend e ciclo hanno assunto la forma seguente: (i lavori sui trend segmentati che considereremo più avanti costituiscono una eccezione):

$$[2] \quad y_t = T_t + c_t,$$

dove c_t è un ARMA stazionario, mentre T_t è non stazionario ma $(1 - L)T_t$ è stazionario e ammette una rappresentazione ARMA:

$$[3] \quad (1 - L)T_t = b + \frac{m(L)}{n(L)} v_t,$$

dove $m(L)$ e $n(L)$ soddisfano le condizioni sopra indicate e, inoltre, $m(1) \neq 0$; quest'ultima restrizione verrà giustificata più avanti. Infine, anche se solo implicitamente, viene generalmente assunto che $(1 - L)T_t$ e $(1 - L)c_t$ sono congiuntamente stazionari. Se la varianza di v_t è nulla T_t è deterministico.

3. L'inizio del dibattito

Per fissare le idee, identifichiamo y_t con il logaritmo dell'output reale aggregato. Questa variabile è chiaramente non stazionaria. Il problema è come modellare questa non stazionarietà. I modelli rivali, nelle loro forme più semplici, sono:

$$[4] \quad T_t = a + bt$$

$$[5] \quad T_t = b + T_{t-1} + v_t$$

dove si assume che b sia diverso da zero nella [4], e che v_t sia un white noise non nullo nella [5].

I processi [4] e [5] sono entrambi casi particolari del processo [3]. Tuttavia, c'è una differenza cruciale tra la [4] e la [5]: se si assume che il trend sia dato dalla [4], l'output oscillerà in modo stazionario attorno ad una linea retta, mentre se il trend ha la forma [5] una tale linea non esiste. Questo si può vedere riscrivendo la [5] come:

$$T_t = T_0 + bt + v_t + v_{t-1} + \dots + v_1$$

È chiaro che la distanza di T_t da qualunque linea retta non ha varianza finita.

Più in generale, se partiamo con la decomposizione [2]-[3]:
 A) se $v_t = 0$, il trend ha la forma [4] appena discussa e conviene effettuare la tradizionale depurazione dal trend, cioè la regressione su t e su una costante (si noti che $b \neq 0$, altrimenti y_t sarebbe stazionario); se l'operatore $1 - L$ fosse applicato a y_t , la variabile ottenuta, $b + (1 - L)c_t$, avrebbe una radice unitaria nella sua rappresentazione a y_t , la variabile ottenuta, $b + (1 - L)c_t$, avrebbe una radice unitaria nella sua rappresentazione a media mobile (quest'ultima non sarebbe invertibile) e questo, a sua volta, avrebbe conseguenze indesiderabili sulla stima dei coefficienti ARMA di $(1 - L)y_t$. In questo caso y_t è detto stazionario con trend (d'ora in poi TS).

B) Se $v_t \neq 0$, l'applicazione dell'operatore $(1 - L)$ a y_t produce la variabile $b + (m(L)/n(L))v_t + (1 - L)c_t$. Le conseguenze della «detrondizzazione» tradizionale verranno discusse più avanti. La stazionarietà congiunta di $(1 - L)T_t$ e $(1 - L)c_t$, assieme all'assunzione che $m(1) \neq 0$, implica che $(1 - L)y_t$ ha una rappresentazione ARMA:

$$[6] \quad (1 - L)y_t = k + \frac{M(L)}{N(L)} \epsilon_t$$

in cui $M(1) \neq 0$. Infatti, la assunzione di co-stazionarietà consente di considerare gli spettri di $(1 - L)T_t$ e di $(1 - L)c_t$ e il loro spettro incrociato. Dato che c_t è stazionario, sia lo spettro di $(1 - L)c_t$ che lo spettro incrociato si annullano alla frequenza zero. Perciò, alla frequenza zero, lo spettro di $(1 - L)y_t$ è uguale allo spettro di $(1 - L)T_t$. Siccome $m(1) \neq 0$ quest'ultimo non si annulla alla frequenza zero, cosicché $M(1)$ non può annullarsi. Processi per i quali $v_t \neq 0$, $m(1) \neq 0$, sono detti stazionari nelle differenze (d'ora in poi DS).

In sintesi:

Assumiamo che y_t sia non stazionario mentre $(1 - L)y_t$ è un ARMA stazionario con rappresentazione [6]: i) y_t ammette la rappresentazione [2]-[3] con $v_t \neq 0$ se e solo se $M(1) \neq 0$; ii) y_t ammette la rappresentazione [2]-[3] con $v_t = 0$ se e solo se $M(1) = 0$ (in questo caso $b \neq 0$).

Per completare la dimostrazione del punto i) osserviamo soltanto che se $(1 - L)y_t$ ammette una rappresentazione [6] nella quale $M(1) \neq 0$, allora, banalmente, possiamo porre $T_t = y_t$, $c_t = 0$. Per quanto riguarda il punto ii), si noti che l'integrazione di un processo stazionario con una radice unitaria nel suo polinomio a media mobile ha come risultato un processo stazionario.

Infine, ricordiamo che si dice spesso che i processi DS hanno una radice unitaria autoregressiva. La ragione è chiarita dalla [6]; moltiplicando per $N(L)$ e ponendo $\bar{N}(L) = (1 - L)N(L)$, si ricava:

$$\bar{N}(L)y_t = k + M(L)\epsilon_t$$

Questa è una rappresentazione autoregressiva-media mobile di y_t

in cui il polinomio autoregressivo possiede una radice unitaria che non può essere eliminata perché $M(1) \neq 0$.

Veniamo all'inizio del dibattito. Supponiamo che il trend sia come nella [5] e, per semplicità, che sia $c_t = 0$, cosicché $y_t = T_t$. Se un ricercatore è convinto che il modello del trend è il [4], per prima cosa eliminerà il trend dai dati con una regressione su t e su un termine costante. Poi interpreterà erroneamente la serie residua come una realizzazione di un processo stazionario. Di conseguenza, scaturirà una componente transitoria spuria. L'idea che una «detrendizzazione» basata su una scorretta specificazione della forma del trend possa essere responsabile di una sopravvalutazione dell'importanza del ciclo nelle serie temporali macroeconomiche era centrale negli articoli di Nelson e Plosser [1982] e di Beveridge e Nelson [1981], che hanno dato origine al dibattito.

È stata anche di cruciale importanza la possibilità di sottoporre a test l'ipotesi delle radici unitarie, che è stata aperta alla fine degli anni Settanta da Dickey e Fueller [1979; 1981]. Grazie ad essa si rende possibile provare l'ipotesi che y_t sia DS contro l'ipotesi che y_t sia TS.

Il test Dickey-Fuller è stato largamente applicato, negli articoli appena citati, alle più importanti serie macroeconomiche statunitensi. Quasi invariabilmente, il modello [5] non è stato rifiutato. Inoltre — questo era il più importante risultato dell'articolo di Nelson e Plosser — una volta assunta la [5], la frazione della variazione del GNP spiegata dalla componente ciclica risultava piccola, se non trascurabile, in confronto alla frazione spiegata dalla componente permanente. Questo punto deve essere sviluppato in dettaglio.

4. La tesi di Nelson e Plosser

Come si è detto, il primo risultato di Nelson e Plosser era che il prodotto lordo reale non ammette una decomposizione tradizionale con un trend come quello della [4]. Perciò la trasformazione corretta per ottenere la stazionarietà consisteva nel prendere le differenze, cioè considerare la serie $y_t - y_{t-1}$, invece dei residui di un trend lineare. Seguendo la metodologia Box-Jenkins, Nelson e Plosser hanno analizzato la funzione di autocorrelazione di $y_t - y_{t-1}$ e hanno trovato che la autocorrelazione del primo ordine era significativamente positiva, mentre le autocorrelazioni corrispondenti ai ritardi di ordine superiore non erano significativamente diversi da zero. Essi hanno concluso che un modello come:

$$[7] \quad (1 - L)y_t = k + (1 + \tau L)\epsilon_t,$$

era appropriato. Stimandolo, hanno ovviamente trovato un τ positivo.

Il passo successivo è stato di porre il problema di quale decomposizione in trend e ciclo era coerente con il modello [7]. Più precisamente, gli autori sono partiti con una decomposizione come la [2]-[3], che riscriviamo usando la loro notazione:

$$\begin{aligned} [8] \quad & c_t = \psi(L)u_t, \\ [9] \quad & (1 - L)T_t = b + \theta(L)v_t, \end{aligned}$$

dove $\psi(L)$ e $\theta(L)$ sono funzioni razionali di L che soddisfano tutte le condizioni necessarie per la stazionarietà di c_t e di $(1 - L)T_t$. Inoltre, essi hanno assunto che (v_t, u_t) fosse un white noise vettoriale, cioè che u_t e v_t fossero white noise scalari e che valesse la relazione $\text{cov}(u_{t-k}, v_t) = 0$ per ogni $k \neq 0$; non hanno tuttavia imposto che $\text{cov}(u_t, v_t)$ fosse uguale a zero. Questa è una restrizione severa sulle interrelazioni dinamiche tra ciclo e trend, ma non è nostra intenzione discuterla in questa sede.

Combinando la [7] con le [2], [8], [9] la decomposizione che risulta (omettendo il termine costante) è

$$[10] \quad (1 + \tau L)\epsilon_t = \theta(L)v_t + (1 - L)\psi(L)u_t.$$

Analizzando la [10], Nelson e Plosser hanno raggiunto le seguenti conclusioni:

a) $\theta(L)$ deve essere un polinomio di ordine uno, con $\psi(L) = 1$.

b) *(la proposizione di Nelson e Plosser) Una decomposizione come la [10] nella quale la varianza del trend (in differenze²) è molto piccola in confronto alla varianza del ciclo (in differenze) non è possibile³. Questo vale, in particolare, per decomposizioni in cui trend e ciclo sono ortogonali ad ogni anticipo e ritardo.*

Nel paragrafo 4 daremo una semplice spiegazione di questi risultati e faremo alcune osservazioni critiche. Vediamone ora alcune conseguenze. In primo luogo, per apprezzare appieno l'importanza della proposizione b) va sottolineato che, dopo tutto, un trend stocastico, invece di uno deterministico, potrebbe essere accettato senza danno all'interno del punto di vista dicotomico tradizionale se avesse una varianza molto piccola rispetto a quella del ciclo (entrambi espressi in differenze), cioè se fosse molto *smooth* relativamente al ciclo. In altre parole, un trend come il [9] – invece di una funzione deterministica del tempo – è di per sé neutrale per quanto riguarda le implicazioni economiche. Ma Nelson e Plosser si sono spinti molto più avanti con

² La differenza prima di T_t ha varianza finita, mentre T_t ha varianza infinita.

³ Come affermano Nelson e Plosser: «the variation in actual output changes is dominated by the secular component [...] rather than the cyclical component» [Nelson e Plosser 1982, 155].

l'affermazione *b*). Non solo hanno sostenuto che il trend era stocastico, ma la loro analisi della equazione [10] sembrava fornire un forte supporto alle teorie del ciclo economico nelle quali gli shocks di produttività che causavano cambiamenti permanenti nell'output erano allo stesso tempo la fonte principale delle fluttuazioni, lasciando poco spazio a cause addizionali *indipendenti*, siano esse shocks monetari, di domanda, o qualunque altra causa di fluttuazione (ritorneremo su questo punto nei paragrafi 5 e 7).

Questa idea di una singola causa che genera sia il trend che le fluttuazioni si esplicita in modo molto evidente nella decomposizione in ciclo e trend proposta nell'articolo quasi contemporaneo di Beveridge e Nelson. Questa decomposizione può essere ricavata da considerazioni molto elementari. Assumiamo che y_t sia DS e che

$$(1 - L)y_t = a(L)\epsilon_t$$

sia la rappresentazione di Wold di $(1 - L)y_t$. Siccome y_t è DS, $a(1) \neq 0$. Ora si osservi che:

$$a(L) = a(1) + (1 - L)b(L)$$

dove $b(L)$ è determinato in modo unico come sviluppo di $(a(L) - a(1))/(1 - L)$. La decomposizione proposta da Beveridge e Nelson era:

$$(1 - L)y_t = a(1)\epsilon_t + (1 - L)b(L)\epsilon_t,$$

dove il trend è il random walk $T_t = T_{t-1} + a(1)\epsilon_t$. Questa decomposizione ha la proprietà notevole che i processi white noise che guidano le componenti di trend e ciclo sono perfettamente correlati.

Beveridge e Nelson hanno mostrato che $a(1)\epsilon_t$ può essere interpretato come l'effetto di lungo periodo di ϵ_t su y_t [cfr. Beveridge e Nelson 1981, 154-58]. Più precisamente, se consideriamo $E_t(y_{t+k})$, cioè la previsione di y_{t+k} basata sulla storia del processo fino a y_t , allora $E_t(y_{t+k}) - E_{t-1}(y_{t+k})$ tende a $a(1)\epsilon_t$ quando k tende all'infinito. Perciò $a(1) > 1$ implica una amplificazione di lungo periodo degli shocks che riguardano y_t .

Prima di continuare ricordiamo che se y_t è DS e $(1 - L)y_t = a(L)\epsilon_t$ è la rappresentazione di Wold di $(1 - L)y_t$, la grandezza $a(1)$ è comunemente chiamata la «grandezza della radice unitaria» di y_t .

⁴ Nel caso particolare della [7] abbiamo: $(1 - L)y_t = (1 + \tau)\epsilon_t - (1 - L)\tau\epsilon_t$. Si noti che la varianza del trend è $(1 + \tau)^2\sigma^2\epsilon_t$, mentre la varianza della serie è $(1 + \tau^2)\sigma^2\epsilon_t$. Perciò, dal momento che $\tau > 0$, il trend risulta più disturbato della serie stessa, cosa che dal punto di vista tradizionale è paradossale.

⁵ Si ricordi che $a(1)$ non è nullo. Più precisamente, $a(1)$ deve essere positivo. Questo lo si vede facilmente nel caso ARMA, cioè quando $a(L) = M(L)/N(L)$. Sia il numeratore che il denominatore si devono fattorizzare in monomi come $(1 - \alpha L)$. Se α è

5. Una elementare spiegazione spettrale del problema

Ritorniamo ora alle affermazioni di Nelson e Plosser. Riguardo al punto a), essi si limitano ad osservare che: «The presence of first-order autocorrelation only in $(1 - L)y_t$ implies (barring fortuitous cancellations) that $\theta(L)$ is first order and $\psi(L)$ is zero order» [Nelson e Plosser 1982, 155 corsivo nostro].

Questa argomentazione non appare convincente. Se per esempio partiamo dalla assunzione che $\theta(L)$ e $\psi(L)$ siano polinomi di ordine due, per ottenere un MA(1) nella [10], i loro coefficienti devono soddisfare una restrizione (la cancellazione fortuita). Tuttavia, si noti che questa restrizione sarà banalmente soddisfatta quando $\theta(L)$ e $\psi(L)$ sono, rispettivamente, un MA(1) e un MA(0). Perciò, se si assume una forma dinamica più generale per $\theta(L)$ e $\psi(L)$ – ma questo è implicito nella argomentazione della «fortuitous cancellation» – le cancellazioni necessarie per ottenere la proposizione a) non sono più fortuite di quelle necessarie per rendere $\theta(L)$ un MA(1) e $\psi(L)$ un MA(0)⁶.

Consideriamo ora la proposizione b). Ne daremo una spiegazione semplice e utile dal punto di vista euristico, basata sulla assunzione semplificatrice che il trend e il ciclo sono ortogonali a tutti gli anticipi e ritardi; ciò implica che la covarianza $\text{cov}(u_t, v_t)$ è nulla. Per cominciare, prendiamo l'esempio più semplice di trend stocastico, cioè assumiamo che $\theta(L) = 1$, cosicché il trend è il puro random walk $T_t = T_{t-1} + v_t$, e la decomposizione è:

$$[11] \quad (1 - L)y_t = v_t + (1 - L)\psi(L)u_t.$$

Inoltre, assumiamo che v_t e u_t siano white noises ortogonali ad ogni anticipo e ritardo. La densità spettrale di $(1 - L)y_t$ sarà simile a quella di figura 1, dove il rettangolo in basso rappresenta la densità spettrale di v_t , mentre la densità spettrale del ciclo è sopra il rettangolo. Ora, la densità spettrale del processo stimato da Nelson e Plosser, cioè il processo [7] con un τ positivo, è data nella figura 2 dalla curva AB. È chiaro che una decomposizione come la [11] è impossibile per il processo [7].

Nelson e Plosser, come abbiamo visto, consideravano una decomposizione leggermente più generale come

$$(1 - L)y_t = (1 + \tau L)\epsilon_t = (1 + \mu L)v_t + (1 - L)u_t.$$

Si vede facilmente che μ deve essere positivo (altrimenti la prima

reale, dato che $|\alpha| < 1$, abbiamo $1 - \alpha > 0$. Se α non è reale, anche $(1 - \bar{\alpha}L)$ appartiene alla fattorizzazione. Ma $(1 - \alpha)(1 - \bar{\alpha}) = |1 - \alpha|^2 < 0$.

⁶ Questa argomentazione è sviluppata più in dettaglio in Forni [1989].

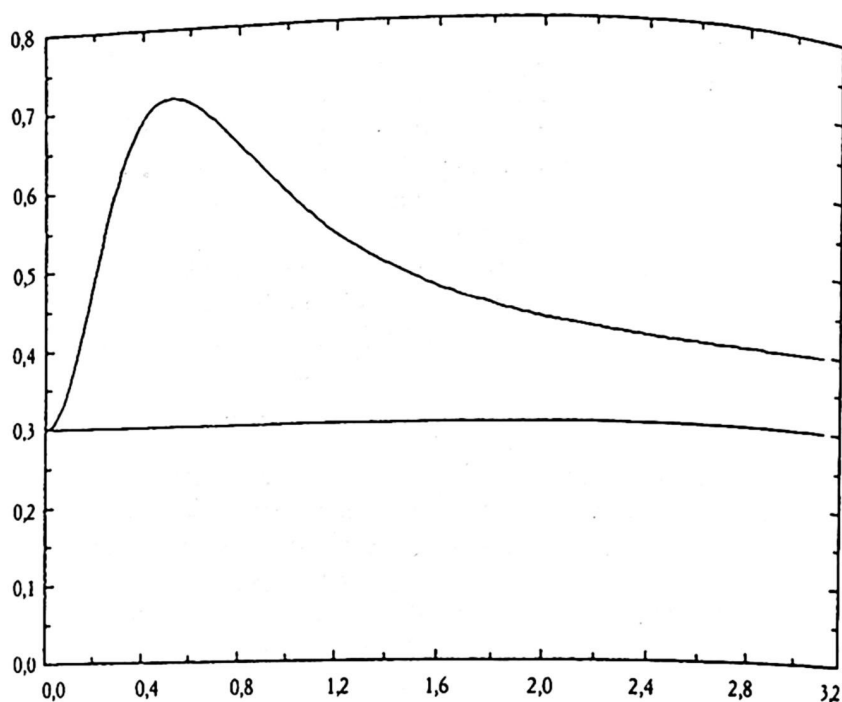


FIG. 1. Densità spettrale di $v_t + (1-L)\psi(L)u_t$.

autocorrelazione di $(1-L)y_t$, sarebbe negativa) e maggiore di τ (altrimenti la autocorrelazione negativa del primo ordine dovuta a $(1-L)u_t$, non sarebbe compensata). La densità spettrale della componente permanente sarà perciò rappresentata da curve come AC, mentre la densità spettrale del ciclo sarà data dalla differenza. La varianza del trend è (a meno di una costante moltiplicativa) l'area sotto AC, mentre l'area residua sotto AB è la varianza del ciclo. La figura mostra molto chiaramente i risultati di Nelson e Plosser nel caso di componenti ortogonali. Infatti, la massima varianza del ciclo si ha quando $\mu = 1$ (il trend segue la linea AD).

Pochi semplici calcoli conducono al risultato di Nelson e Plosser quando u_t e v_t non sono ortogonali (anche se (u_t, v_t) rimane un white noise). Non li riporteremo in questa sede. Piuttosto, va sottolineata una importante caratteristica della figura 2. Tutte le linee che rappresentano possibili componenti permanenti intersecano l'asse verticale esattamente nello stesso punto della densità spettrale del processo. Questo è un fatto generale. Consideriamo la decomposizione:

$$(1-L)y_t = (1-L)T_t + (1-L)c_t,$$

e assumiamo che: A) c_t è stazionario; B) T_t è non stazionario mentre

$(1 - L)T_t$ è stazionario; C) $(1 - L)c_t$ e $(1 - L)T_t$ sono co-stazionari e posseggono una rappresentazione ARMA congiunta. In tal modo abbiamo:

$$\begin{pmatrix} (1 - L)T_t \\ (1 - L)c_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(L) & B(L) \\ C(L) & D(L) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu_t \\ v_t \end{pmatrix},$$

dove $A(L)$, $B(L)$, $C(L)$, $D(L)$ sono funzioni razionali di L , mentre (μ_t, v_t) è un white noise vettoriale.

Ora facciamo la regressione di μ_t su v_t :

$$\mu_t = kv_t + w_t,$$

con $\text{cov}(w_t, v_t) = 0$. Ne segue che

$$(1 - L)c_t = C(L)\mu_t + D(L)v_t = (kC(L) + D(L))v_t + C(L)w_t.$$

Ora, la densità spettrale di $(1 - L)c_t$ si annulla alla frequenza zero, perché c_t è già stazionario. Perciò, dato che w_t e v_t sono ortogonali, sia $C(1)$ che $D(1)$ devono annullarsi. Se $g(\lambda)$ è la densità spettrale di $(1 - L)y_t$:

$$g(\lambda) = |kA(z) + B(z) + kC(z) + D(z)|^2 \sigma_v^2 + |A(z) + C(z)|^2 \sigma_w^2,$$

dove $z = e^{-i\lambda}$. Nel punto $\lambda = 0$ abbiamo:

$$g(0) = |kA(1) + B(1)|^2 \sigma_v^2 + |A(1) + C(1)|^2 \sigma_w^2$$

che è la densità spettrale di $(1 - L)T_t$ in $\lambda = 0$. Riassumendo:

Date le assunzioni A), B) C) sopra indicate, la densità spettrale di $(1 - L)y_t$ e la densità spettrale di $(1 - L)T_t$ coincidono in $\lambda = 0$.

Così in qualunque decomposizione in ciclo e trend la densità spettrale del trend deve intersecare l'asse verticale esattamente nello stesso punto della densità spettrale della serie stessa.

Ora, è importante sottolineare che il livello della densità spettrale di $(1 - L)y_t$ in $\lambda = 0$ non contiene, in generale, una informazione sufficiente ad accertare il rapporto tra la varianza del trend e la varianza del ciclo. Nel caso di Nelson e Plosser si può inferire una proposizione su questo rapporto dalla densità spettrale di $(1 - L)y_t$ in $\lambda = 0$, ma soltanto per: i) la particolare forma dinamica di $(1 - L)y_t$, e ii) la particolare forma assunta sia dal trend che dal ciclo (proposizione a) di Nelson e Plosser). Come vedremo nei prossimi paragrafi, se la prima o la seconda o entrambe queste assunzioni vengono eliminate (per la prima si veda il paragrafo 5, per la seconda il paragrafo 7) la proposizione b) non è più una implicazione necessaria dei dati.

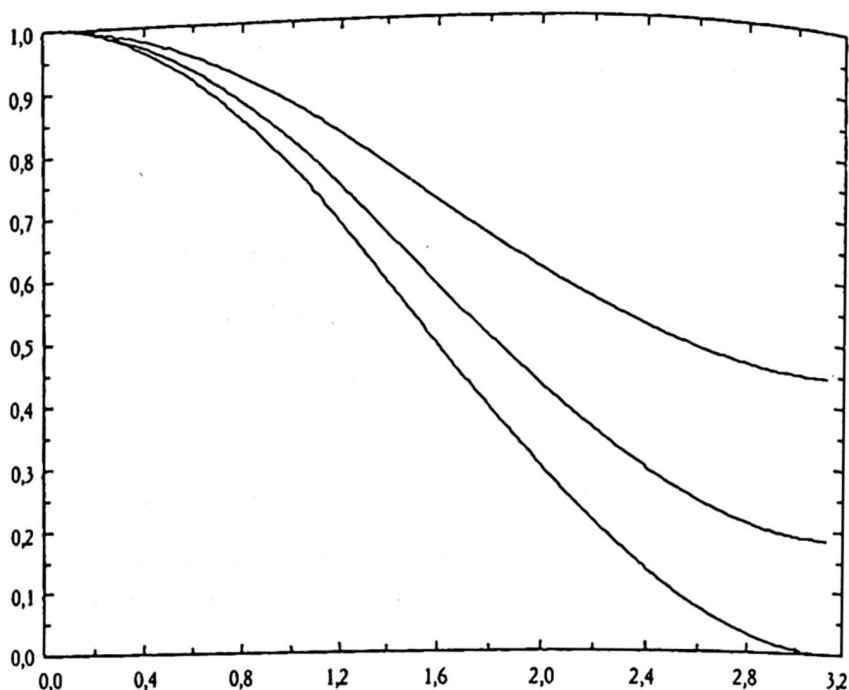


FIG. 2. Densità spettrale di $(1 + \tau L)\epsilon_t$, $\tau > 0$, vari valori di τ .

Ma descriviamo ora brevemente le più importanti obiezioni che sono state sollevate contro i risultati di Nelson e Plosser. Una prima linea di ricerca [Harvey 1985; Watson 1986; Clark 1987; Cochrane 1988], accettando come punto di partenza il modello DS, ha sviluppato l'idea che stimare un modello ARMA non assicura in generale un buon adattamento della densità spettrale corrispondente ad una particolare frequenza, nel nostro caso la frequenza zero. Sono stati proposti modelli diversi e stime dirette della densità spettrale nel punto $\lambda = 0$, che hanno tutti portato alla conclusione che l'importanza della componente di trend è stata sovrastimata da Nelson e Plosser.

Una seconda linea di ricerca [si vedano Perron 1987; Rapoport e Reichlin 1987; Hamilton 1989] chiama in causa la dicotomia tra trend lineari deterministici e trend stocastici del tipo DS. In particolare, i primi due articoli citati considerano come una possibile rappresentazione del trend la funzione $a + bt$, dove però a e b possono variare. Questi cambiamenti corrispondono a variazioni «epocali», relativamente poco frequenti, del «regime». Quando un trend segmentato viene identificato e stimato, il residuo è una variabile stazionaria, con possibili variazioni dei parametri tra i regimi.

6. Quanto è grande il random walk nel GNP?

Nei lavori di cui faremo la rassegna in questo paragrafo *i*) il trend stocastico, in contrapposizione alle funzioni deterministiche del tempo, è dato per scontato, *ii*) la forma dinamica del trend stocastico è limitata ad un puro random walk, cioè $T_t = T_{t-1} + v_t$, o alla sua versione del secondo ordine⁷. Questa seconda caratteristica dei modelli proposti costituisce una drastica semplificazione rispetto al lavoro di Nelson e Plosser. Come abbiamo visto, Nelson e Plosser consentivano al trend di assumere qualunque forma dinamica. La riduzione ad un MA(1) (non ad un puro random walk, comunque) è stata ricavata sulla base della forma stimata di $(1 - L)y_t$ e della argomentazione delle «cancellazioni» discussa sopra. Questo aspetto del lavoro di Nelson e Plosser sembra essere stato dimenticato nel dibattito successivo. Nel paragrafo 7 cercheremo di dare una motivazione di ciò. Qui mostreremo come una simile semplificazione abbia causato uno spostamento della attenzione dalla questione di «quanto sia grande il rapporto fra le varianze del trend e del ciclo» alla questione di «quanto sia grande la radice unitaria».

5.1. Nelson e Plosser avevano basato le loro conclusioni sul correlogramma di $(1 - L)y_t$: solo la prima autocorrelazione era significativamente diversa da zero. Harvey [1985] ha osservato che la procedura di identificazione di Box e Jenkins, che in questo caso suggeriva di ignorare tutte le autocorrelazioni oltre la prima, può implicare una seria distorsione per quanto riguarda le caratteristiche di lungo periodo della serie.

Questo punto richiede una analisi ulteriore. Partiamo di nuovo dalla rappresentazione di Wold:

$$(1 - L)y_t = a(L)\epsilon_t.$$

Utilizzando considerazioni elementari sulla forma della densità spettrale, abbiamo visto che nel modello di Nelson e Plosser la condizione $a(1) > 1$, cioè $\tau > 0$, implica che è impossibile decomporre y_t in un puro random walk e un ciclo, se le due componenti sono ortogonali ad ogni anticipo e ritardo. Questo risultato vale in generale:

Se $a(1) > 1$, indipendentemente dalla forma di $a(L)$, non è possibile una decomposizione in un puro random walk e in un ciclo stazionario, tale che questi processi siano ortogonali ad ogni anticipo e ritardo.

⁷ Una eccezione verrà citata nel paragrafo 7. Va notato che non stiamo tenendo conto dei lavori sulle differenze frazionali come alternative ai punti di vista correnti sulla componente non stazionaria del GNP; si veda su questo punto Diebold e Nerlove [1988].

Per provare ciò, esprimiamo $a(1)$ in termini della densità spettrale nel punto $\lambda = 0$. La densità spettrale di $(1 - L)y_t$ è:

$$g(\lambda) = |a(z)|^2 \sigma_\epsilon^2$$

(si ricordi che $z = \exp(-i\lambda)$). Perciò:

$$[12] \quad a(1) = \sqrt{\frac{g(0)}{\sigma_\epsilon^2}}.$$

Si noti che stimando σ_ϵ^2 e la densità spettrale in $\lambda = 0$ si giunge ad una stima di $a(1)$ (questa è la base del lavoro di Cochrane al quale faremo riferimento più avanti).

Consideriamo ora il rapporto sotto radice quadrata. Il denominatore può essere ottenuto dalla densità spettrale $g(\lambda)$ con la formula di Komogorov [si veda ad esempio Hannan 1970, 137]:

$$\sigma_\epsilon^2 = \exp \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log (g(\lambda)) \, d\lambda \right).$$

Se una decomposizione ortogonale (in cui cioè ciclo e trend sono ortogonali ad ogni anticipo e ritardo) in un random walk ed un ciclo fosse possibile avremmo $g(\lambda) > g(0)$ quasi ovunque in $[-\pi, \pi]$, cosicché:

$$\sigma_\epsilon^2 > \exp \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log (g(0)) \, d\lambda \right) = g(0).$$

Dunque abbiamo dimostrato che se una simile decomposizione esiste $a(1) < 1$, e questo è un modo equivalente per enunciare la nostra proposizione.

Possiamo concludere che se ci limitiamo al problema di stabilire se è possibile una decomposizione in un random walk e un ciclo, con i due processi ortogonali ad ogni anticipo e ritardo, possiamo porre la questione nella forma: «quanto è grande il random walk?», o, più precisamente, « $a(1)$ è maggiore o minore di uno?».

Si noti tuttavia che, mentre $a(1) > 1$ è nettamente in contrasto con la decomposizione, $a(1) < 1$ non è sufficiente per la sua esistenza. Si consideri per esempio un processo la cui densità spettrale è come in Figura 3: la decomposizione è impossibile, nonostante $a(1)$ sia più piccolo di uno. Questo si può vedere semplicemente guardan-

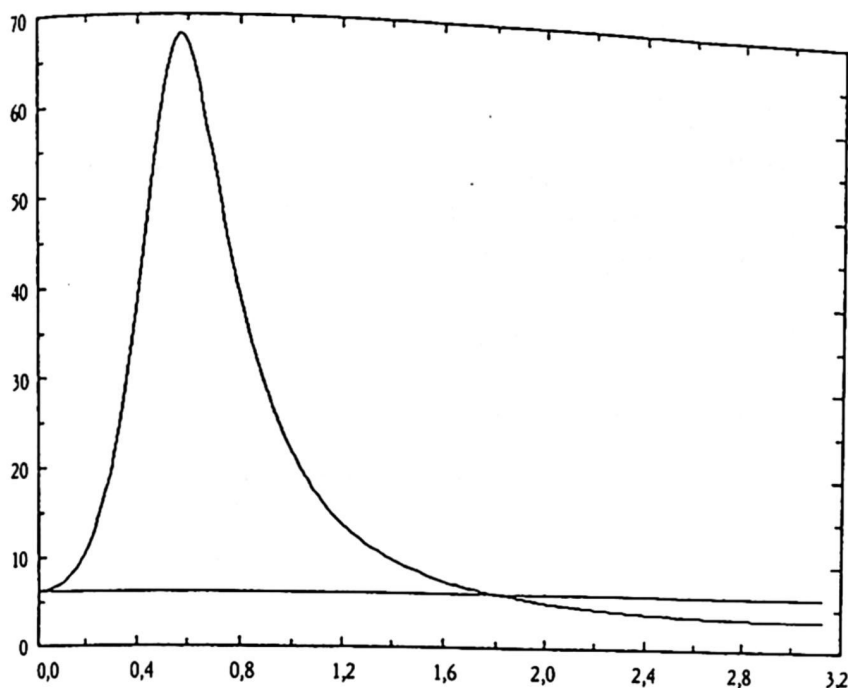


FIG. 3. Un random walk con un ciclo ortogonale è impossibile, ma $a(1) < 1$.

do il grafico del logaritmo della densità spettrale (Figura 4), dal quale risulta immediatamente che la media aritmetica di $\log(g(\lambda))$ è maggiore di $\log(g(0))$.

Ma questo equivale a dire che la media geometrica di $g(\lambda)$ – cioè σ_e^2 , per la formula di Kolmogorov – è minore di $g(0)$.

Possiamo ora tornare al dibattito e alla argomentazione di Harvey, che riformuliamo usando il lavoro di Cochrane [1988]. Consideriamo di nuovo la formula [12]. Osserviamo che:

$$g(0) = \sigma^2 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \sigma(k),$$

dove σ^2 è la varianza di $(1 - L)y_t$, e i $\sigma(k)$ sono le autocovarianze. Ora, la procedura Box-Jenkins, pur basata sui valori stimati dei $\sigma(k)$, semplicemente non è finalizzata ad una stima accurata della somma sopra indicata. Più precisamente, una volta scelta una particolare restrizione sulla forma ARMA – sulla base dei $\sigma(k)$ stimati – la stima di massima verosimiglianza può ben sacrificare accuratezza per certe bande di frequenza⁸. Cochrane ha proposto una stima diretta della

⁸ Si veda Cochrane [1988] e Sims [1972].

densità spettrale nel punto $\lambda = 0$. Applicata ai dati annuali del GNP statunitense analizzati da Nelson e Plosser, il procedimento di Cochrane ha condotto ad una stima di $a(1)$ inferiore a uno. D'altra parte, usando lo stesso metodo, ma su dati quadrimestrali, Campbell e Mankiw hanno ottenuto di nuovo un $a(1)$ maggiore di uno.

Harvey ha proposto la stima di modelli di componenti non osservabili nei quali il trend ha la forma:

$$[13] \quad \begin{aligned} T_t &= t_{t-1} + d_{t-1} + w_t \\ d_t &= d_{t-1} + q_t, \end{aligned}$$

cioè un random walk il cui *drift* è anch'esso un random walk⁹, mentre il ciclo è un ARMA (2, 1). Anche Watson [1986] e Clark [1987] hanno stimato modelli a componenti non osservabili. In particolare, Watson ha usato un trend random walk (d_t costante): dunque, siccome ha assunto che ciclo e trend fossero ortogonali ad ogni anticipo e ritardo – una caratteristica comune a tutti i modelli a componenti non osservabili che stiamo menzionando – ha ottenuto una densità spettrale come quella di figura 1 e, naturalmente, $a(1) < 1$. Si noti, tuttavia, che un simile risultato è imposto a priori in questo caso. Obiezioni ai modelli di componenti non osservabili sono state sollevate da Nelson [1987], che ha sostenuto che questi modelli tendono sistematicamente a sovrastimare l'importanza della componente ciclica (Nelson ha fatto un tentativo di generalizzare l'argomentazione rivolta contro l'uso di trend deterministici).

Una chiara presentazione grafica della discussione è illustrata nella figura 5, che riportiamo da Watson [1986]. Le densità spettrali corrispondenti ad un modello ARIMA (la curva monotona decrescente) e ad un modello a componenti non osservabili (entrambe stimate da Watson usando gli stessi dati) sono raffigurate assieme. Esse hanno una prestazione quasi altrettanto buona per quanto concerne la verosimiglianza, ma $a(1) > 1$ nella prima, mentre $a(1) < 1$ nella seconda, a causa di comportamenti nettamente differenti attorno alla frequenza zero. Watson conclude che «data are not very informative about the long run characteristics of the process» [Watson 1986, 73].

Nel paragrafo 7 proporremo una componente di trend più generale fondata su considerazioni economiche. In particolare, sosteneremo che un processo più «smooth» di un puro random walk è altamente plausibile. Questo ci porterà all'idea di una decomposizione la cui forma è stilizzata nella figura 6, nella quale la linea più bassa rappresenta

⁹ Il modello preferito da Harvey era diverso, ma ciò non è essenziale per i nostri scopi.

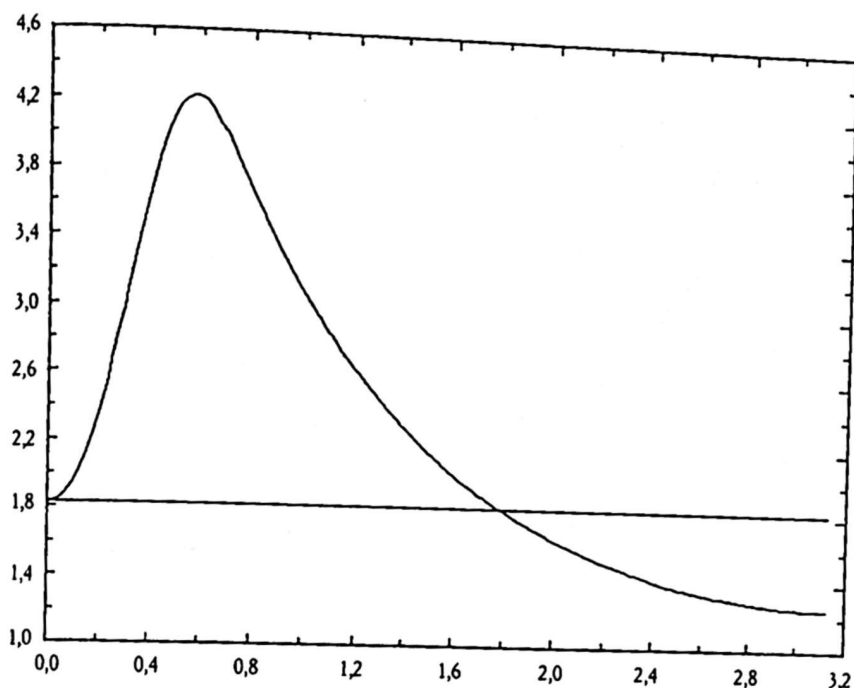


FIG. 4. Logaritmo della densità spettrale di figura 3.

la densità spettrale del trend. Una conseguenza facilmente comprensibile è che la grandezza di $a(1)$ diventa sempre meno interessante¹⁰.

7. C'è una radice unitaria?

Come abbiamo appena osservato, la maggior parte dei modelli studiati nel dibattito sollevato da Nelson e Plosser appartengono alla classe DS. Ciò dipende dai risultati ottenuti sottoponendo a test la specificazione DS contro la TS e perciò, sosterranno, anche dai limiti imposti all'alternativa della ipotesi DS.

In primo luogo, va notato che non c'è alcuna motivazione economica per restringere la scelta dei modelli del trend a questi due casi particolari. Al contrario, sia la storia economica che la teoria macroeconomica suggeriscono che i trend possono assumere forme alternative. Per esempio, viene spesso suggerito che il tasso medio di crescita

¹⁰ Ringraziamo F. Canova che ha attirato la nostra attenzione su un lavoro di D. Quah [1988], nel quale si sottolinea e sviluppa indipendentemente un punto molto simile.

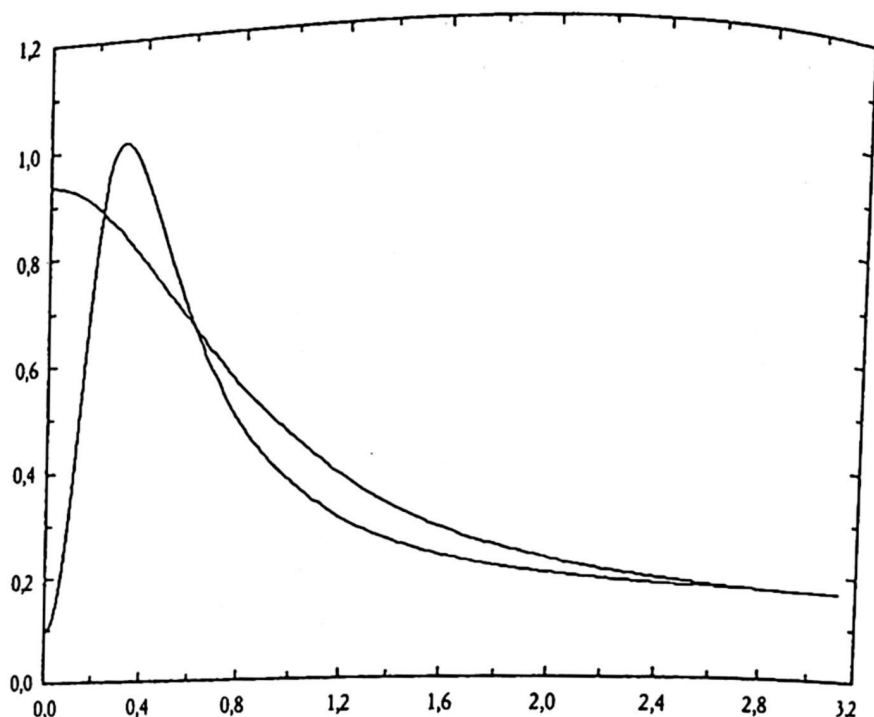


FIG. 5. Densità spettrali corrispondenti a due differenti metodi di stima applicati allo stesso insieme di dati.

dell'economia è soggetto a cambiamenti poco frequenti che sono il risultato di variazioni del regime politico o di grandi scoperte tecnologiche; questo modo di vedere corrisponde a processi che non sono né DS né TS. Diventa quindi naturale chiedersi se il generale ritrovamento della presenza di una radice unitaria non sia dovuto alla ristrettezza delle ipotesi alternative messe a confronto.

Rappoport e Reichlin [1987; 1989] hanno sottolineato che i due modelli alternativi di trend da sottoporre a test, il trend lineare e il random walk, corrispondono a due punti di vista estremi sulla frequenza dei cambiamenti del tasso di crescita dell'economia, tra i quali giace una intera gamma di casi intermedi. Per ottenere una forma dinamica più generale, essi hanno modellato il trend come segue:

$$[14] \quad T_t = a_t + b_t t,$$

con la condizione $a_{t-1} + b_{t-1}(t-1) = a_t + b_t(t-1)$, che implica $a_t - a_{t-1} = (t-1)(b_{t-1} - b_t)$ (in modo che i cambiamenti di a_t sono interamente determinati dai cambiamenti di b_t) e

$$[15] \quad T_t - T_{t-1} = b_t.$$

L'equazione [15] include il modello TS come caso speciale quan-

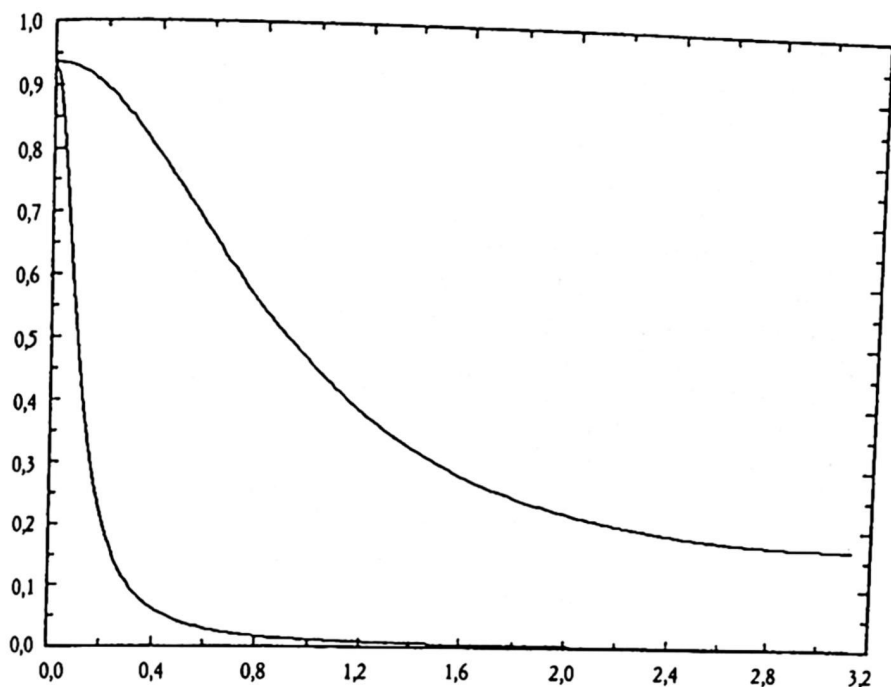


FIG. 6. Decomposizioni trend-ciclo più generali.

do b_t è una variabile casuale degenere. All'altro estremo, se b_t è normalmente distribuita con media costante e varianza finita, il tasso di crescita del trend cambia ad ogni periodo con probabilità uno, e il processo è DS. Tra questi due estremi ci sono processi il cui coefficiente angolare, b_t , non è costante, ma cambia con una frequenza inferiore a quella con cui i dati sono rilevati («trend segmentati»). Gli autori hanno mostrato che se il vero processo è soggetto a k variazioni deterministiche del coefficiente angolare, e si considera una alternativa con $k - 1$ variazioni questi test favoriranno il modello DS contro l'alternativa mal specificata.

Più in generale Reichlin [1989a] ha mostrato che la distorsione non è dovuta semplicemente a questa semplice caratterizzazione delle ipotesi alternative, ma è presente per ogni funzione continua arbitrariamente vicina alla vera funzione. La proposizione dimostrata è la seguente. Assumiamo che le ipotesi alternative siano: 1) una funzione continua $g(t)$ arbitrariamente vicina alla vera funzione $f(t)$; 2) un random walk. Allora, se si possono effettuare abbastanza osservazioni, $g(t)$ verrà rifiutata a favore del random walk.

La presenza di una distorsione del test standard Dickey-Fueller quando il vero processo è un trend segmentato con un break è stata mostrata anche con esperimenti di Monte Carlo da Perron [1987] e

da Hendry e Neale [1989]. Entrambi gli autori mostrano che quando il vero processo è quello indicato la potenza del test si riduce. Simulazioni di Reichlin [1989b] indicano che la potenza dei tests sulla radice unitaria si riduce con il numero di segmenti del vero processo.

A questi risultati fanno da supporto applicazioni empiriche. Sia Rappoport e Reichlin [1989] che Perron [1987] hanno considerato processi con cambiamenti deterministici di regime e li hanno sottoposti a test contro l'ipotesi DS. Christiano [1989] e Reichlin [1989b] hanno utilizzato tecniche *bootstrapping* per testare breaks strutturali nel GNP Usa. Con l'eccezione di Christiano, tutti gli autori concludono che, sottoposta a test contro l'ipotesi di un modello TS con un break strutturale, l'ipotesi della radice unitaria non può essere accettata per la maggior parte delle serie esaminate.

Recentemente, processi con variazioni stocastiche di regime sono stati presi in esame da Hamilton [1989], che ha suggerito che questi ultimi, rispetto ai modelli lineari DS, costituiscono una migliore caratterizzazione dei dati macroeconomici.

La saggistica che studia modelli alternativi per il trend si limita ancora ad una ristretta classe di processi. Inoltre, la questione che ha giocato un ruolo centrale entro la pubblicistica DS – cioè la varianza relativa del ciclo e del trend – non ha un ovvio equivalente all'interno del quadro concettuale dei trend deterministici o stocastici generalizzati. Tuttavia, come cercheremo di argomentare nel prossimo paragrafo, la discussione dovrebbe incentrarsi sul significato economico delle decomposizioni trend-ciclo, e scartare le misure convenzionali.

8. Eterogeneità dei produttori e processi di trend più generali

Il problema di discriminare tra diverse rappresentazioni della componente di trend ci conduce al di là del semplice problema dei tests statistici, e solleva questioni generali sul significato economico che deve essere attribuito alla componente permanente e alle sue variazioni.

Su questa base, nonostante sia le funzioni deterministiche generalizzate del tempo che i puri random walks riproducano aspetti importanti della realtà economica, nessuna delle due rappresentazioni è pienamente soddisfacente. Abbiamo detto che esempi come quello dei processi a trend segmentato consentono di tener conto di grandi cambiamenti che arrivano con frequenza più bassa di quella delle osservazioni, come, per esempio, le rivoluzioni tecnologiche. Tuttavia, se concentriamo l'attenzione sul progresso tecnico come la fonte principale delle variazioni permanenti, è plausibile che, in primo luogo,

dentro ciascun regime i cambiamenti di produttività seguano un processo con radice unitaria piuttosto che una funzione deterministica del tempo, ma che, in secondo luogo, i cambiamenti di produttività non siano adeguatamente rappresentati da un puro random walk.

In questo paragrafo motiveremo quest'ultima affermazione e perciò, d'ora in poi, faremo astrazione dal problema dei possibili cambiamenti di regime e ci concentreremo sulla dinamica interna a ciascun segmento.

8.1. Come abbiamo visto, Nelson e Plosser hanno osservato una autocorrelazione significativa soltanto al primo ritardo. Perciò hanno concluso che il processo era un MA(1), che il trend poteva assumere soltanto la forma MA(1), e che la varianza del trend costituiva una parte sostanziale della varianza di $(1 - L)y_t$. Altri autori hanno obiettato che la regola di identificazione Box-Jenkins portava a sovrastimare l'importanza della componente di trend nel GNP. Tuttavia in tutti questi lavori la componente di trend assumeva la forma particolare di un random walk (o di un processo come il [13])¹¹.

A spiegazione del fatto che il puro random walk $T_t = b + T_{t-1} + v_t$ è stato quasi unanimemente considerato una buona rappresentazione della componente permanente vanno citate due ragioni convergenti. La prima può essere rintracciata nel problema statistico della identificazione e della parametrizzazione parsimoniosa. La seconda ragione riguarda sia il significato economico che è stato attribuito a T_t , sia l'assunzione dell'agente rappresentativo, che sono usuali nella macroeconomia recente.

A rischio di una eccessiva semplificazione riassumiamo questo tema come segue. La tecnologia è data da una funzione di produzione standard del tipo Cobb-Douglas. Tale funzione contiene un coefficiente stocastico moltiplicativo, il cui significato è quello della produttività totale dei fattori. Ora – questo è il punto cruciale – quel coefficiente è anche interpretato come «the stock of neutral technological progress at time t ». Inoltre, si assume che «knowledge arrives in random amounts»¹². La conseguenza è che lo stock di progresso tecnico

¹¹ Come notevole eccezione segnaliamo un suggerimento per una forma più generale del trend contenuto in Campbell e Mankiw [1987]. Il valore di $a(1)$ stimato dagli autori era largamente maggiore di uno. Nondimeno, nelle considerazioni conclusive essi hanno osservato che, se la componente permanente aveva la forma $(1 - \alpha L)^{-1}v_t$, una rilevante frazione della varianza di $(1 - L)y_t$ poteva essere dovuta alla componente ciclica. Vedremo più avanti che a questa possibilità si può attribuire un interessante significato economico.

¹² Stiamo citando da Long e Plosser [1983], p. 61, articolo che è stato, insieme con quello di Kydland e Prescott [1982], uno dei più autorevoli in questo campo, Kydland e Prescott hanno modellato la componente permanente tramite $(1 - \alpha L)$, con α leggermente più piccolo di uno, ma questo era dovuto al loro impiego di un teorema di

neutrale segue un random walk e che perciò la produttività totale dei fattori segue un random walk. Infine, la produttività totale dei fattori è implicitamente identificata con la fonte principale delle variazioni permanenti nel GNP, cosicché la componente permanente di quest'ultimo è modellata come un random walk.

Per quanto riguarda questa linea di ragionamento, si noti in primo luogo che si assume che la conoscenza arrivi con la stessa frequenza delle osservazioni. Inoltre, è importante sottolineare che per ottenere l'equazione «conoscenza accumulata = livello effettivo di produttività» è necessario *eliminare* due caratteristiche molto importanti del progresso tecnico reale: a) una volta che un nuovo metodo di produzione è stato introdotto al livello delle imprese, gli aumenti della produttività seguono comunemente dei processi di apprendimento; b) dato che il risultato finale di questi processi non è noto a priori, e dato che le imprese sono eterogenee, gli arrivi di nuova conoscenza non sono assorbiti da tutte le imprese contemporaneamente; al contrario, la diffusione dei nuovi metodi di produzione è un processo complesso e chiaramente non istantaneo.

L'assunzione dell'agente rappresentativo – o di molti agenti identici – che è usuale nella modellistica macroeconomica, spiega perché la seconda fonte della mancata coincidenza tra i due concetti sopra indicati è stata ignorata sia dalla teoria del ciclo economico reale che dalle interpretazioni alternative. Va sottolineato che anche la prima fonte della mancata coincidenza non è stata presa in considerazione.

Ora, se non accettiamo l'assunzione comune di un produttore rappresentativo e, al contrario, basiamo il ragionamento sulla ipotesi di una rilevante eterogeneità fra produttori, cambia anche la rappresentazione della crescita della produttività. Le innovazioni tecniche non saranno più assorbite in modo simultaneo da tutte le imprese. Esse daranno piuttosto origine a processi ai quali si può attribuire una forma come la seguente:

$$[16] \quad T_t = b + T_{t-1} + d(L)w_t,$$

dove w_t è un white noise. L'andamento dei coefficienti d_t è illustrato nella figura 7, mentre nella figura 8 le corrispondenti somme cumulate presentano la ben nota forma ad S. Qui $\bar{w}_t = w_t + b/d(1)$ è il tasso di cambiamento della produttività al livello delle imprese dovuto alla introduzione di un nuovo metodo di produzione. Il coefficiente

esistenza che richiedeva stazionarietà [si veda *ibidem*, nota 10]. Per una presentazione molto chiara del modo in cui il progresso tecnico viene incorporato nella funzione di produzione si veda anche King, Plosser, Stock e Watson [1987].

te d_i è la frazione dell'industria che introduce il nuovo metodo con ritardo i rispetto alla sua prima introduzione. Perciò $\sum d_i = 1$ ¹³.

La [16] richiede alcuni commenti:

A) come abbiamo già detto, ragioniamo entro un regime; perciò i cambiamenti di produttività $\bar{w}_t$ vanno interpretati come normali miglioramenti entro una data «epoca» tecnologica. Un processo con radice unitaria, invece di un trend lineare, è una conseguenza della ovvia assunzione che tali cambiamenti permanenti siano di grandezza variabile.

B) Se continuiamo a fare riferimento all'output aggregato, è plausibile che i $\bar{w}_t$ arrivino con alta frequenza: qualche nuovo metodo viene continuamente introdotto da qualche parte nell'economia. Sorgono quindi problemi di aggregazione temporale, oltre, naturalmente, ai problemi di aggregazione delle diverse industrie. Infatti, le funzioni $d(L)$ saranno in generale diverse tra le industrie. Questo problema non verrà preso in considerazione in questa sede¹⁴.

Una visione della crescita economica che insiste sulla eterogeneità delle aziende può certamente essere fondata su basi empiriche. Nella storia dell'analisi economica il riferimento chiave è Schumpeter e la sua concezione del ruolo creativo degli imprenditori. Recenti lavori di Nelson e Winter [1982], Silverberg e altri [1988] e Arthur [1989], fra gli altri, illustrano modelli di diffusione del progresso tecnologico che sono basati sulla assunzione di una eterogeneità fra imprese che adottano tecnologie alternative e dove il sentiero tecnologico dell'impresa e dell'industria è determinato dall'interazione tra l'impresa stessa e l'ambiente. Ovviamente, tutti questi modelli descrivono processi di diffusione anziché un istantaneo incremento della produttività.

Le questioni sollevate da questa saggistica vanno molto oltre lo scopo del presente lavoro. Qui ci limitiamo a citare i lavori sopra indicati e a sottolineare che essi forniscono una solida base economica per superare la dicotomia tra trend deterministici e puri random walks, e introdurre processi del tipo [16] come rappresentazioni stilizzate del modo in cui la conoscenza tecnica causa aumenti della produttività.

7.2. I processi di diffusione possono produrre in modo molto naturale densità spettrali che sono molto concentrate attorno al punto $\lambda = 0$. Per fare un esempio, prenderemo in considerazione la seguente

¹³ Va notato che anche la semplice considerazione della diversa vetustà dello stock di capitale esistente dovrebbe portare a scartare un puro random walk come rappresentazione della crescita della produttività.

¹⁴ Sulle conseguenze della aggregazione sulla dinamica macro si vedano Granger [1980] e Lippi [1988]. Si veda anche il capitolo 2 (di Granger) e il capitolo 3 (di Lippi e Forni) in Barker e Pesaran (in corso di pubblicazione).

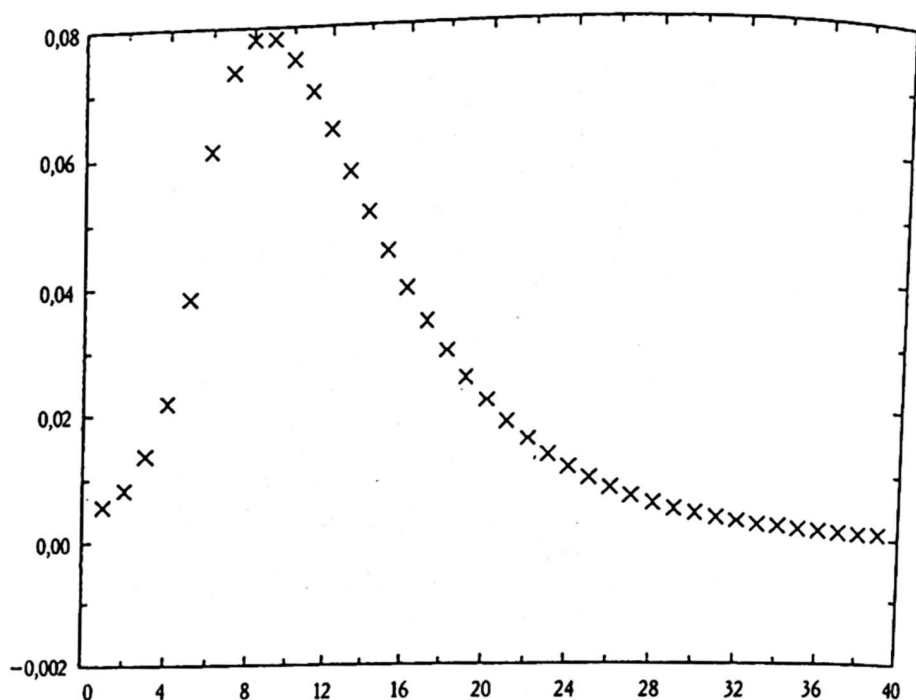


FIG. 7. I coefficienti d_i .

famiglia di processi. Siano m e q interi positivi e $k_1, k_2, \dots, k_{m+1}$ numeri reali positivi. Si considerino ora tutti i processi del tipo $d(L)w_i$, dove:

$$d(L) = d_0 + d_1 L + d_2 L^2 + \dots + d_m L^m + \frac{d_{m+1} L^{m+1}}{(1 - \alpha L)^q},$$

con $1 > \alpha > 0$, mentre:

$$d_1 = k_1 d_0, d_2 = k_2 d_0, \dots, d_{m+1} = k_{m+1} d_0.$$

Siccome teniamo fissi m, q e i coefficienti k_i , i membri della famiglia variano con i parametri d_0, α e σ_w^2 . Aggiungendo la condizione:

$$[17] \quad \Sigma d_i = d_0 \left[(1 + k_1 + \dots + k_m) + \frac{k_{m+1}}{(1 - \alpha)^q} \right] = 1,$$

si vede che d_0 è una funzione di α : non si annulla mai dato che $0 \leq \alpha < 1$, è sempre inferiore a uno e tende a zero per α che tende a 1.

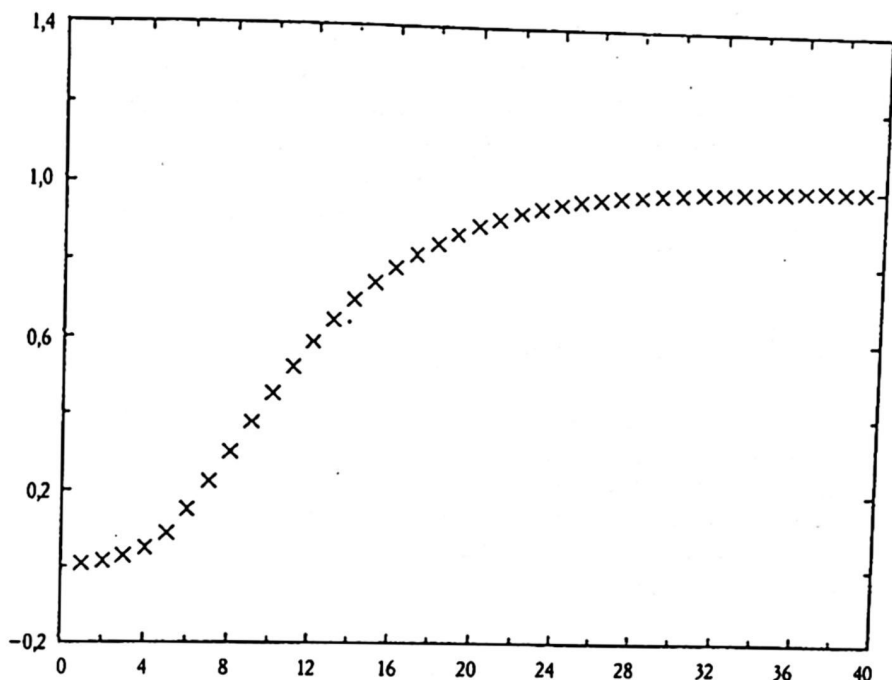


FIG. 8. Le somme cumulate di coefficienti d_i .

Perciò la famiglia è in effetti bidimensionale, ed è convenientemente parametrizzata da α e σ_w^2 .

Nella appendice matematica dimostriamo che, data una famiglia di questo tipo e un reale positivo A , c'è un membro della famiglia la cui varianza è più piccola di qualunque prefissato reale positivo e la cui densità spettrale è uguale ad A in $\lambda = 0$.

Le funzioni $d(L)$ appena descritte sono costituite da un numero finito di coefficienti arbitrari seguiti da una coda esponenziale. Essi sono molto flessibili per la descrizione dei processi di diffusione. Per esempio, l'andamento delle figure 7 e 8 è stato ricavato da:

$$[18] \quad d(L) = d_0 \left(1 + 1,5L + 2,5L^2 + 4L^3 + \frac{6L^4}{(1-\alpha L)^2} \right),$$

con $\alpha = 0,8$. Ora il significato della figura 6 può essere compreso appieno. Assumiamo che $(1 - L)y_t$ sia un ARMA e che $g(\lambda)$ sia la sua densità spettrale. Ci sono infiniti modi nei quali $g(\lambda)$ può essere decomposto in una componente permanente e una transitoria, ortogonali ad ogni anticipo e ritardo, mentre la varianza della componente

permanente può essere piccola quanto vogliamo¹⁵. Infine, va sottolineato che i puri random walks e i trend lineari deterministici sono limiti di processi del tipo [16]. Perciò la netta dicotomia tra trend stocastici e deterministici viene meno. Inoltre, siccome $d(L)$ può approssimare $(1 - L)^{-1}$, aggiungendo un white noise nella [16], anche processi come quello della [13] possono essere visti come limiti di processi di diffusione.

9. Considerazioni conclusive

Abbiamo visto che nell'ultimo decennio è stato fatto un tentativo di unificare la spiegazione del cambiamento permanente dell'output aggregato e delle fluttuazioni attorno alla componente permanente. A questo sviluppo teorico si è affiancato un lavoro empirico che ha cercato di mostrare che i dati macroeconomici erano coerenti con la teoria del ciclo economico reale.

Contro questi risultati sono state sollevate molte obiezioni solide. Entro il quadro concettuale DS, i recenti studi sulla «grandezza della radice unitaria» – il tema divenuto centrale in questa area di ricerca – hanno mostrato che i primi risultati non erano «robusti» quando identificazione e stima Box-Jenkins venivano sostituite da modelli a componenti non osservabili o dalla stima diretta della densità spettrale attorno alla frequenza zero. Perciò, a seconda dell'approccio, sono stati ottenuti sia valori maggiori di uno che valori inferiori ad uno.

D'altra parte, abbiamo visto che l'incentrarsi del dibattito sulla grandezza della radice unitaria è dovuto alla generale accettazione di un puro random walk come modello della componente permanente, e ciò, a sua volta, trova la sua motivazione economica nel punto di vista – diffuso nella macroeconomia – che il sistema produttivo sia descritto abbastanza bene da una impresa rappresentativa, che assorbe istantaneamente le nuove conoscenze tecnologiche. Abbiamo suggerito che se si tiene conto dell'eterogeneità degli agenti riguardo al tempo necessario per introdurre nuovi metodi produttivi, il modello della componente permanente deve essere ricercato entro una classe di modelli più generale dei random walks. Di conseguenza, la grandezza della radice unitaria non è più decisiva: una radice unitaria grande è infatti

¹⁵ Per esempio, se $h(\lambda)$ è una qualunque densità spettrale con $h(0) = g(0)$, $h(\lambda) \leq g(\lambda)$, $(1 - L)y$, può essere pensato come la somma di due componenti ortogonali (ad ogni anticipo e ritardo) le cui densità spettrali sono, rispettivamente, $h(\lambda)$ e $g(\lambda) - h(\lambda)$. Nel caso razionale, è immediato dimostrare che il processo la cui densità spettrale è $g(\lambda) - h(\lambda)$ è la differenza prima di un processo stazionario, ossia del ciclo.

coerente con una varianza del trend molto bassa relativamente a quella della serie stessa, cioè con l'esistenza di importanti cause indipendenti di variazioni dell'output.

Il problema della grandezza della radice unitaria appare ancor meno importante quando si considerino modelli più generali dei DS e dei TS, come accade nella pubblicistica sui trends deterministici o stocastici generalizzati. Questa pubblicistica, per quanto embrionale, fornisce un quadro concettuale in cui l'impatto del progresso tecnico sulle serie macroeconomiche potrebbe essere trattato in modo soddisfacente. Come abbiamo sostenuto, infatti, i processi di diffusione rappresentano modelli del cambiamento tecnico più ragionevoli dei semplici random walks; non solo, ma l'idea che le conoscenze tecnologiche arrivino in modo stazionario dovrebbe essere messa in discussione seguendo le linee suggerite negli studi sui trends generalizzati.

10. Appendice

Sia A un dato numero reale positivo. Se la densità spettrale del processo $d(L)w_t$ deve essere uguale ad A in $\lambda = 0$ dobbiamo avere:

$$A = \left(d_0 + d_1 + d_2 + \dots + d_m + \frac{d_{m+1}}{(1-\alpha)^q} \right)^2 \sigma_w^2$$

[19]

$$= \left(1 + k_1 + k_2 + \dots + k_m + \frac{k_{m+1}}{(1-\alpha)^q} \right)^2 d_0^2 \sigma_w^2.$$

Mostreremo più avanti che, indicando con B la varianza $d(L)w_t$:

$$[20] \quad B \leq \left(1 + k_1^2 + k_2^2 + \dots + k_m^2 + \frac{k_{m+1}^2}{(1-\alpha^2)(1-\alpha)^{2q-1}} \right) d_0^2 \sigma_w^2.$$

Eliminando $d_0^2 \sigma_w^2$ otteniamo:

$$B \leq \frac{(1-\alpha)^2 [(1+k_1^2+k_2^2+\dots+k_m^2)(1-\alpha^2)(1-\alpha)^{2(q-1)}+k_{m+1}^2]}{(1-\alpha^2) [(1+k_1+k_2+\dots+k_m)(1-\alpha)^q+k_{m+1}]^2}.$$

Dato che $k_{m+1} \neq 0$, e che $(1-\alpha)^2/(1-\alpha^2) = (1-\alpha)/(1+\alpha)$, è possibile trovare un $\bar{\alpha}$, $1 > \bar{\alpha} > 0$, tale che B sia infe-

riore a qualunque prefissato numero reale positivo. Dato $\bar{\alpha}$, d_0 è anch'esso dato dalla [17], mentre σ_w^2 è dato dalla [19].

Infine, per quanto riguarda la [20], consideriamo la varianza di $(1 - \alpha L)^{-q} w_t$. Essa è uguale a $(2\pi)^{-1} \sigma_w^2 R$, dove:

$$R = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{|1 - \alpha e^{-i\lambda}|^{2q}} d\lambda.$$

Abbiamo:

$$\begin{aligned} R &= \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{|1 - \alpha e^{-i\lambda}|^2} \frac{1}{|1 - \alpha e^{-i\lambda}|^{2(q-1)}} d\lambda \\ &\leq \frac{1}{(1 - \alpha^2)^{2(q-1)}} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{|1 - \alpha e^{-i\lambda}|^2} d\lambda, \end{aligned}$$

dove la disuguaglianza è stata ricavata sostituendo il massimo su $[-\pi, \pi]$ al secondo fattore sotto il primo integrale. Ma l'integrale rimanente ha il valore familiare $(2\pi)(1 - \alpha^2)^{-1}$.

Riferimenti bibliografici

- Arthur W.B. (1989), *Competing Technologies, Increasing Returns, and Lock-In by Historical Events*, in «The Economic Journal», 99, pp. 116-31.
- Barker T.S. e Pesaran M.H. (a cura di) (in corso di pubblicazione), *Disaggregation in Economic Modelling*, London, Routledge.
- Beveridge S. e Nelson C.R. (1981), *A New Approach to the Decomposition of Economic Time Series into Permanent and Transient Components with Particular Attention to Measurement of the Business Cycle*, in «Journal of Monetary Economics», 7, pp. 151-74.
- Campbell J.Y. e Mankiw N.G. (1987), *Are Output Fluctuations Transitory?*, in «Quarterly Journal of Economics», 102, pp. 857-80.
- Christiano L.J. (1988), *Searching for a Break in GNP*, working paper n. 2695, National Bureau of Economic Research.
- Clark P.K. (1987), *The Cyclical Component of the U.S. Economic Activity*, in «Quarterly Journal of Economics», 102, pp. 798-814.

- Cochrane J.H. (1988), *How Big is the Random Walk in GNP?*, in «Journal of Political Economy», 96, pp. 893-920.
- Dickey D.A. e Fueller W.A. (1979), *Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root*, in «Journal of the American Statistical Association», 74, pp. 427-31.
- (1981), *Likelihood Ratio Tests for Autoregressive Time Series with a Unit Root*, in «Econometrica», 49, pp. 1057-72.
- Diebold F.X. e Nerlove M. (1988), *Unit Roots in Economic Time Series: a Selective Survey*, Finance and Economics Discussion Series, Federal Reserve Board, Washington, D.C.
- Forni M. (1989), *Trend, Cycles and 'Fortuitous Cancellations': a Note on Paper by Nelson and Plosser*, Dipartimento di Economia Politica, Modena.
- Granger C.W.J. (1980), *Long-Memory Relationships and the Aggregation of Dynamic Models*, in «Journal of Econometrics», 14, pp. 227-38.
- Hamilton J.D. (1989), *A New Approach to the Economic Analysis of Non-Stationary Time Series and the Business Cycle*, in «Econometrica», 2, pp. 357-84.
- Hannan E.J. (1970), *Multiple Time Series*, New York, Wiley.
- Harvey A.C. (1985), *Trends and Cycles in Macroeconomic Time Series*, in «Journal of Business and Economic Statistics», 3, pp. 216-27.
- Hendry D.F. e Neale A.J. (1989), *The Impact of Structural Breaks Unit-root Tests*, Nuffield College, Oxford, dattiloscritto.
- King R.G., Stock J.H., Plosser C.I. e Watson M. (1987), *Stochastic Trends and Economic Fluctuations*, Working Paper n. 2229, National Bureau of Economic Research, aprile.
- Kydland F.E. e Prescott E.C. (1983), *Time to Build and Aggregate Fluctuations*, in «Econometrica», 50, pp. 1345-70.
- Lippi M. (1988), *On the Dynamic Shape of Aggregated Error Correction Models*, in «Journal of Economic Dynamics and Control», 12, pp. 561-85.
- Long J.B. e Plosser C.I. (1983), *Real Business Cycles*, in «Journal of Political Economy», 91, pp. 39-69.
- Lucas R.E. Jr. (1973), *Some International Evidence on Output-Inflation Trade-offs*, in «American Economic Review», 68, 3, pp. 326-34.
- Nelson C.R. (1987), *Spurious Trend and Cycle in the State Space Decomposition of a Time Series with a Unit Root*, NBER Technical Working Paper, n. 63.
- Nelson C.R. e Plosser C.I. (1982), *Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Some Evidence and Implications*, in «Journal of Monetary Economics», 10, pp. 139-62.
- Nelson R. e Winter S. (1982), *An Evolutionary Theory of Economic Change*, Harvard, Mass., The Belknap Press of Harvard University Press.
- Perron P. (1987), *The Great Crash, the Oil Price Shock and the Unit Root Hypothesis*, Université de Montréal, dattiloscritto.
- Quah D. (1988), *The Relative Importance of Permanent and Transitory Components: Identification and Some Theoretical Bounds*, Department of Economic, MIT, dattiloscritto.
- Rappoport P. e Reichlin L. (1987), *Segmented Trends and Non-stationary Time Series*, working paper n. 87/319, European University Institute.

- (1989), *Segmented Trends and Non-stationary Time Series*, in «Economic Journal», 395, pp. 168-77.
- Reichlin L. (1989a), *Structural Change and Unit Root Econometrics*, in «Economic Letters», (in corso di pubblicazione).
- (1989b), *Does GNP Have Breaks? Some Simulation Results*, O.F.C.E., Paris, dattiloscritto.
- Sargent T.J. (1978), *Rational Expectations, Econometric Exogeneity and Consumption*, in «Journal of Political Economy», 86, pp. 673-700.
- Silverberg G., Dosi G. e Orsenigo L. (1988), *Innovation, Diversity and Diffusion: A Self-Organization Model*, in «Economic Journal», 98, pp. 1032-54.
- Sims C.A. (1972), *The Role of Approximate Prior Restrictions in Distributed Lag Estimation*, in «Journal of the American Statistical Association», 67, pp. 169-75.
- (1980), *Macroeconomics and Reality*, in «Econometrica», 48, pp. 1-48.
- Watson M.W. (1986), *Univariate Detrending Methods with Stochastic Trends*, in «Journal of Monetary Economics», 18, pp. 49-75.

Summaries

Innovation Economics and Economic Evolution

by Giovanni Dosi

The paper discusses some implications of recent findings from the economics of innovation for economic analysis in general. First, it considers the notion of technological opportunity and its processes of exploration by interest-motivated agents. The (partial) endogeneity of innovation, it is argued, challenges the standard distinction between analyses of economic coordination under stationarity, on the one hand, and dynamics, on the other. Second, it discusses the theoretical results achieved by sequential/evolutionary/self-organization models in representing economic dynamics *cum* endogenous innovation. Third, it suggests some broad implications of such an approach to innovation in the areas of industrial economics, theory of production, international trade, environmental economics.

Structural Change is Inevitable in a Process of Economic Growth

by Luigi L. Pasinetti

The author takes an unusual approach to the process of economic growth by sketching out a stylized historical scenario in which, he considers, sequentially, a series of five impacts of technical change on the process of industrialization. From the first technological impact on costs and prices, the author goes on to the impact on international trade, then on the growth of wages and demand, and finally on the structural dynamics of demand and employment. In the midst of many disequilibrating effects, the author singles out also powerful stabilizing effects, and in particular he concentrates on uniform wage rates or rather on uniform *rates of growth* of wages, which are indicated as the major channel through which the benefits of technical progress are distributed through the whole economy. The conclusion is that it would be illusionary to try to cover these phenomena by macro-economic analysis. The structural approach to economic dynamics becomes inevitable simply because there cannot be long-term growth without structural change.

Evolutionary Theory and Industrial Innovation: Empirical Results of the Eighties

by Franco Malerba and Luigi Orsenigo

The main point of the paper is that after the pathbreaking contributions of Nelson, Winter, Rosenberg and Freeman in the late seventies and early eighties, a large number of significant studies covering a wide range of topics have been done during the eighties. In particular, these studies have examined in depth opportunity, appropriability and cumulativeness conditions; learning processes by firms and the organization of innovative activities; path dependency, selection and industry dynamics; institutions and national systems of innovation. They have made possible a better understanding of the working of technologies, firms, industries and institutions, and have led to major advances in the general conceptualization of technology, innovation and industrial dynamics.

International Trade. Technical Change and Transition in the Pattern of Specialization

by Adriano Biondi and Mario Cimoli

In the first part, the new theory of international trade is discussed and its characteristic of representing an extension of the traditional paradigm H-O is emphasized. Some theoretical approaches which are intended both as criticisms and propositions in a non-traditional sphere are then examined. In the second part, the essential elements of a model whose objective is to unite some of the most important aspects found in the non orthodox approach are expounded. The analysis is applied to the case of changes in the production techniques which in turn induce changes in the pattern of specialization. The main interest is in the process of change within which imitation and learning take place and lead the model to provide solutions that are not predetermined in the initial data.

An Intervention

by Paolo Sylos Labini

The intervention stresses two main propositions: 1) the speed of technical progress is determined by economic impulses; 2) unemployment is not a static phenomenon, but a dynamic one. The two are

strictly related, as the same dynamic variables (mainly endogenous) that explain productivity changes can be taken to explain unemployment.

Diffusion: Investment and Adoption

by Cristiano Antonelli

The paper deals with the problem of diffusion, interpreted as the embodiment of a superior technique in new capital goods. In standard macroeconomic approaches (the epidemic approach, the equilibrium approach), investment is given, and the new capital goods are chosen because they are clearly superior to the old ones. The author proposes a model which integrates micro and macro aspects, so as to consider investment decisions in the process of diffusion of technical change, and hence factors like the profitability of innovation, the relative cost of factors and the limited information of managers and entrepreneurs.

Aggregation in the Empirical Tests of the Evolutionary Theories of Economic Change

by Domenico Siniscalco

The empirical tests of the evolutionary theories of economic change must embody a criterion of aggregation, to relate agents behaviour to market outcome. The problem of aggregation, particularly in the field of innovation, cannot be solved by specifying models with a single (representative) firm, extending its behaviour to industry. Rather, the models should explicitly consider the strategic interaction among firms. Games tournaments, evolutionary games, genetic algorithms, and other recent extensions of game theory can provide a framework to analyse interaction and selection without violating the basic theoretical characteristics of the evolutionary models of innovation.

Permanent and Transitory Components in Macroeconomics

by Marco Lippi and Lucrezia Reichlin

In this paper the authors review the literature on trend and cycle decompositions which has followed the pathbreaking work by Nelson

and Plosser [1982]. Moreover they claim that most of the macroeconomic conclusions drawn from the analysis of GNP data, i.e. the idea that estimated models supported Real Business Cycle theory, heavily relies on the very special assumption of a random walk trend. Once this assumption has been removed, the traditional view, explaining fluctuations of the GNP mostly in terms of a transitory component, can no more be rejected.