

# **1. La rappresentazione della tecnologia produttiva nell'analisi microeconomica: problemi e recenti tendenze**

di Piero Tani

## **1. Introduzione**

Obiettivo di questo lavoro è la discussione di un tema, molto specifico e di carattere prevalentemente tecnico, relativo alle teorie economiche della produzione: quello delle possibili rappresentazioni analitiche della tecnologia. Il riferimento a rappresentazioni di carattere microeconomico (e più precisamente micro-microeconomico) è una ulteriore delimitazione che può apparire particolarmente grave. Uno degli assunti di questo lavoro è, d'altra parte, che, non solo rappresentazioni analitiche della tecnologia a livello di singole unità produttive siano necessarie per la teoria economica; ma anche che proprio a questo livello vi sia una maggiore esigenza di nuove formulazioni, capaci di affrontare aspetti finora alquanto trascurati.

Saranno quindi passate in rassegna le rappresentazioni che la letteratura mette a disposizione, considerandone i vari collegamenti – ed in particolare le condizioni per la loro equivalenza – e i problemi rispetto ai quali l'una o l'altra risulta preferibile. Si metteranno soprattutto in evidenza recenti nuove esplorazioni che promettono di rendere più ricca la scatola degli attrezzi.

Un'idea guida di questa rassegna è quella per cui è necessaria all'economista una pluralità di rappresentazioni analitiche (del fenomeno della produzione come, almeno in linea di principio, di ogni altro fenomeno rilevante), da applicare in alternativa, a seconda dello specifico problema che si intende affrontare<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Si presentano, al riguardo, tra le altre di carattere più tecnico, due possibili alternative particolarmente rilevanti: le rappresentazioni più adeguate a modelli normativi a fronte di quelle più adeguate a modelli descrittivo-interpretativi della realtà; e poi l'alternativa tra rappresentazioni orientate a modelli «apologetici» e quelle orientate a modelli «critici». Una posizione assai originale al riguardo è quella che caratterizza un volume di recente pubblicazione [Adorisio 1986], il quale, oltre che per la ricchezza della trattazione analitica, in larga parte dedicata alla produzione, si distingue per il taglio interpretativo: partendo da posizioni critiche (e più specificamente marxiste),

## 2. Teoria della dualità

Avendo scelto questo tema, sembra naturale prendere avvio dalle applicazioni della *teoria della dualità*, per la crescente importanza questa teoria ha assunto nell'analisi economica, e in particolare nella analisi microeconomica della produzione; una ragione più specifica siede poi nel fatto che alcuni dei risultati fondamentali della teoria della dualità sono interpretabili come risultati di equivalenza tra differenti rappresentazioni analitiche della tecnologia, o, più in generale, come risultati che stabiliscono corrispondenze tra proprietà di rappresentazioni.

Le applicazioni della teoria della dualità all'analisi della produzione in economia non sono in verità recenti: anche a non voler andare troppo all'indietro alla ricerca di precursori, i primi fondamentali risultati risalgono agli anni '30 [Hotelling 1932; Roy 1942], sono sviluppati da Samuelson [1953-54]; ricevono una trattazione più completa, proprio con riferimento alla teoria della produzione, in Shephard [1953], Uzawa [1964], e soprattutto in Shephard [1970]. Ma solo negli ultimi vent'anni tali applicazioni si sono grandemente sviluppate, soprattutto in connessione con il riconoscimento della loro importanza in econometria, a partire da McFadden [1966]<sup>2</sup>.

## 3. Rappresentazioni primali e rappresentazioni duali della tecnologia

Vi è un elemento comune alle rappresentazioni che la teoria della dualità è in grado di collegare tra di loro: tutte si riferiscono, esplicitamente o implicitamente, al processo di produzione come ad un (doppio) vettore di numeri, esprimenti quantità di input e quantità di output. Nella stragrande maggioranza dei casi, nessuna ulteriore specificazione è richiesta circa il significato di questi numeri, se non ap-

l'intero corpo della teoria neoclassica della produzione viene presentato in chiave esclusivamente normativo-operativa.

<sup>2</sup> Per una più precisa ricostruzione storica, si veda Diewert [1982, 547 ss.]. Per rassegne sulla letteratura e sui principali risultati in tema di dualità, oltre al lavoro di Diewert appena indicato, si possono utilmente consultare Diewert [1974], la rassegna di McFadden in Fuss-McFadden [1978]; ampi riferimenti alla teoria della dualità sono contenuti in Nadiri [1982]. Un utile confronto tra le applicazioni della dualità alla teoria della produzione e quelle alla teoria del consumo è ricavabile da Blackorby-Prumont-Russell [1978]. Per le applicazioni specifiche alla produzione si veda anche Taniguchi [1986, cap. 4]. Presentazioni molto sintetiche ma efficaci della dualità si hanno in Taniguchi [1985, 35 ss. e 78 ss.], con prevalente riferimento al consumo, e in Vaggi [1987, 214 ss.], con riferimento alla produzione.

punto che essi indichino quantità di beni o servizi in input e quantità di beni o servizi in output.

Naturalmente, il fatto che i risultati ottenuti possano essere applicati a tutte le possibili interpretazioni di queste «quantità di input» e «quantità di output» dà ad essi un carattere di grande generalità, che è apprezzabile e utile. Ma, per un altro verso, la generalità può sconfinare nella genericità: su questo aspetto vi sarà occasione di soffermarsi in seguito.

Il riferimento alla teoria della dualità ci consente di suddividere le rappresentazioni più consuete della tecnologia in due grandi classi. In una prima classe possiamo considerare tutte le rappresentazioni nelle quali il riferimento ai processi di produzione, come sopra definiti, è diretto ed esplicito. La più generale di esse è costituita certamente dall'insieme di produzione; da essa si possono logicamente derivare le altre (anche se a volte storicamente nate prima): alcune di esse prendono in considerazione, come nel caso dell'insieme di produzione, tutti i processi possibili (così è per la famiglia degli insiemi di fabbisogno di input; o per la funzione di distanza); altre fanno invece riferimento ai soli processi efficienti (frontiera dell'insieme di produzione, funzione di trasformazione; funzione di produzione; famiglia di isoquant). Proprio in rapporto alla teoria della dualità, vi è una ormai diffusa abitudine a chiamare queste rappresentazioni della tecnologia *rappresentazioni primali*.

Una seconda classe di rappresentazioni comprende invece quelle che presuppongono la soluzione di un problema di scelta, e più precisamente un problema di ottimizzazione vincolata: così è per la funzione di costo (minimo valore degli input necessari a produrre dati output, a dati prezzi degli input medesimi), per la funzione di profitto (ristretta e generale) (massimo valore attribuibile a processi produttivi possibili, a prezzi dati di tutti i loro elementi), per la funzione di ricavo (massimo ricavo ottenibile a dati prezzi degli output con un dato ammontare di input), per la funzione indiretta di produzione (massimo output ottenibile a un dato costo, dati i prezzi degli input). Per queste forme si parla di solito di *rappresentazioni duali*.

Anche per le rappresentazioni duali è possibile, pur se meno consueto, il riferimento a tutte le situazioni possibili, e non solo a quelle efficienti.

Nella sua accezione più generale, la teoria della dualità stabilisce condizioni di equivalenza tra rappresentazioni della tecnologia appar-

<sup>3</sup> Formalmente le due denominazioni potrebbero essere scambiate. Ma vi è una ovvia precedenza, non foss'altro che per ragioni storiche, delle rappresentazioni in termini di quantità di input e quantità di output rispetto a quelle in termini di costi e di profitto.

tenenti alla prima e rappresentazioni appartenenti alla seconda delle due classi suddette: così, sotto l'ipotesi di input-convenzionalità dell'insieme di produzione, si dimostra che una rappresentazione in mini di funzione di costo fornisce le stesse informazioni sulla tecnologia che possono essere incorporate in una qualunque delle forme primali (insieme di produzione, insiemi di fabbisogno di input, funzione di distanza, funzione frontiera, funzione di produzione). Ipotesi forti (*free disposal* e convessità) sono richieste perché la funzione profitto possa essere ritenuta equivalente ad una qualunque delle rappresentazioni primali<sup>4</sup>. Tuttavia, sia nell'uno che nell'altro caso, è noto che, anche quando tali ipotesi non sono pienamente rispettate, rappresentazioni duali forniscono informazioni sulla tecnologia delle quali è possibile precisare, almeno in senso qualitativo, il grado approssimazione.

#### 4. La funzione di costo

Una precisazione è opportuna riguardo ad una delle rappresentazioni maggiormente utilizzate, la funzione di costo<sup>5</sup>. La rappresentazione della tecnologia mediante funzioni (e curve) di costo ha una gloriosa tradizione, oltre ad essere ancora ampiamente presente nei libri di testo. La sua minor generalità rispetto a rappresentazioni quale quella in termini di insieme di produzione e il crescente riferimento ad analisi di equilibrio generale avevano determinato però una sostanziale riduzione nel suo impiego. La decisiva ripresa di interesse, connessa con i risultati di dualità sopra ricordati, riguarda in realtà un concetto che, pur avendo ancora il nome di funzione di costo, è sostanzialmente diverso: mentre la funzione tradizionale riguardava in fatti il legame tra quantità prodotte e costo, per un dato livello dei prezzi degli input, per la «nuova» funzione di costo l'attenzione è centrata proprio sul legame tra prezzi degli input e costo, per ogni dato livello degli output.

Recentemente, tuttavia, vi è stato un forte ritorno di interesse per la funzione di costo intesa nel significato primitivo, con prevalente riferimento al caso di produzione multipla: ciò è avvenuto soprattutto nell'ambito della teoria dei mercati contendibili, cui faremo più ampio riferimento in seguito.

<sup>4</sup> Per una buona presentazione dei principali risultati di dualità relativi alla funzione di profitto, si veda il recente lavoro di Moschini [1983].

<sup>5</sup> Sulla evoluzione storica di questo concetto nella teoria economica si veda la corrispondente voce del *Dizionario di Economia Politica* curato da G. Lunghini [Morroni 1985].



È ovvio che risultati di dualità non possono essere applicati alla funzione di costo intesa in questa nuova (o meglio antica) accezione. Pertanto, quando la tecnologia venga caratterizzata con una funzione di costo che ha per soli argomenti le quantità prodotte, e si suppongano dati i prezzi degli input, le informazioni sulla tecnologia che se ne possono trarre sono certamente parziali. Se, per esempio, una funzione di costo monoprodotto presenta costi (medi) decrescenti, poco si può dire in generale sulle caratteristiche dell'insieme di produzione per quanto riguarda i rendimenti di scala. Un altro modo per esprimere la stessa carenza informativa è il seguente: niente garantisce che la suddetta proprietà dei costi decrescenti si mantenga anche per diversi prezzi degli input. Solo l'ipotesi che essa permanga per ogni possibile vettore di prezzi degli input ci consente di affermare (nel caso di input-convenzionalità della tecnologia) che l'insieme di produzione presenta ovunque rendimenti crescenti di scala.

Questa perdita di generalità nell'informazione circa la tecnologia non deve tuttavia essere necessariamente valutata in termini negativi, e proprio l'esempio di cui sopra può essere illuminante: attribuire alla tecnologia rendimenti crescenti di scala generalizzati può essere una ipotesi troppo forte, mentre è più facilmente accettabile che i costi siano decrescenti all'interno di un limitato campo di variazione dei prezzi degli input. Naturalmente un argomento di questo tipo cessa di avere validità in una analisi di equilibrio generale, dove non si può imporre alcun prefissato campo di variazione ai prezzi degli input; non è casuale che il ritorno all'impiego della funzione di costo nel senso ristretto si sia manifestato proprio in modelli di equilibrio parziale.

Tornando alle applicazioni della dualità, a partire dai risultati generali di equivalenza sopra ricordati si ottengono molti teoremi i quali garantiscono che alle più importanti proprietà attribuibili alle rappresentazioni primali corrispondono proprietà, ugualmente importanti, delle rappresentazioni duali, e viceversa: per esempio, generalmente la stretta convessità, concavità, quasiconvessità o quasiconcavità di una rappresentazione primale implica la differenziabilità della duale<sup>6</sup>.

La potenza, la generalità e l'eleganza di questi risultati hanno generato una ricchissima serie di applicazioni, a livello teorico e a livello econometrico. In entrambi i casi, hanno aumentato di molto la capacità dello strumento sia il fatto che risultati formali della teoria del consumo si possano trasferire alla teoria della produzione e viceversa; sia la semplicità con cui possono essere ottenuti teoremi di statica comparata, vecchi e nuovi; sia infine la possibilità di trattare le medesime caratteristiche della tecnologia con lo strumento di volta in volta

<sup>6</sup> Si veda, per esempio, Saijo [1983].

più semplice e più efficace, con la garanzia che in tal modo non operano distorsioni<sup>7</sup>.

In taluni casi (e sono quelli in cui il termine dualità è usato modo più proprio), si può istituire una relazione di dualità in senso stretto, e cioè stabilire una corrispondenza biunivoca tra enti appartenenti all'una ed enti appartenenti all'altra rappresentazione, in modo tale che tutte le proposizioni vere che coinvolgono enti del primo tipo sono trasformate in proposizioni vere tra enti del secondo tipo. Il caso più noto è la dualità tra funzione di distanza e funzione di costo.

Di particolare rilievo sono i risultati ottenuti riguardo a proprietà di separabilità e quindi a problemi di aggregabilità; la letteratura sul tema si è arricchita anche recentemente di contributi importanti, dei quali sono peraltro disponibili alcune eccellenti trattazioni sistematiche e rassegne, già ricordate.

## 5. Le applicazioni econometriche

Le applicazioni econometriche sono quelle che hanno dato maggiore occasione allo sviluppo che la teoria della dualità ha avuto negli ultimi venti anni. Pur esulando dall'ambito di questo lavoro, non si può evitare un riferimento veloce a questo aspetto della questione, anche perché le interazioni tra teoria economica e teoria e pratica econometriche sono state indubbiamente in questo campo molto feconde<sup>8</sup>.

Un esempio significativo è fornito dal progresso realizzato con l'introduzione di forme funzionali più flessibili per rappresentare tecnologia. La tradizionale analisi econometrica non presentava un menù molto vario di forme funzionali, se si pensa che l'introduzione delle funzioni CES<sup>9</sup> costituì un importante avanzamento, pur imponendo ancora una elasticità di sostituzione costante (anche se non p unitaria, come nella funzione di produzione Cobb-Douglas) e rendimenti di scala uniformi (sempre dello stesso tipo e anche della stessa intensità in ogni punto). Una rappresentazione della tecnologia che fosse più flessibile presentava d'altra parte difficoltà serie nella derivazione della forma ridotta, ossia di un sistema di funzioni di domanda di input e di offerta di output che fosse compatibile con tale tecnologia.

<sup>7</sup> In due lavori indipendenti, ma con intenti e impostazione largamente coincidenti, Salvadori-Steedman [1985] e Gram [1985] hanno recentemente utilizzato la teoria della dualità per confermare alcune critiche alla teoria del capitale come fattore produttivo aggregato.

<sup>8</sup> Per una recente rassegna, si veda Jorgenson [1984].

<sup>9</sup> Arrow-Chenery-Minhas-Solow [1961].

L'applicazione del Lemma di Shephard<sup>10</sup>, o di risultati ad esso assimilabili, consente di ricavare agevolmente tali funzioni di domanda e di offerta a partire da una qualunque funzione di costo (o di profitto), e ciò ha reso possibile utilizzare forme funzionali di grande flessibilità: tra le più utilizzate è la funzione translog<sup>11</sup>, che costituisce una approssimazione di secondo grado di qualunque forma funzionale.

Per lo studio di classi di funzioni con particolari proprietà sono stati utilizzati anche altri strumenti. In Italia, Gaburro [1968] ha studiato, con finalità sia teoriche che applicative, una classe di funzioni di produzione a rendimenti crescenti, ma con grado di omogeneità tendente a 1; Marangoni [1979] e Cantarelli [1979] hanno studiato e utilizzato una metodologia nuova per la derivazione di funzioni di produzione, per integrazione a partire da un prefissato sentiero di espansione. Ma il campo è troppo vasto per poter considerare qui tutti i contributi significativi.

Connessi con la rappresentazione del progresso tecnico e con la sua misurazione sono gli studi di R. Sato<sup>12</sup> sulle funzioni che presentano proprietà di oloteticità rispetto ad un dato tipo di progresso tecnico. Il problema si ricollega al lavoro pionieristico di Robert Solow [1957] circa la misurazione del progresso tecnico e alle discussioni [Stigler 1961] sorte in merito alla possibilità di separare gli effetti del progresso tecnico da eventuali effetti di scala. Una funzione di produzione è olotetica rispetto ad un dato tipo di progresso tecnico se l'intero effetto di tale progresso può essere completamente trasformato in effetto di scala, senza modificare la mappa degli isoquanti; e, dun-

<sup>10</sup> Come è ben noto, la proposizione che va sotto questo nome afferma che la derivata della funzione di costo rispetto al prezzo di uno degli input, ove tale funzione sia differenziabile, coincide con la funzione di domanda dell'input. Un risultato di questo tipo era già presente in Hicks [1946, trad. it. 1959, 368] e in Samuelson [1947, trad. it. 1973, 67], sotto l'ipotesi che la funzione di costo fosse ricavata a partire da una data funzione di produzione. Il risultato di Shephard (proposto per la prima volta in Shephard [1953]) fa a meno di questa ipotesi, richiedendo soltanto che la funzione assunta come funzione di costo rispetti alcune proprietà (non-negatività, monotonicità, omogeneità di primo grado, concavità) e dimostrando che *a*) per qualunque funzione che rispetti queste proprietà esiste una tecnologia cui essa è associata come funzione di costo; e *b*) se la funzione di costo è differenziabile, le sue derivate (rispetto ai prezzi degli input) coincidono con le funzioni di domanda di input (vincolate a un dato output) associate a tale tecnologia. In questa versione forte, il Lemma di Shephard fornisce quindi la possibilità di ottenere agevolmente (mediante operazioni di derivazione) un sistema di funzioni di domanda di input, utilizzabili per la stima econometrica delle caratteristiche delle tecnologie, garantendo il massimo di flessibilità *a priori* a tale tecnologia. Sulla questione si veda Diewert [1982, 545-546].

<sup>11</sup> Christensen-Jorgenson-Lau [1971 e 1973]. Tra le prime forme parzialmente flessibili va ricordata la c.d. funzione generalizzata di Leontief [Diewert 1971].

<sup>12</sup> Si vedano Sato [1980]; Sato-Nôno [1983].

que, se tale separazione non è possibile. Uno degli strumenti matematici utilizzati da Sato per tale analisi è quello dei gruppi di Lie: una delle rare applicazioni della teoria dei gruppi all'analisi economica.

## 6. Le misurazioni di efficienza

La teoria della dualità ha fornito la base per importanti risultati nel campo delle misurazioni di efficienza produttiva. Il problema è strettamente connesso con quello della rappresentazione della tecnologia mediante frontiere efficienti, primali e duali. In termini molto generali, la misura dell'efficienza di una unità produttiva è infatti definita per confronto tra il processo effettivo e un altro processo, opportunamente scelto, appartenente alla corrispondente frontiera efficiente.

Farrell [1957] propose, come è noto, tre misure di efficienza, tra loro collegate. La prima è una misura dell'efficienza tecnica, e coincide con il reciproco del valore della funzione di distanza di Shephard; la seconda è una misura dell'efficienza totale, o di costo, e corrisponde al rapporto tra il costo minimo e il costo effettivo; la terza (efficienza allocativa) è data dal rapporto tra le prime due<sup>13</sup>.

Per lungo tempo il lavoro di Farrell non ha dato luogo a significativi sviluppi, ma negli ultimi quindici anni si è avuta una grande fioritura di lavori teorici ed applicati sul tema. Tra gli sviluppi più interessanti si sono avuti quelli tendenti a superare una difficoltà delle misurazioni di Farrell, legata al fatto di confrontare il processo effettivo di produzione con una sua estensione radiale, la quale può essere ancora una situazione non efficiente. Una generalizzazione che supera questo inconveniente, pur incontrando altre minori difficoltà [Kopp 1981a 1981b] è quella proposta da Färe e Lovell [1978]. Altri sviluppi sono mossi nella direzione di una più estesa utilizzazione dei risultati di dualità<sup>14</sup>: la possibilità di ottenere misurazioni di efficienza di tutti e tre i tipi a partire da rappresentazioni duali della tecnologia è stata studiata in Italia da Salsecci [1987].

Un problema strettamente connesso con le misurazioni di efficienza

<sup>13</sup> Dato il vettore  $x$  delle quantità di input effettivamente impiegate da un'impresa, la misura dell'efficienza tecnica secondo Farrell è data dalla massima riduzione proporzionale di tutti gli input consentita senza riduzioni della quantità prodotta; se  $x'$  è il vettore degli input così ridotto, l'efficienza allocativa è misurata dal rapporto tra il costo minimo, ai dati prezzi degli input, della produzione dell'output dato e il costo sostenere per acquistare  $x'$ . L'efficienza totale, infine, è il prodotto delle due precedenti, e quindi corrisponde al rapporto tra costo minimo e costo effettivamente sostenuto, ai dati prezzi degli input.

<sup>14</sup> Si veda in particolare Färe-Grosskopf-Lovell [1983].

za (ma non solo con esse) riguarda la determinazione (sul piano logico e sul piano econometrico) della frontiera di riferimento, a partire dai dati relativi a un insieme di unità di produzione che si ipotizzano tecnologicamente omogenee<sup>15</sup>. Varie tecniche sono state sviluppate al riguardo, che fanno uso sia di rappresentazioni non parametriche della frontiera (in questo seguendo Farrell) sia di rappresentazioni parametriche, con interpretazioni deterministiche e stocastiche della frontiera stessa<sup>16</sup>.

## 7. Altri risultati

L'analisi e l'interpretazione di differenti aspetti dei modelli generali di rappresentazione della tecnologia cui abbiamo finora fatto riferimento ha seguito anche altre strade, oltre all'impiego dello strumento della dualità.

Molti avanzamenti importanti sono stati ottenuti nello studio delle relazioni di implicazione logica esistenti tra proprietà specifiche della tecnologia<sup>17</sup>. Tra le condizioni più ampiamente studiate sono le condizioni di curvatura (concavità, quasiconcavità) della funzione di produzione [Diewert-Avriel-Zang 1981; Diewert-Wales 1987] e i loro legami con la condizione di rendimenti decrescenti [Färe 1980] e con la condizione di differenziabilità della funzione di costo [Marino-Otani-Sicilian 1981; Saijo 1983; Färe-Primont 1986].

Il problema della indivisibilità, affrontato sistematicamente (dopo i pionieristici risultati di Beckmann-Koopmans [1957], ripresi in Koopmans [1957]) nel noto libro di Frank [1969], è stato riproposto recentemente, con una impostazione radicalmente nuova, da Herbert Scarf [1981 e 1986]<sup>18</sup>.

<sup>15</sup> Per gli specifici problemi di misurazione dell'efficienza nella prestazione di servizi pubblici, si veda AA.VV. [1985] e Petretto [1981].

<sup>16</sup> Si vedano Førsund-Lovell-Schmidt [1980] e Lovell-Schmidt [1987]. Una maggiore e differenziata attenzione al tema dell'efficienza, che a livello teorico che a livello econometrico, è stata stimolata dalla letteratura sulla X-efficienza (Leibenstein [1966 e 1987]; per una trattazione sistematica recente si veda Frantz [1987]). Questa letteratura ha messo in evidenza la limitazione implicita nel concentrare l'attenzione sulla sola efficienza allocativa, e conseguentemente l'insufficienza di tutte le impostazioni che considerano comunque realizzata l'efficienza tecnica a livello d'impresa.

<sup>17</sup> Studi pionieristici in questo campo furono quelli di K. Menger, pubblicati in tedesco nel 1936, e ripubblicati in inglese in Morgenstern [1954]. Il problema è affrontato anche in Tani [1968].

<sup>18</sup> La linea di indagine sulla indivisibilità, cui ci si richiama nel testo, è quella inerente soprattutto alla possibilità di ottenere risultati efficienti, attraverso un meccanismo di prezzi, anche in presenza di indivisibilità. Una linea di indagine diversa – anche se, come è ovvio, non del tutto indipendente dalla prima – è quella tendente a studiare in primo luogo il significato stesso della indivisibilità (per cui, per esempio, una macchina che può essere resa disponibile in una qualunque dimensione è un bene divisibile

Accenno infine soltanto ad una generalizzazione della rappresentazione della tecnologia mediante coni convessi, dovuta ad A. Gay. L'impostazione di Gay è particolarmente rilevante per il tema che stiamo trattando, perché svincola la rappresentazione dei processi di produzione possibili dal riferimento ad una prefissata e invariabile sta di beni e servizi. La ridefinizione avviene, formalmente, mediante l'applicazione di una trasformazione lineare (i nuovi beni sono definiti come combinazioni lineari, con coefficienti anche negativi, dei beni originari). Alcune proprietà risultano invarianti rispetto alla trasformazione (tipicamente la convessità), mentre altre (per esempio, la *free disposal*) possono risultare non più rispettate. Lo stesso concetto di efficienza, pur restando formalmente collegato ai processi che si trovano sulla frontiera, risulta generalizzato.

## 8. Produzione multipla

La già ricordata estrema generalità del modello base dell'insieme di produzione non patisce limitazioni per quanto riguarda l'analisi della produzione congiunta. E tuttavia bisogna arrivare a una letteratura relativamente recente per trovare analisi specifiche significative delle condizioni che rendono conveniente una produzione multipla dei problemi di costo corrispondenti.

La soluzione aggregativa, molto praticata soprattutto a livello econometrico, è stata indagata a livello teorico — anche facendo uso di strumenti di dualità —, essenzialmente attraverso il concetto di separabilità (si veda la rassegna di Berndt e Christensen [1973]). Ma risultati di maggior rilievo sono di tipo negativo, nel senso che segnalano distorsioni cui può portare la sostituzione di un unico output a più output diversi.

*ex-ante* ma indivisibile *ex-post*; potendo poi tornare, in qualche modo, comunque divisibile, se valutato in termini di tempo di utilizzazione); e a studiare poi il legame tra presenza di indivisibilità rilevanti e rendimenti di scala. Su questo tema, un acceso dibattito oppose alcuni famosi economisti alla fine degli anni quaranta (per una efficace presentazione del problema e del dibattito, si veda Scazzieri [1981, 98]). Una formulazione del problema, ad alto livello di generalità ed astrazione, è contenuta in Georgescu-Roegen [1963]. Sul rapporto tra indivisibilità e rendimenti di scala, e più in generale sulla relazione tra dimensione e efficienza produttiva, è di grande rilievo il saggio di Gold [1981].

Una pionieristica rappresentazione di fenomeni di indivisibilità è quella in termini di fattori-quanto, proposta da Schneider [1934], e ripresa in Italia, in particolare, da Palomba [1948] e da Galli [1956].

<sup>19</sup> Si veda A. Gay [1979]. Sviluppi interessanti, non ancora pubblicati, sono contenuti in Pecchiai [1985]. Dal punto di vista degli strumenti, questa impostazione recupera aspetti dell'originaria impostazione di Koopmans [1951], che erano stati in parte trascurati dai successivi sviluppi del modello di analisi delle attività.



Una letteratura non vasta ma di elevato livello ha anche indagato da un punto di vista assiomatico il problema della determinazione di prezzi che rispettino proprietà specifiche in rapporto al costo di produzione multipla dei corrispondenti beni [Billera-Heath 1982; Mirman-Tauman 1982; Samet-Tauman 1982; Mirman-Neyman 1983]. Questi lavori utilizzano anche strumenti di teoria dei giochi cooperativi.

## 9. Risultati di teoria della produzione nella letteratura sui mercati contendibili

A parte alcuni lavori isolati (per esempio, Pfouts [1961]), i più importanti avanzamenti nell'analisi microeconomica della produzione multipla<sup>20</sup> sono stati ottenuti negli ultimi quindici anni nell'ambito del programma di ricerca che ha collegato la New York University, i Bell Laboratories e la Princeton University, e che è centrato sull'ipotesi di mercati contendibili<sup>21</sup>.

Non ci interessa qui analizzare il significato ed i limiti di tale ipotesi, su cui la discussione è stata ed è molto accesa (si direbbe anzi che le opinioni negative in merito stiano prevalendo). D'altra parte, anche alcuni dei critici più severi (per esempio, Shepherd [1984]) di questo nuovo concetto hanno riconosciuto l'importanza dei nuovi strumenti di analisi della produzione che sono stati proposti in tale contesto.

Lo strumento base utilizzato da Baumol, Panzar, Willig, Elisabeth

<sup>20</sup> Al di fuori della impostazione microeconomica (e neoclassica in genere), cui qui ci limitiamo, il problema della produzione congiunta è stato approfondito nell'ambito dello schema teorico di Sraffa [1960], con particolare riferimento alla trattazione del capitale fisso in termini di prodotto congiunto. Per una bibliografia essenziale, si possono citare i saggi (di Baldone, Manara, Pasinetti, Quadrio-Curzio, Schefold, Steedman, Varri) contenuti in Pasinetti [1977]; l'articolo di Salvadori [1986], e la discussione che ne è seguita sulle pagine di «Economia Politica» [Baldone-Varri-Salvadori 1987]. A questa impostazione fa riferimento il saggio di Punzo in questo volume.

È appena il caso di precisare che le trattazioni della produzione multipla cui si fa riferimento nel testo non sono in alcun modo orientate alla trattazione del capitale fisso, ma tengono conto solo di produzione congiunta di beni finali.

<sup>21</sup> La letteratura in oggetto ha ormai dimensioni non facilmente dominabili. Il principale testo di riferimento è ancora Baumol-Panzar-Willig [1982]. Presentazioni più sintetiche dei principali punti di questa impostazione si possono trovare in Baumol [1977], Baumol-Bailey-Willig [1977], Baumol [1982], Bailey-Friedlaender [1982], Baumol-Willig [1986]. Recensioni e rassegne importanti sono, in particolare, quelle di Spence [1983] e di Shepherd [1984].

Per lo specifico problema della produzione congiunta, si vedano Brown-Caves-Christensen [1979], Laitinen-Theil [1978], Laitinen [1980], Lloyd [1983].

Bailey e altri è stato quello della funzione di costo, intesa, come già ricordato sopra, come legame tra vettore degli output e costo di produzione, dati i prezzi degli input.

La letteratura in oggetto è davvero ricca (per certi aspetti, persino troppo ricca) di nuovi concetti e nuovi risultati relativi alla funzione di costo. Non è possibile qui trattarne diffusamente; mi limiterò quindi a ricordare alcuni concetti di più generale interesse e che si stanno rapidamente conquistando un posto di rilievo nella cassetta di strumenti degli economisti, anche al di fuori delle specifiche questioni affrontare le quali essi sono stati inizialmente proposti.

Il concetto centrale, al quale gli altri sono prevalentemente ordinati, è quello di *subadditività* della funzione di costo<sup>22</sup>. Questo concetto si riallaccia al problema del numero di imprese necessario perché la produzione risulti efficiente a livello aggregato: una funzione di costo è detta subadditiva nel punto corrispondente ad un certo vettore di output se e solo se nessuna suddivisione della produzione di tali output su più unità produttive riduce il loro costo totale. Se la produzione (o, se si vuole, la domanda) dei beni considerati corrisponde ad un punto della funzione di costo in cui essa è subadditiva, siamo in situazione di monopolio naturale<sup>23</sup>; più in generale, ogni situazione efficiente a livello aggregato deve corrispondere a situazioni subaddittive per ciascuna unità produttiva.

Richiamo qui alcuni dei più rilevanti (ed in alcuni casi sorprendenti) risultati che ruotano attorno a condizioni necessarie o sufficienti per la subadditività.

Se i costi sono sempre crescenti, la funzione di costo non è subadditiva in alcun punto; tuttavia costi (localmente) crescenti sono compatibili con la subadditività [Faulhaber 1975].

Nel caso di produzione multipla, la subadditività del costo implica il verificarsi di *economie di varietà* (*economies of scope*)<sup>24</sup>. Questo concetto, introdotto da Panzar e Willig nel 1975<sup>25</sup>, ha conquistato

<sup>22</sup> È da ricordare un interessante lavoro di Scapparone [1977] – in cui si sviluppano alcuni risultati presentati in Gay [1977] – su un problema di produzione intertemporale, che tratta un problema di subadditività in termini primali, anche se con riferimento ad un unico input.

<sup>23</sup> Lo studio di situazioni di monopolio naturale è stato notevolmente riattivato e potenziato dall'introduzione di questi nuovi concetti. Si veda, per una trattazione sistematica del tema, Sharkey [1981].

<sup>24</sup> Il concetto è stato indicato anche con il termine di *economie di differenziazione*. Il fatto che l'introduzione di questi concetti sia relativamente recente fa sì che la traduzione italiana dei termini sia ancora incerta, e che si trovino traduzioni differenti per lo stesso termine. Per il concetto in questione si trova anche *economie di scopo*, in verità piuttosto fuorviante. L'osservazione vale anche per altri termini che saranno discussi più avanti.

<sup>25</sup> Si veda Panzar-Willig [1975 e 1981].

rapida fama. Esso indica vantaggi per la produzione congiunta dei beni rispetto a produzioni separate.

Una condizione sufficiente perché si abbiano economie di varietà è la *complementarità di costo* (derivate seconde miste della funzione di costo negative).

Più specificamente, una fonte di economie di varietà è data dalla presenza di un *input comune* (*public input*; anche: bene pubblico come input), ossia di un input che può essere utilizzato nella produzione di più beni senza che si debba aumentarne la quantità impiegata rispetto a quella che dovrebbe essere impiegata per un singolo prodotto<sup>26</sup>.

La proprietà di subadditività del costo è peraltro più forte sia delle economie di scala, sia delle economie di varietà, anche considerate congiuntamente: opportuni esempi dimostrano infatti che, nel caso di produzione multipla, non è sufficiente ipotizzare che si abbiano economie di scala e economie di varietà perché il costo sia subadditivo.

Questo fatto ha stimolato la ricerca di condizioni sufficienti a garantire la subadditività. Ciò ha portato ad introdurre altri concetti, a dire il vero meno trasparenti quanto a significato economico. Tra questi citiamo: la *supportabilità*, la *supportabilità attraverso i raggi* (che implica la subadditività quando sia unita a costi localmente decrescenti); quest'ultima a sua volta è implicata dalla *supportabilità dell'isocosto*, dalla *quasiconvessità* e dalla *convessità attraverso i raggi*. Sarebbe lungo, tedioso e sostanzialmente inutile riportare qui definizioni rigorose di questi concetti, e rinviando pertanto ai testi già indicati.

Ovviamente questi sommari accenni non rendono giustizia alla ricchezza e alla varietà di questi nuovi concetti proposti per analizzare dal lato dei costi le situazioni di produzione multipla e per definire il numero ottimo di unità produttive atto a determinare situazioni di efficienza.

Probabilmente un lavoro di decantazione e di scelta consentirà di far prevalere i concetti base di questa nuova impostazione. Resta anche da studiare più a fondo il collegamento tra le proprietà indicate – e altre, qui neppure nominate, della funzione di costo – e le proprietà della tecnologia, in rappresentazioni primali, che le garantiscano.

Su un piano più generale, anche uscendo un poco dai confini del tema, mi sembra di dover segnalare tre punti di forza di questa nuova impostazione. Il primo è il concetto di *configurazione di industria*, definibile dal numero delle unità produttive, dalla produzione di ciascu-

<sup>26</sup> Più in generale, definita la quantità  $x_k$  di un certo input necessaria per la produzione di ciascun output, singolarmente considerato, la quantità  $x$  di tale input necessaria in caso di produzione congiunta può essere variamente collegata ai suddetti fabbisogni specifici: si avranno economie di varietà per ogni combinazione degli output se e solo se il legame tra gli  $x_k$  e  $x$  è subadditivo [v. Baumol-Panzar-Willig 1982, 78].

na di esse e dai prezzi degli output, e suscettibile di caratterizzazioni sia nella direzione dell'efficienza, sia in quella dell'equilibrio (sostenibilità), senza che si debbano imporre condizioni troppo restrittive sulla tecnologia, e in particolare sulle economie di scala (e sulle economie di varietà).

Il tentativo di costruzione di un modello generale che consenta di analizzare anche situazioni di rendimenti crescenti mi sembra pure di notevole importanza, anche senza sottovalutare le strade alternative con le quali si è cercato di integrare l'analisi di situazioni di rendimenti crescenti in modelli di equilibrio economico generale<sup>27</sup>, o di caratterizzare situazioni di efficienza del sistema produttivo, sempre in presenza di rendimenti crescenti<sup>28</sup>.

Un terzo elemento positivo è costituito dall'aver riportato in evidenza il concetto di efficienza di lungo periodo, ivi compreso l'adeguamento del numero delle unità produttive, che i modelli di equilibrio economico generale alla Arrow-Debreu, con numero dato di unità produttive, necessariamente trascurano.

Una direzione di possibile estensione della teoria che mi sembrerebbe particolarmente opportuna è quella che prenda in esplicita considerazione la produzione di beni intermedi e le condizioni di convenienza per produzioni verticalmente integrate o decentrate. Senza questa estensione, anche l'analisi del numero efficiente di unità produttive rischia di essere molto parziale: l'analisi delle economie di varietà fa riferimento di fatto a produzioni di beni finali, e non tratta pertanto il problema della maggior o minore convenienza a concentrare o decentrare fasi diverse di produzione di uno stesso output finale, o di più output finali<sup>29</sup>.

Avendo limitato la prospettiva di questo studio alle analisi micro-micro, non possiamo qui occuparci della letteratura che studia integrazione e disintegrazione verticale a livello di sistema economico, in

<sup>27</sup> Si vedano, in particolare, Arrow-Hahn [1971, cap. 6], MasColell [1977], Silvestre [1977 e 1978], Weddepohl [1978 e 1982], Guidi [1979], Beato [1982], Cornet [1984], Beato-MasColell [1985], Vohra [1986], Kamiya [1986]. Molte premesse di questa letteratura sono contenute nel saggio di Arrow [1971] sull'impresa nell'equilibrio economico generale.

<sup>28</sup> Si vedano, in particolare, Rader [1970], Calsamiglia [1977], Brown-Heal [1979 e 1980].

<sup>29</sup> Un lavoro recente di Ingrao-Piacentini [1985] introduce il concetto di *economie di integrazione*; non ne viene però offerta in quella sede una formalizzazione. Il tema dell'alternativa tra integrazione e decentramento è stato svolto essenzialmente nella direzione della comparazione tra costi di transazione e costi della organizzazione di impresa (come parziale eccezione, si veda però Schmalensee [1973]): sulla insufficienza di questa impostazione, si veda il saggio di Egidi in questo volume.

chiave teorica (Pasinetti [1973, 1981a]) o applicativa (analisi dei settori verticalmente integrati, sottosistemi<sup>30</sup>, filiere<sup>31</sup>)<sup>32</sup>.

## 10. Alcuni limiti dell'impostazione tradizionale

Nell'ambito della formulazione prevalente, non sono dunque stati pochi né di poco rilievo i progressi, anche nel solo ristretto ambito della rappresentazione analitica della tecnologia. Tuttavia, proprio da questo punto di vista, non mancano motivi di insoddisfazione e di critica, così come non mancano proposte alternative di grande interesse.

Come si è già accennato sopra, la grande generalità del modello base, che offre una grande varietà di possibili interpretazioni e utilizzazioni dei risultati fondamentali, può anche essere fonte di difficoltà interpretative e di debolezza a livello di utilizzazione.

Gli stessi risultati di equivalenza della teoria della dualità possono essere considerati per evidenziare alcune di queste difficoltà. Si è osservato all'inizio come questi risultati non richiedano una particolare interpretazione del vettore di numeri che rappresenta, in termini di quantità di input e quantità di output, un generico processo di produzione. Se facciamo riferimento all'insieme di produzione, e se consideriamo, per esempio, le coordinate che si riferiscono alla utilizzazione di elementi del capitale fisso, risulta ugualmente accettabile una interpretazione che preveda in input la quantità di macchine di una data età, disponibili all'inizio del processo, e in output una corrispondente quantità di macchine, con età e grado di usura più elevati; oppure una interpretazione che preveda in input una certa quantità di ore macchina (ed eventualmente di altri input necessari a mantenere

<sup>30</sup> Siniscalco [1982], Momigliano-Siniscalco [1986].

<sup>31</sup> Chalmin [1983], Auray [1984], Arena-Rainelli-Torre [1985].

<sup>32</sup> Analogamente si sono esclusi riferimenti al modello neo-austriaco [Hicks 1973a e 1973b] (per una versione disaggregata, Belloc [1980]) e alle discussioni circa la sua specificità e utilità. Sviluppi e applicazioni del modello neo-austriaco si possono trovare in Amendola [1976], Gozzi-Zamagni [1982], Violi [1985]; sui vantaggi dell'impiego del modello neo-austriaco si vedano anche Amendola [1984] e Amendola-Gaffard [1988], Cantalupi [1986]. Per una recente critica alla utilità del modello, specificamente per l'analisi del progresso tecnico, si veda Baldone [1984].

Un altro fondamentale campo di indagine della teoria della produzione, ma scarsamente rilevante a livello micro-micro e pertanto escluso da questa rassegna, è quello che si riferisce alle risorse non rinnovabili, sia di tipo fondo sia di tipo flusso. Si rinvia, per quanto riguarda l'impostazione neoclassica, al testo ormai consacrato di Dasgupta-Heal [1979]; e, per la schematizzazione di ispirazione sraffiana, ai più recenti contributi legati alla ricerca di A. Quadrio Curzio [1986]; Quadrio Curzio-Manara-Faliva [1987].

costante l'efficienza delle macchine stesse). Nelle rappresentazioni in termini di funzione di costo o di profitto, entrambe le interpretazioni sono formalmente accettabili (lo garantiscono i teoremi di equivalenza), ma non c'è bisogno di spendere molte parole per sostenere che solo la seconda è l'interpretazione cui più utilmente si fa riferimento.

Nelle stesse rappresentazioni non si precisa, solitamente, nessuna distinzione circa la natura degli elementi in input del processo: lavoro, macchine, terra, materie prime e semilavorati non sono trattati in modo differente. Anche qui la generalità si presta ad una valutazione contrastante: è buona cosa che tutti i risultati siano applicabili ad ogni possibile interpretazione; ma da risultati che consentano una così ampia intercambiabilità degli elementi di un processo di produzione non ci si può aspettare che scavinò molto nella sostanza del problema tecnico della produzione.

D'altra parte, la logica che presiede a questa scarsa capacità delle rappresentazioni standard a dar conto degli aspetti più tecnici della produzione può anche essere vista come il risultato di una scelta precisa: quella per la quale ogni aspetto ritenuto di natura tecnica è escluso dal novero di quelli di cui debba occuparsi l'analisi economica, la quale assume quindi rappresentazioni dei processi che sono già filtrate attraverso scelte di natura «ingegneristica». Seguendo questa logica, l'ingegnere salva l'economista dalle complicazioni, fornendogli processi già sistemati in modo razionale, pur continuando ad offrirgli un menù di scelte, tecnicamente equivalenti ma economicamente diversificabili.

Questo criterio viene portato alle sue estreme conseguenze nelle rappresentazioni mediante situazioni efficienti: in questo caso tutti i processi inefficienti vengono *a priori* espulsi dal novero di quelli di cui l'economista deve occuparsi, con la motivazione che bastano considerazioni tecniche (i prezzi non entrano in gioco) perché si possa effettuare una prima scelta che esclude appunto i processi tecnicamente inefficienti. Se gli sviluppi più recenti della teoria e della pratica econometrica hanno sanamente superato almeno questa versione più stretta della logica di cui sopra, molti elementi di tipo tecnico che possono avere una rilevanza economica non indifferente risultano ancora sostanzialmente esclusi dall'analisi. Si può fare riferimento a problemi quali quelli connessi con specializzazione e divisione del lavoro; alla eliminazione (o almeno alla riduzione) dei tempi di ozio degli elementi del capitale fisso, ottenute attraverso opportune strutture organizzative dell'attività produttiva all'interno dell'impresa o in rapporti tra imprese diverse; alla lavorazione su uno o più turni e ai connessi problemi di sottoutilizzazione del capitale. Il problema non è quello di rinunciare ai modelli che non consentono di trattare efficacemente questi problemi (nel senso che, di solito, li considerano risolti per



ipotesi), ma piuttosto quello di integrarli con altri modelli adeguati allo scopo<sup>33</sup>.

A volte si identifica l'atteggiamento di rinuncia ad analizzare aspetti «tecnici» del problema della produzione con il criterio della scatola nera. In realtà, come Georgescu-Roegen ha mostrato efficacemente, ogni rappresentazione analitica è necessariamente vincolata a seguire tale criterio<sup>34</sup>. Il problema è quello di stabilire il confine, ossia l'involucro della scatola nera, di volta in volta in maniera adeguata a consentire l'analisi dei problemi ritenuti rilevanti.

## 11. Il modello fondi-flussi

Nicholas Georgescu-Roegen ha proposto una analisi dei processi di produzione capace di fornire utili risposte ad alcuni dei problemi sopra ricordati. Il suo modello fondi-flussi è sufficientemente noto da non richiedere qui una presentazione particolareggiata<sup>35</sup>. Ricordo soltanto le tre caratteristiche salienti di questa struttura analitica, la quale offre insieme una chiave critico-interpretativa di grande efficacia

<sup>33</sup> L'insoddisfazione per il modello standard si è in particolare manifestata nei confronti della capacità di rappresentare efficacemente, e, insieme, in modo empiricamente rilevante, i cambiamenti tecnologici: il progresso tecnico è stato infatti prevalentemente rappresentato in termini di modificazioni quantitative, laddove esso tende sempre di più ad esprimersi in cambiamenti di natura qualitativa (si vedano Amendola [1984] e i saggi di Amendola e di Egidi contenuti in questo volume). Una letteratura, di dimensioni ed interesse crescenti, si sta recentemente occupando di formulare nuovi modelli di comportamento degli agenti (e in particolare delle imprese) in rapporto a questo tipo di cambiamenti tecnologici. Si può fare riferimento alla rassegna di Dosi [1988] e a un recentissimo volume [Dosi et al. 1988] che raccoglie – a cura di alcuni studiosi, che sono tra quelli che hanno maggiormente contribuito a questi nuovi indirizzi di ricerca (Giovanni Dosi, Christopher Freeman, Richard Nelson, Gerard Silverberg, Luc Soete) – numerosi saggi di vari Autori, centrati su «una critica sistematica della teoria economica ortodossa e la delineazione degli elementi comuni di prime teorie alternative circa il ruolo del cambiamento tecnico nel comportamento microeconomico, sui processi di cambiamento strutturale e sulle trasformazioni macroeconomiche del sistema economico» (dalla Prefazione dei curatori). Questa impostazione si avvale di una grande varietà di strumenti analitici, ma, in linea generale, proprio perché oggetto della indagine sono il cambiamento qualitativo e le sue conseguenze, rinuncia ad una rappresentazione analitica unificata della tecnologia.

<sup>34</sup> Scrive Georgescu-Roegen che «l'elemento fondamentale della rappresentazione analitica di un processo è la frontiera: senza una frontiera analitica, non c'è processo analitico» [Georgescu-Roegen 1970, trad. it. 1982, 145].

<sup>35</sup> Georgescu-Roegen [1969, 1970, 1971, 1972, 1982]. Presentazioni del modello possono essere trovate in Zamagni [1987], Ziliotti [1979 e 1980], Tani [1977, 1986, 1987]. Una interessante presentazione del modello per applicazioni alla produzione agricola è in Polidori-Romagnoli [1987].

nei confronti della teoria standard, e strumenti nuovi per l'approfondimento di aspetti tradizionalmente espulsi dall'analisi economica della produzione<sup>36</sup>.

Una prima caratteristica del modello è quella di esplicitare l'aspetto temporale del processo, secondo una angolazione specifica, che non coincide con una analisi propriamente dinamica, né con la tradizionale analisi intertemporale della produzione. Per cercare di essere chiari su questo punto, consideriamo un processo di produzione che richieda, poniamo, due ore per il suo svolgimento (salvo, ovviamente, poter essere indefinitamente ripetuto nel tempo). L'analisi di tale processo non presenta aspetti propriamente dinamici né merita una valutazione propriamente intertemporale. E tuttavia vi sono problemi di enorme importanza economica connessi proprio con il suo svolgersi nel tempo – anche in quel breve arco di tempo: per esempio, tempi di inattività di lavoratori, macchine, impianti<sup>37</sup>.

In rapporto ad una loro differente caratterizzazione rispetto al tempo, gli elementi del processo vengono distinti in *flussi* (materie, semilavorati, energia, prodotti) e *fondi* (lavoratori, terra, elementi del capitale fisso)<sup>38</sup>: mentre i primi generano scarsi problemi all'analisi, è

<sup>36</sup> Un recente lavoro di Georgescu-Roegen [1986] illustra efficacemente alcune utilizzazioni, di grande respiro interpretativo, cui questo modello può portare nell'interpretazione dell'evoluzione tecnologica nel lunghissimo periodo.

<sup>37</sup> Nel saggio di Winston [1982], l'Autore compie un interessante tentativo di analizzare i processi economici (e, in modo particolare, i processi di produzione) nel loro svolgimento temporale, anche *all'interno* del micro-intervallo di tempo (il «giorno», la «settimana») che viene considerato solitamente come sufficientemente breve da consentire la concentrazione (cumulazione) in un istante di tutti i flussi che vi si manifestano. Nel libro sopra indicato si fa ampio riferimento all'analisi di Georgescu-Roegen, «depurandola» tuttavia di alcuni concetti caratterizzanti (come il concetto di processo elementare, con la relativa durata, o come la distinzione tra stock e fondi) e perdendo, conseguentemente, almeno a giudizio di chi scrive, una parte non indifferente dei pregi del modello fondi-flussi. Il volume di Winston è peraltro assai ricco sul versante dell'analisi dei prezzi, con particolare riferimento ai prezzi dei servizi dei beni capitali.

<sup>38</sup> La riproposizione di un'analisi del capitale fisso in termini di *fondo* può sorprendere, dopo le critiche serrate cui è stata sottoposta nel contesto della critica alla teoria neoclassica del capitale (si veda, per esempio, Pasinetti [1977, 10-11]) e dopo che anche le impostazioni neoclassiche più recenti, nel modello di equilibrio economico generale, fanno riferimento a sole grandezze flusso, per trattare anche il capitale fisso. La questione meriterebbe più ampio svolgimento, ma è opportuno che venga qui almeno indicata sinteticamente la posizione di chi scrive, che si inquadra nella idea guida, annunciata in apertura, sulla opportunità di una pluralità di strumenti di analisi per affrontare problemi diversi. Si può concordare che, per la teoria del valore, la trattazione del capitale fisso in termini di flussi (e quindi attraverso uno schema di produzione congiunta) elimini alcune possibili fonti di difficoltà e renda lo schema teorico «più semplice ed elegante, più flessibile e fruttuoso» (la citazione è dallo scritto di Pasinetti sopra ricordato): questa posizione, è opportuno rilevarlo, sembra oggi accomunare impostazioni teoriche ancora sostanzialmente contrapposte, come la teoria dei prezzi di

sui fondi e sulla loro utilizzazione che l'attenzione si concentra. L'introduzione degli elementi fondo consente, in particolare, una analisi di varie possibili cause di sottoutilizzazione di tali elementi. È dai fondi che infatti possono originarsi vari tipi di inefficienze dovute a sottoutilizzazioni (per la loro caratteristica di fecondità ripetuta, per la loro frequente caratteristica di indivisibilità, per il loro non essere richiesti con continuità all'interno dei processi elementari di produzione).

Un altro concetto chiave dello schema è quello di processo elementare: un termine non nuovo nell'analisi economica della produzione, ma usato in Georgescu-Roegen in una accezione particolare. Da un punto di vista *ex-ante*, il processo elementare costituisce la rappresentazione di un processo di fabbricazione, l'insieme degli atti che conducono all'ottenimento di una unità di un certo bene o servizio, seguendo una certa procedura tecnica disponibile. *Ex-post*, il processo elementare può non essere facilmente riconoscibile nello svolgimento concreto della produzione, se non in casi particolari: ma, ugualmente, i processi elementari di uno stesso tipo o di tipi diversi costituiscono le componenti strutturali di base di cui è intessuto ogni processo complesso che viene attuato.

Il processo elementare genera infatti processi effettivi con caratteristiche diverse a seconda delle concrete modalità di attivazione (in successione, in parallelo, in forma congiunta, in linea).

## 12. Applicazioni del modello fondi-flussi

Il modello ha avuto vari tipi di utilizzazioni e sviluppi, ad opera del suo Autore e di altri economisti. In parte esso è stato posto a base di reinterpretazioni, modificazioni e sviluppi della teoria standard. Così lo stesso Georgescu-Roegen ha proposto e utilizzato una

produzione che si richiama allo schema teorico di Sraffa e la teoria dell'equilibrio economico generale di impostazione neoclassica. Resta però da stabilire se una trattazione del capitale fisso come *fondo* sia da scartare in ogni caso o se, invece, essa non offra la possibilità di trattare problemi (per esempio quelli che possono genericamente etichettarsi come problemi di definizione della capacità produttiva, del grado della sua utilizzazione e tipi di organizzazione della produzione orientati ad aumentarlo), ad avviso di chi scrive non efficacemente trattabili quando gli elementi del capitale fisso siano introdotti come flussi. Deve anche essere sottolineata la distinzione netta, proposta da Georgescu-Roegen, tra *fondi* e *stock* (si veda al riguardo Georgescu-Roegen [1969, trad. it. 1982, 178]). Nel modello che stiamo considerando, il capitale fisso non è visto principalmente come stock derivante dalla accumulazione di investimenti, ma come *fondo di servizi*, la misura dei quali è strettamente legata al tempo di presenza della unità fondo (la macchina, l'impianto) all'interno del processo di produzione. Restano i non facili problemi di stabilire contatti e confronti tra le due diverse impostazioni: su alcuni di questi problemi mi permetto di rinviare a Tani [1986, 308 ss.] e Tani [1988].

particolare versione della funzione di produzione, che tiene distinti i due tipi di elementi (flussi e fondi) e che si scompone in un insieme di relazioni, una delle quali collega le quantità disponibili dei fondi (intesi come fra loro sostituibili, attraverso la scelta fra tecniche diverse di produzione) alla massima produzione per unità di tempo (capacità produttiva), mentre le altre collegano questi stessi elementi fondo e la quantità effettivamente prodotta alle quantità necessarie (per unità di tempo) dei singoli elementi flusso, intesi come limitazionali all'interno di ciascuna tecnica.

Alcuni importanti studi in tema di utilizzazione della capacità produttiva, condotti da R. Betancourt e altri<sup>39</sup>, fanno esplicito ed efficace riferimento a questa impostazione di Georgescu-Roegen.

In altra direzione, che è sembrata in definitiva prevalere nelle preferenze dell'Autore, Georgescu-Roegen ha utilizzato il suo modello per una reinterpretazione ed estensione dei modelli input-output, nella quale alle usuali coordinate flusso si accompagnano delle coordinate relative ai fondi.

Altri autori hanno visto nel modello fondi-flussi soprattutto la possibilità di approfondire quegli aspetti del fenomeno produttivo e dell'innovazione tecnologica che la teoria tradizionale tende, come si è rilevato sopra, a trascurare perché ritenuti di tipo solo ingegneristico. Così, anche senza utilizzare esplicitamente la struttura formale del modello, Leijonhufvud vi si riferisce in alcuni recenti lavori sul sistema di fabbrica e sulla divisione del lavoro<sup>40</sup>; analogamente fa P. Bianchi nel saggio su divisione del lavoro e ristrutturazione industriale [Bianchi 1984]; e M. Amendola in vari suoi lavori [Amendola 1984; Amendola-Gaffard 1988].

Si parte più direttamente dal modello fondi-flussi, con sviluppi di notevole interesse, in molti lavori recenti, soprattutto di economisti italiani. Mariti [1979] ha utilizzato il modello, ed in particolare il concetto di decomponibilità introdotto da Tani [1977], per studiare la divisione del lavoro e i rapporti di complementarità tra le imprese di un settore e di un distretto industriale.

Ziliotti [1979] ha confrontato le caratteristiche del modello fondi-flussi con quelle dell'impostazione neoclassica tradizionale. Scazzieri

<sup>39</sup> Betancourt-Clague [1981], Betancourt-Clague-Panagaryia [1985], Betancourt [1986]. Rinunciamo qui a riferimenti alla ampia letteratura sulla capacità produttiva e sul suo grado di utilizzazione, strettamente collegata con la teoria dell'investimento. Sul tema della utilizzazione della capacità produttiva, e del connesso rapporto tra decisioni di breve e di lungo periodo, restano fondamentali i contributi di L. Johansen, dal pionieristico lavoro del 1959 sul modello *putty-clay*, al volume del 1972. Un recente volume raccoglie, in sua memoria, diversi saggi che sviluppano e applicano gli strumenti di analisi da lui proposti [Forsund-Hoel-Longva 1985].

<sup>40</sup> Leijonhufvud [1986 e 1987].

ha utilizzato e sviluppato il modello fondi-flussi per la sua analisi del rapporto tra dimensioni produttive ed efficienza [Scazzieri 1981]; in Scazzieri [1983] lo stesso studioso ha proposto una rappresentazione dei fenomeni produttivi in forma di reticolo di «mansioni», rappresentazione che è stata poi sviluppata, in stretta connessione con la schematizzazione di Georgescu-Roegen, da Benvenuti [1988].

Landesmann [1986] parte dal modello fondi-flussi per una formalizzazione del processo di fabbrica. Piacentini [1987] ha presentato un modello di valutazione dei costi e dell'efficienza di un processo produttivo, nel quale il tempo è assunto come parametro base per la misurazione dell'efficienza. Questa impostazione è stata poi sviluppata dallo stesso Autore (il lavoro è pubblicato in questa raccolta) per analizzare particolari strutture organizzative della produzione, quali il metodo *just in time*, di origine giapponese.

Anche Morroni [1988], a partire da una suddivisione del processo di produzione in fasi, studia le relazioni di input-output esistenti tra queste fasi e i corrispondenti problemi di organizzazione efficiente della produzione<sup>41</sup>. Polidori e Romagnoli [1987] hanno applicato il modello fondi-flussi all'analisi della produzione agricola. Bellandi ha utilizzato il modello nell'ambito degli studi sul distretto industriale [Belliandi 1987].

Anche al di fuori del collegamento con il modello di Georgescu-Roegen, vi sono naturalmente interessanti tentativi di esplorare strade radicalmente nuove per fornire rappresentazioni analitiche ad aspetti rilevanti del fenomeno produttivo, e soprattutto della innovazione tecnologica. Tra le più interessanti ed originali cito le ricerche di M. Egidi [1985], che utilizza la teoria dei linguaggi per l'analisi dell'innovazione.

### 13. Prospettive di ricerca

Vi è dunque, in particolare in Italia, una promettente fioritura di studi analitici in direzioni che presentano un duplice motivo di interesse: perché affrontano temi importanti e finora prevalentemente trascurati dall'analisi economica (il che non significa naturalmente che siano stati completamente trascurati dagli economisti) e perché rendono più ricca la scatola degli attrezzi dell'economista in questo campo.

Rispetto a queste direzioni di ricerca non vanno nascoste le diffi-

<sup>41</sup> La ricerca di Morroni si sviluppa come tentativo di trovare una rappresentazione più efficace di quelle tradizionali al problema della flessibilità: su questo problema, una interessante ed accesa discussione lo ha opposto, insieme a G. Cattaneo, a M. G. Colombo e S. Mariotti [Colombo-Mariotti 1985 e 1987; Cattaneo-Morroni 1987].



coltà e le possibili insidie: a uno schema analitico vecchio o nuovo si deve richiedere rigore, chiarezza e anche capacità di sviluppo. Il successo della teoria standard è in larga misura legato a questa sua grande capacità di generare risultati nuovi. Se essa può essere criticata per la insufficiente capacità di affrontare alcuni problemi importanti, va anche detto con chiarezza che una formalizzazione in chiave descrittiva anche di questioni rilevanti non servirebbe a molto<sup>42</sup>, se non se ne potessero trarre più agevolmente risultati che illuminino la realtà che si desidera indagare.

In queste osservazioni non vi è naturalmente nessuna intenzione critica (che poi sarebbe un po' anche autocritica) nei confronti di quanto è stato fatto in questo campo; né vi è pessimismo generico sulle possibilità di ottenere risultati di rilievo. La strada della costruzione di nuovi modelli formali che tentino di raggiungere una maggiore aderenza alla realtà è difficile, anche nel campo dell'analisi della produzione, ma sono convinto che essa meriti di essere percorsa.

## Riferimenti bibliografici

- AA.VV. (1985), *Efficienza e produttività nella Pubblica Amministrazione*, in «Problemi di Amministrazione Pubblica», Quaderni della Rivista, dicembre.
- Adorisio, I. (1986), *Ingegneria della produzione astratta*, Padova.
- Amendola, M. (1976), *Macchine, produttività, progresso tecnico*, Milano.
- (1984), *Productive Transformations and Economic Theory*, in «Banca Nazionale del Lavoro Quarterly Review».
- Amendola, M. e Gafford, J.L. (1988), *The Innovative Choice*, Oxford.
- Arena, R., Rainelli, M. e Torre, A. (1985), *Dal concetto all'analisi di filiera: un tentativo di chiarimento teorico*, in «L'Industria», luglio-settembre, pp. 301-333.
- Arrow, K. J. (1971), *The Firm in General Equilibrium Theory*, trad. it. in Arrow (1987).
- (1987), *Equilibrio, incertezza, scelta sociale*, Bologna.
- Arrow, K. J., Chenery, H. B., Minhas, B. S. e Solow, R. M. (1961), *Capital-labor Substitution and Economic Efficiency*, in «Review of Economics and Statistics», agosto, pp. 225-247.

<sup>42</sup> Robert Solow, in un recente scritto sui contributi di L. Johansen alla teoria della produzione, della pianificazione e della crescita multisettoriale, mette in guardia contro questo rischio di descrittivismo: «the theory of production, pure and applied, is not intended to provide an exact [corsivo nell'originale] description of technological processes. Some degree of abstraction – not always the same degree of abstraction – is always to be expected. The economic theory of production is not a substitute for chemical engineering. To tell the truth, not even the engineer's description of a production process is likely to be literally exact» [Solow 1985, 1].



- Arrow, K. J. e Hahn, F. H. (1971), *General Competitive Analysis*, Edinburgh.
- Arrow, K. J. e Intriligator, M. D. (1981-1986), *Handbook of Mathematical Economics*, 3 voll., Amsterdam.
- Auray, J. P. (1984), *Filières de production et structures prétopologiques*, in *Méthodes et Mesures en Recherche Economique*, Cahiers de l'ACE.
- Bacharach, M. e Malinvaud, E. (1967) (a cura di), *Activity Analysis in the Theory of Growth and Planning*, London.
- Bailey, E. E. e Friedlaender, A. F. (1982), *Market Structure and Multi-product Industries*, in «Journal of Economic Literature», settembre, pp. 1024-1048.
- Baldone, S. (1984), *Integrazione verticale, struttura temporale dei processi produttivi e transazione fra le tecniche*, in «Economia Politica», aprile, pp. 79-106.
- Baldone, S., Varri, P. e Salvadori, N. (1987), *Considerazioni sul capitale fisso come «specie» del «genere» produzione congiunta*, in «Economia Politica», agosto, pp. 247-276.
- Baranzini, M. e Scazzieri, R. (1986) (a cura di), *Foundations of Economics: Structures of Inquiry and Economic Theory*, Oxford.
- Baumol, W. J. (1977), *On the Proper Cost Tests for Natural Monopoly in a Multi-Product Industry*, in «American Economic Review», dicembre, pp. 809-822.
- (1982), *Contestable Markets: an Uprising in the Theory of Industry Structure*, in «American Economic Review», marzo, pp. 1-5.
- Baumol, W. J., Bailey, E. E. e Willig, R. D. (1977), *Weak Invisible Hand Theorems on the Sustainability of Multi-Product Natural Monopoly*, in «American Economic Review», giugno, pp. 350-365.
- Baumol, W. J., Panzar, J. C. e Willig, R. D. (1982), *Contestable Markets and the Theory of Industry Structure*, New York.
- Baumol, W. J. e Willig, R. D. (1986), *Contestability: Development since the Book*, in «Oxford Economic Papers», novembre (Supplemento), pp. 9-36.
- Beato, P. (1982), *The Existence of Marginal Cost Pricing Equilibria with Increasing Returns*, in «Quarterly Journal of Economics», novembre.
- Beato, P. e Mas-Colell, A. (1985), *On Marginal Cost Pricing with Given Tax-Subsidy Rules*, in «Journal of Economic Theory».
- Becattini, G. (1987) (a cura di), *Mercato e forze locali: il distretto industriale*, Bologna.
- Beckmann, M. e Koopmans, T. C. (1957), *Assignment Problems and the Location of Economic Activities*, trad. it. in Koopmans (1987).
- Bellandi, M., *La formulazione originaria*, in Becattini (1987).
- Belloc, B. (1980), *Croissance économique et adaptation du capital productif*, Paris.
- Benvenuti, G. (1988), *Tecnologia, mansioni, reticoli: un contributo alla teoria dei processi produttivi*, in «L'Industria», aprile-giugno, pp. 265-294.
- Berndt, E. R. e Christensen, L. R. (1973), *The Internal Structure of Functional Relationships: Separability, Substitutions and Aggregation*, in «Review of Economic Studies», pp. 403-410.
- Betancourt, R. (1986), *A Generalization of Modern Production Theory*, in «Applied Economics», pp. 915-928.

- Betancourt, R. e Clague, C. (1981), *Capital Utilization: A Theoretical and Empirical Analysis*, New York.
- Betancourt, R., Clague, C. e Panagariya, A. (1985), *Capital Utilization and Factor Specificity*, in «Review of Economic Studies», pp. 311-329.
- Bianchi, P. (1984), *Divisione del lavoro e ristrutturazione industriale*, Bologna.
- Billera, L. J. e Heath, D. C. (1982), *Allocation of Shared Costs: a Set of Axioms Yielding a Unique Procedure*, in «Mathematical Operations Research», n. 7, pp. 32-39.
- Blackorby, C., Primont, D. e Russell, R. R. (1978), *Duality, Separability and Functional Structure: Theory and Economic Applications*, New York.
- Breit, W. e Hochman, H. (1971) (a cura di), *Problemi di microeconomia*, Milano.
- Brown, D. J. e Heal, G. (1979), *Equity Efficiency and Increasing Returns*, in «Review of Economic Studies», pp. 571-585.
- (1980), *Two-part Tariffs Marginal Cost Pricing and Increasing Returns in a General Equilibrium Model*, in «Journal of Public Economics».
- Brown, R. S., Caves, D. W. e Christensen, R. R. (1979), *Modelling the Structure of Cost and Production For Multiproduct Firms*, in «Southern Economic Journal», pp. 256-270.
- Calsamiglia, X. (1977), *Decentralized Resource Allocation and Increasing Returns*, in «Journal of Economic Theory», pp. 262-285.
- Cantalupi, M. (1986), *Sull'estendibilità dell'approccio neo-austriaco a trattare il progresso tecnico: il caso dei modelli verticalmente integrati*, in «Giornale degli Economisti», marzo-aprile, pp. 149-170.
- Cantarelli, D. (1979), *Dimensione delle imprese, progresso tecnologico e produttività dei fattori*, in «Il Risparmio», n. 5.
- Cattaneo, G. e Morroni, M. (1979), *Automazione flessibile e teoria microeconomica dei costi: un difficile connubio*, in «Economia e Politica Industriale», n. 53, pp. 181-203.
- Chalmin, P. (1983), *L'analyse par filière*, in «Revue des Etudes Coopératives», n. 8.
- Christensen, L. R., Jorgenson, D. W. e Lau, L. J. (1971), *Conjugate Duality and the Transcendental Logarithmic Production Function*, in «Econometrica», luglio, pp. 255-256.
- (1973), *Transcendental Logarithmic Production Frontiers*, in «Review of Economics and Statistics», febbraio, pp. 28-45.
- Colombo, M. G. e Mariotti, S. (1985), *Note economiche sull'automazione flessibile*, in «Economia e Politica Industriale», n. 48, pp. 61-94.
- (1987), *Economia della flessibilità. Una replica*, in «Economia e politica industriale», n. 53, pp. 207-218.
- Cornet, B. (1984), *Existence of Equilibria in Economies with Increasing Returns*, Core Discussion Papers n. 8407.
- Dasgupta, P. L. e Heal, G. M. (1979), *Economic Theory of Exhaustible Resources*, Cambridge.
- De Benedictis, M. e Fanfani, R. (1981) (a cura di), *Economia della produzione agricola e metodi quantitativi*, Milano.
- Di Nardi, G. (1970), *Economia della produzione*, Bari.

- Diewert, W. E. (1971), *An Application of the Shephard Duality Theorem: a Generalized Leontief Production Function*, in «Journal of Political Economy», pp. 481-507.
- (1974), *Applications of Duality Theory*, in Intriligator-Kendrick (1974).
- (1982), *Duality Approaches to Microeconomic Theory*, in Arrow-Intriligator (1981-1986) vol. II.
- Diewert, W. E., Avriel, M. e Zang, I. (1981), *Nine Kinds of Quasiconcavity and Concavity*, in «Journal of Economic Theory», pp. 397-420.
- Diewert, W. E. e Wales, T. J. (1987), *Flexible Functional Forms and Global Curvature Conditions*, in «Econometrica», gennaio, pp. 43-68.
- Dogramaci, A. e Färe, R. (1987), *Applications of Modern Production Theory. Efficiency and Productivity*, Boston-Dordrecht-Lancaster.
- Dosi, G. (1988), *Sources, Procedures, and Microeconomic Effects of Innovation*, in «Journal of Economic Literature», settembre, pp. 1120-1171.
- Dosi, G. e altri (1988), *Technical Change and Economic Theory*, London-New York.
- Egidi, M. (1985), *Reshuffling Technologies*, International Seminar on the Impact of Technology, Labor Markets and Financial Structures on Economic Progress and Stability, St. Louis.
- Färe, R. (1980), *Laws of Diminishing Returns*, Berlino.
- Färe, R., Grosskopf, S. e Lovell, C. A. K. (1983), *The Structure of Technical Efficiency*, in «Scandinavian Journal of Economics».
- Färe, R. e Lovell, C. A. K. (1978), *Measuring the Technical Efficiency of Production*, in «Journal of Economic Theory», pp. 150-162.
- (1981), *Measuring the Technical Efficiency of Production: Reply*, in «Journal of Economic Theory», pp. 453-454.
- Färe, R. e Primont, D. (1986), *On Differentiability of Cost Functions*, in «Journal of Economic Theory», pp. 233-237.
- Farrell, M. J. (1957), *The Measurement of Productive Efficiency*, in «Journal of Royal Statistical Society» (Series A), pp. 253-290.
- Faulhaber, G. (1975), *Cross Subsidization: Pricing in Public Enterprises*, in «American Economic Review», pp. 966-977.
- Førsund, F. R. (1983) (a cura di), *Topics in Production Theory*, numero monografico dello «Scandinavian Journal of Economics».
- Førsund, F. R., Hoel, M. e Longva, S. (1985) (a cura di), *Production, Multi-sectoral Growth and Planning, Essays in Memory of Leif Johansen*, Amsterdam-New York-Oxford.
- Førsund, F. R., Lovell, C. A. K. e Schmidt, P. (1980), *A Survey of Frontier Production Functions and of their Relationship to Efficiency Measurement*, in «Journal of Econometrics», pp. 27-56.
- Frank, C. R. Jr. (1969), *Production Theory and Indivisible Commodities*, Princeton.
- Frantz, R. (1987), *X-Efficiency: Theory, Evidence, and Applications*, New York.
- Frisch, R. (1937), *Theory of Production*, Chicago (1965); trad. it. *Teorie economiche della produzione*, Milano, 1966.
- Fuss, M. A. e McFadden, D. (1978) (a cura di), *Production Economics: a Dual Approach to Theory and Application*, 2 voll., Amsterdam.

- Gaburro, G. (1968), *Funzioni di produzione a rendimenti crescenti tendenti alla omogeneità lineare*, Padova.
- Galli, R. (1956), *Economia politica*, vol. I, Milano (3<sup>a</sup> ed. Torino 1966).
- Gay, A. (1977), *Un problema di massimo con variabile discreta: massimizzazione di  $\sum F(T_i)$  con  $T_i = T$  ed  $N$  variabile*, in «Giornale degli Economisti», gennaio-febbraio, pp. 101-108.
- (1979), *Lezioni su spazi, coni e semispazi in  $R^n$* , Studi e Discussioni, Dipartimento di Scienze Economiche, Firenze.
- Georgescu-Roegen, N. (1963), *Measure, Quality and Optimum Scale*, in Rao (1963).
- (1969), *Process in Farming versus Process in Manufacturing: a Problem of Balanced Development*, in Papi-Nunn (1969); trad. it. in Georgescu-Roegen (1982).
- (1970), *The Economics of Production*, in «American Economic Review», maggio, pp. 1-9; trad. it. in Georgescu-Roegen (1982).
- (1971), *The Entropy Law and the Economic Process*, Cambridge, Mass.
- (1972), *Process Analysis and the Neoclassical Theory of the Firm*, in «American Journal of Agricultural Economics», maggio.
- (1982), *Energia e miti economici*, Torino.
- (1986), *Man and Production*, in Baranzini-Scazzieri (1986).
- Gold, B. (1979), *Productivity, Technology, and Capital*, Lexington.
- (1981), *Changing Perspectives on Size, Scale and Returns: an Interpretative Survey*, in «Journal of Economic Literature», marzo, pp. 5-33.
- Gozzi, G. e Zamagni, S. (1982), *Crescita non uniforme e struttura produttiva: un modello di traversa a salario fisso*, in «Giornale degli Economisti», maggio-giugno, pp. 305-345.
- Gram, H. (1985), *Duality and Positive Profits*, in «Contributions to Political Economy», pp. 61-77.
- Griliches, Z. e Intriligator, M. D. (1984) (a cura di), *Handbook of Econometrics*, Amsterdam.
- Guidi, V. (1979), *Un modello di equilibrio generale non concorrenziale con rendimenti crescenti*, in «Giornale degli Economisti», luglio-agosto, pp. 503-513.
- Hicks, J. R. (1946), *Value and Capital*, Oxford; trad. it. *Valore e capitale*, Torino, 1959.
- (1973a), *Capital and Time. A Neo-Austrian Theory*, Oxford; trad. it. *Capitale e tempo*, Milano.
- (1973b), *The Austrian Theory of Capital and its Re-birth in Modern Economics*, in *Carl Menger and the Austrian School of Economics*, Oxford; trad. it. in Hicks (1985).
- (1985), *Moneta, capitale e benessere*, Bologna.
- Hotelling, H. (1932), *Edgeworth's Taxation Paradox and the Nature of Demand and Supply Functions*, in «Journal of Political Economy», ottobre, pp. 577-616.
- Ingrao, B. e Piacentini, P. (1985), *Automazione flessibile e robotica: prospettive di ricerca su processi di diffusione*, in «Economia e Lavoro», n. 3, pp. 57-74.

- Intriligator, M. D. e Kendrick, D. A. (1974) (a cura di), *Frontiers of Quantitative Economics*, vol. III A, Amsterdam.
- Johansen, L. (1959), *Substitution Versus Fixed Production Coefficients in the Theory of Economic Growth: A Synthesis*, in «Econometrica».
- (1972), *Production Functions. An Integration of Micro and Macro, Short Run and Long Run Aspects*, Amsterdam-London.
- Jorgenson, D. W. (1984), *Econometric Methods for Modeling Producer Behavior*, in Griliches-Intriligator (1984), vol. 3.
- Kamiya, K. (1986), *Existence and Uniqueness of Equilibria with Increasing Returns*, in «Journal of Mathematical Economics».
- Koopmans, T. C. (1951), *Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities*, trad. it. in Koopmans (1987).
- (1957), *Three Essays on the State of Economic Science*, New York; trad. it. *Tre saggi sullo stato della scienza economica*, Napoli 1978.
- (1987), *Econometria, analisi delle attività, crescita ottimale*, Bologna.
- Kopp, R. J. (1981a), *The Measurement of Productive Efficiency: a Reconsideration*, in «Quarterly Journal of Economics», pp. 477-503.
- (1981b), *Measuring the Technical Efficiency of Production: a Comment*, in «Journal of Economic Theory», pp. 450-452.
- Laitinen, K. (1980), *A Theory of Multiproduct Firm*, Amsterdam.
- Laitinen, K. e Theil, H. (1978), *Supply and Demand of the Multiproduct Firm*, in «European Economic Review», pp. 107-154.
- Landesmann, M. A. (1986), *Conceptions of Technology and the Production Process*, in Baranzini-Scazzieri (1986).
- Langlois, R. N. (1986), *Economics as a Process: Essays in «The New Institutional Economics»*, Cambridge.
- Leibenstein, H. (1966), *Allocative Efficiency Versus X-Efficiency*, in «American Economic Review», pp. 392-415.
- (1987), *Inside the Firm: The Inefficiencies of Hierarchy*, Cambridge, Mass.
- Leijonhufvud, A. (1986), *Capitalism and the Factory System*, in Langlois (1986).
- (1987), *Costi dell'informazione e divisione del lavoro*, in «L'Industria», gennaio-marzo, pp. 11-25.
- Lloyd, P. J. (1983), *Why Do Firms Produce Multiple Outputs?*, in «Journal of Economic Behavior and Organization».
- Lovell, C. A. K. e Schmidt, P. (1987), *A Comparison of Alternative Approaches to the Measurement of Productive Efficiency*, in Dogramaci-Färe (1987).
- Lunghini, G. (1982-) (a cura di, coll. D'Antonio M.), *Dizionario di Economia Politica*, Torino.
- Marangoni, G. (1979), *Il sentiero di espansione come generatore delle funzioni di produzione*, in «Rivista Internazionale di Scienze Economiche e Commerciali», pp. 1134-1151.
- Marino, A. M., Otani, Y. e Sicilian, J. (1981), *Rising Marginal Cost and Concavity of the Production Function*, Department of Economics - The University of Kansas, Lawrence.
- Mariti, P. (1979), *Sui rapporti tra imprese in una economia industriale moderna*, Milano.
- Marshall, A. (1890), *Principles of Economics*, London, 1920.

- Mas-Colell, A. (1977), *Regular Non-Convex Economies*, in «Econometrica»
- McFadden, D. (1966), *Cost, Revenue and Profit Functions: A Cursory Review*, W. P. n. 86, IBER, Berkeley.
- Menger, K. (1954), *The Logic of the Laws of Return. A Study in Metaeconomics*, in Morgenstern (1954).
- Mirman L. J. e Neyman, A. (1983), *Prices for Homogeneous Cost Functions*, in «Journal of Mathematical Economics», pp. 257-273.
- Mirman, L. J. e Tauman, Y. (1982), *Demand Compatible Equitable Cost Sharing Prices*, in «Mathematical Operations Research», n. 7, pp. 40-56.
- Momigliano, F. (1975), *Economia industriale e teoria dell'impresa*, Bologna.
- Momigliano, F. e Siniscalco, D. (1986), *Mutamenti nella struttura del sistema produttivo e integrazione fra industria e terziario*, in Pasinetti (1986).
- Morgenstern, O. (1954) (a cura di), *Economic Activity Analysis*, New York.
- Morroni, M. (1985), *Costo*, in Lunghini (1982-), vol. 10.
- (1988), *The Production Process and Technical Change: Notes on the Application of a Matrix of Intermediate Production Stages with Reference to a Case Study in the Textile Industry*, Work in progress, Cambridge.
- Moschini, G. (1983), *Funzione di profitto e analisi dell'offerta*, in «Rivista Internazionale di Scienze Sociali», n. 4, pp. 469-486.
- Nadiri, M. I. (1982), *Producers Theory*, in Arrow-Intriligator (1981-1986).
- Nicola, P. C. (1983), *Economia Matematica*, Torino.
- Palomba, G. (1948), *Lezioni di fisica economica*, Napoli.
- Panzar, J. C. e Willig, R. D. (1975), *Economies of Scale and Economies of Scope in Multi-Output Production*, Discussion Paper 33, Bell Laboratories.
- (1981), *Economies of Scope*, in «American Economic Review».
- Papi, G. U. e Nunn, C. (1969) (a cura di), *Economic Problems of Agriculture in Industrial Societies*, New York.
- Pasinetti, L. (1973), *The Notion of Vertical Integration in Economic Analysis*, in «Metroeconomica», giugno-aprile, pp. 1-29; trad. it. in Pasinetti (1977).
- (1977), *Contributi alla teoria della produzione congiunta*, Bologna.
- (1981a), *Structural Change and Economic Growth. A Theoretical Essay in the Dynamics of the Wealth of Nations*, Cambridge; trad. it. *Dinamica strutturale e sviluppo economico*, Torino, 1985.
- (1981b), *Lezioni di teoria della produzione*, 2ª ed., Bologna.
- (1986) (a cura di), *Mutamenti strutturali del sistema produttivo. Integrazione tra industria e settore terziario*, Bologna.
- Pecchiai, L. (1985), *I coni convessi nella teoria della produzione e della crescita*, Tesi di laurea, Facoltà di Economia e Commercio, Firenze.
- Petretto, A. (1981), *Il problema dell'efficienza nella prestazione di servizi pubblici locali*, in «Studi e Informazioni», n. 3.
- Pfouts, R. W. (1961), *The Theory of Cost and Production in the Multi-Product Firm*, in «Econometrica», ottobre, 650-658.
- Piacentini, P. (1987), *Costi ed efficienza in un modello di produzione a flusso lineare*, in «Economia Politica», dicembre, pp. 381-406.
- Polidori, A. e Romagnoli, A. (1981), *Tecniche e processo produttivo: analisi a «fondi e flussi» della produzione nel settore agricolo*, in «Rivista di Economia Agraria», settembre.



- Quadrio Curzio, A. (1986), *Technological Scarcity: an Essay on Production and Structural Change*, in Baranzini-Scazzieri (1986).
- Quadrio Curzio, A., Manara, C. F. e Faliva, M. (1987), *Produzione ed efficienza con tecnologie globali*, in «Economia Politica», aprile, pp. 11-47.
- Rader, T. (1970), *Resource Allocation with Increasing Returns to Scale*, in «American Economic Review», pp. 814-825.
- Rao, C. R. (1963) (a cura di), *Essays in Econometric and Planning*, Oxford.
- Roy, R. (1942), *De l'utilité*, Paris.
- Saijo, T. (1983), *Differentiability of the Cost Function is Equivalent to Strict Quasi-concavity of the Production Function*, in «Economic Letters», pp. 135-139.
- Salsecci, G. (1987), *Sulle misure di efficienza di Farrell*, in «Economia Politica», aprile, pp. 89-111.
- Salvadori, N. (1986), *Il capitale fisso come «specie» del «genere» produzione congiunta*, in «Economia Politica», aprile, pp. 21-38.
- Salvadori, N. e Steedman, I. (1985), *Cost Functions and Produced Means of Production: Duality and Capital Theory*, in «Contributions to Political Economy», pp. 79-90.
- Samet, D. e Tauman, Y. (1982), *A Characterization of Price Mechanisms and the Determination of Marginal Cost Prices under a Set of Axioms*, in «Econometrica», n. 4, pp. 805-809.
- Samuelson, P. A. (1947), *Foundations of Economic Analysis*, Cambridge, Mass.; trad. it. *Fondamenti di analisi economica*, Milano, 1973.
- (1953-54), *Prices of Factors and Goods in General Equilibrium*, in «Review of Economic Studies», pp. 1-20.
- Sato, R. (1980), *The Impact of Technical Progress on the Olotheticity of Production Functions*, in «Review of Economic Studies», luglio, pp. 767-776.
- Sato, R. e Nôno, T. (1983), *Invariance Principle and the Structure of Technology*, Berlino, Heidelberg, New York, Tokyo.
- Scapparone, P. (1977), *La funzione di trasformazione dei beni presenti in beni futuri nel modello «point input-point output»*, in «Giornale degli Economisti», pp. 219-229.
- Scarf, H. E. (1981), *Production Sets with Indivisibilities, Part I: Generalities; Part II: The Case of two Activities*, in «Econometrica», gennaio, pp. 1-32; marzo, pp. 395-423.
- (1986), *Neighborhood Systems for Production Sets with Indivisibilities*, in «Econometrica», maggio, pp. 507-532.
- Scazzieri, R. (1981), *Efficienza produttiva e livelli di attività*, Bologna.
- (1983), *The Production Process: General Characteristics and Taxonomy*, in «Rivista Internazionale di Scienze Economiche e Commerciali», luglio, pp. 597-611.
- Schmalensee, R. (1973), *A Note on the Theory of Vertical Integration*, in «Journal of Political Economy», pp. 442-449.
- Schneider, E. (1934), *Theorie der Produktion*, Vienna; trad. it. *Teoria della produzione*, Milano, 1942.
- Sharkey, W. W. (1981), *The Theory of Natural Monopoly*, Cambridge.
- Shephard, R. W. (1953), *Cost and Production Functions*, Princeton.
- (1970), *Theory of Cost and Production Functions*, Princeton.

- Shepherd, W. G. (1984), *Contestability vs. Competition*, in «American Economic Review», pp. 572-587.
- Silvestre, J. (1977), *General Monopolistic Equilibrium under Non-convexities*, in «International Economic Review», giugno, pp. 425-435.
- (1978), *Increasing Returns in General Non-Competitive Analysis*, in «Econometrica», marzo, pp. 397-402.
- Siniscalco, D. (1982), *Il sistema produttivo: analisi per industrie e subsistemi*, in «Ricerche Economiche», ottobre-dicembre, pp. 475-488.
- Solow, R. M. (1957), *Technological change and aggregate production function*, in «Review of Economics and Statistics», pp. 312-320.
- (1985), *Leif Johansen's Contributions to the Theory of Production, Planning, and Multisectoral Growth*, in Førsund-Hoel-Longva (1985).
- Spence, M. (1983), *Contestable Markets, and the Theory of Industry Structure: a Review Article*, in «Journal of Economic Literature», settembre, pp. 981-990.
- Sraffa, P. (1960), *Produzione di merci a mezzo di merci*, Torino.
- (1986), *Saggi*, Bologna.
- Stigler, G. (1951), *The Division of Labour is Limited by the Extent of the Market*, in «Journal of Political Economy», giugno; trad. it. in Breit-Hochman (1971).
- (1961), *Economic problems in measuring changes in productivity*, in *Output, Input and Productivity*, Princeton.
- Tani, P. (1968), *Questioni di coerenza nelle ipotesi relative a funzioni della produzione*, in «Economia Internazionale», febbraio e maggio.
- (1977), *Alcune questioni di teoria della produzione*, Firenze.
- (1986), *Analisi microeconomica della produzione*, Roma.
- (1987), *La scomponibilità del processo produttivo*, in Becattini (1987).
- (1988), *Flows, Funds, and Sectorial Interdependence in the Theory of Production*, in «Political Economy», vol. 4, pp. 3-21.
- Tattara, G. (1985), *Microeconomia in discussione*, Milano.
- Uzawa, H. (1964), *Duality Principles in the Theory of Cost and Production*, in «International Economic Review», maggio, pp. 216-220.
- Vaggi, G. (1987), *Produzione*, in Lunghini (1982-), vol. 12.
- Violi, R. (1985), *I processi dinamici di transizione indotti dall'innovazione tecnologica*, in «Annali della Fondazione Einaudi», vol. XVIII, Torino.
- Vohra, R. (1986), *On the Existence of Equilibrium with Increasing Returns: a Synthesis*, in «Journal of Mathematical Economics».
- Weddepohl, C. (1978), *Increasing Returns and Fixed Market Shares*, in «International Economic Review», giugno, pp. 405-414.
- (1982), *Equilibria with Rationing in an Economy with Increasing Returns*, in «Journal of Economic Theory», pp. 143-163.
- Winston, G. (1974), *The Theory of Capital Utilization and Idleness*, in «Journal of Economic Literature», pp. 1301-1320.
- (1982), *The Timing of Economic Activity*, Cambridge.
- Zamagni, S. (1976), *Analisi delle attività e teoria della produzione*, Parma.
- (1987), *Economia politica*, 2ª ed., Roma.
- Zanetti, G. (1980) (a cura di), *Contributi per una analisi economica dell'impresa*, Napoli.
- (1986), *Economia dell'impresa*, Bologna.

- Ziliotti, M. (1979), *Produzione e tempo: il modello a fondi e flussi di Georgescu-Roegen*, in «Ricerche Economiche», nn. 3-4, pp. 622-649.
- (1980), *Teoria microeconomica della produzione. Verso un nuovo paradigma*, Parma.