

8. Collusione e incentivi nelle organizzazioni

di Annalisa Luporini

1. Introduzione

Per lungo tempo la teoria dell'organizzazione ha quasi completamente trascurato i problemi posti dalla collusione, ovvero i problemi che insorgono quando alcuni individui, al fine di ottenere un guadagno personale, concordano di deviare dai comportamenti efficienti per l'istituzione. Soltanto in anni molto recenti è stata messa in rilievo l'importanza di questi problemi, sia da un punto di vista positivo di spiegazione delle forme organizzative esistenti, sia da un punto di vista normativo di disegno delle forme organizzative ottimali. Innanzitutto è stato evidenziato come le organizzazioni siano generalmente strutturate in modo da prevenire o perlomeno da limitare i comportamenti collusivi dei loro membri, cosa che implica che la collusione effettivamente osservabile sia assai ridotta rispetto a quella potenziale. In secondo luogo è stato sottolineato come i comportamenti collusivi siano spesso inscindibilmente collegati a quelli cooperativi. Di conseguenza l'eliminazione della collusione non rappresenta necessariamente la soluzione organizzativa ottimale dal momento che essa può risultare in una riduzione della cooperazione necessaria per l'efficienza dell'istituzione.

Sono stati soprattutto i contributi di Tirole [1986, 1992] a mettere in luce questi problemi e a fornire un metodo di analisi del fenomeno della collusione in rapporto alla problematica dell'incentivazione. In un primo modello, Tirole [1986] esamina una gerarchia a tre livelli, principale/supervisore/agente, in cui soltanto l'agente svolge una funzione produttiva e in cui supervisore e agente condividono, in alcuni stati di natura, l'informazione rilevante. In questo caso la formazione di una coalizione non incontra difficoltà: supervisore e agente deviano dal comportamento richiesto dal principale tutte le volte che possono trarne un guadagno. Il principale reagisce alla situazione costruendo uno schema di incentivazione a prova di coalizione ma, per far questo, deve sostenere un costo. Successivamente l'analisi del-

la collusione all'interno dei modelli gerarchici è stata estesa alle situazioni di asimmetria informativa tra supervisore e agente [Felli 1993]¹. In questi casi l'analisi del processo di formazione della coalizione di viene rilevante. Tale processo è rappresentato da un gioco di collusione i cui equilibri dipendono dalle credenze del supervisore circa il tipo di agente con cui si trova a trattare. Tipicamente questi giochi hanno equilibri multipli. Per questo motivo è stata introdotta la distinzione fra schemi di incentivazione a prova di collusione in senso debole e in senso forte. Uno schema di incentivazione è a prova di collusione in senso debole se esiste almeno un equilibrio del gioco di collusione in cui supervisore e agente si comportano come richiesto dal principale, mentre è a prova di collusione in senso forte se questo è l'unico risultato di equilibrio del gioco. Ovviamente un principale che voglia tutelarsi dalla collusione dovrà ricorrere a uno schema di incentivazione a prova di collusione in senso forte ed è a questo criterio che faremo riferimento nelle pagine che seguono. Del resto non è detto che il ricorso ad uno schema di incentivazione a prova di collusione in senso forte comporti necessariamente un costo per il principale. Nel caso studiato da Felli il principale riesce ad impedire la formazione della coalizione senza dover per questo sostenere alcun costo aggiuntivo.

Il problema della collusione nelle organizzazioni è stato discusso soprattutto con riferimento a gerarchie in cui soltanto un agente svolge un'attività direttamente produttiva. Esso non è invece stato affrontato all'interno dei modelli di selezione avversa con più agenti produttivi, nonostante tali modelli costituiscano uno strumento fondamentale per l'analisi degli incentivi nelle organizzazioni. In questo campo il risultato fondamentale rimane quello di *relative performance evaluation*, secondo cui, quando vi sia correlazione fra le variabili incerte che influiscono sulla produzione di agenti diversi, è ottimale far dipendere il compenso di ognuno non soltanto dalla sua prestazione ma anche da quella altrui [Demski e Sappington 1984, Ma, Moore e Turnbull 1988]. Il confronto fra i risultati ottenuti da individui diversi permette infatti di estrapolare informazioni sulla comune incertezza che influisce sugli output e di ridurre il vantaggio informativo degli agenti. Questo risultato tuttavia è stato ottenuto nell'ipotesi che gli agenti

¹ Sui problemi che si presentano in caso di asimmetria informativa si veda anche Tirole [1992]. Altre estensioni riguardano la possibilità del ricorso ad un controllore esterno [Kofman e Lawarrée 1993] e la possibilità che vi siano due agenti di cui si osserva soltanto la produzione complessiva [Laffont 1991].

non colludano². Nelle pagine che seguono analizzeremo le conseguenze della collusione all'interno dello schema di incentivazione elaborato da Ma, Moore e Turnbull [1988] che costituisce il meccanismo di incentivazione ottimale per i modelli di selezione avversa con due agenti avversi al rischio. Dopo aver introdotto il modello (par. 2) esamineremo le caratteristiche di tale schema di incentivazione (par. 3). Analizzeremo poi un gioco di collusione in forma di contrattazione in cui un agente fa all'altro un'offerta di tipo «prendere o lasciare» e mostreremo che, dal momento che il gioco ha sempre almeno un equilibrio bayesiano perfetto in cui gli agenti colludono, lo schema di incentivazione considerato non è a prova di collusione (par. 4). Il risultato verrà infine discusso nelle conclusioni (par. 5).

2. Il modello

Si considera un principale neutrale verso il rischio che possiede due unità produttive, i cui output, espressi in termini monetari, sono rappresentati da $x^i = X^i(a^i, \theta^i)$, $i = A, B$. Per attivare le due unità è necessario impiegare due agenti, ognuno dei quali può dedicare il suo sforzo esclusivamente alla produzione di uno degli x^i . Anche gli agenti vengono quindi denotati con A e B a seconda dell'unità in cui sono impiegati. $a^i \in R^+$ è lo sforzo, non osservabile, erogato dall'agente i , mentre θ^i è una variabile casuale con supporto binario $\{\theta_1^i, \theta_2^i\}$, dove $\theta_1^i < \theta_2^i$. Per quanto riguarda l'effetto dello sforzo sull'output, si assume che vi siano rendimenti decrescenti, ovvero che $X_a^i(a^i, \theta^i) > 0$ e $X_{aa}^i(a^i, \theta^i) < 0$. Per quanto riguarda la θ^i si assume che $X^i(a^i, \theta_1^i) < X^i(a^i, \theta_2^i)$, $i = A, B$.

La realizzazione della θ^i viene osservata esclusivamente dall'agente i , prima della stipula del contratto con il principale. Le distribuzioni delle θ^i tuttavia sono conoscenza comune: p_m^i è la $\text{Prob}(\theta^i = \theta_m^i) > 0$, $m = 1, 2$, $i = A, B$, mentre ϕ_{jk}^i denota la probabilità congiunta che sia contemporaneamente $\theta^A = \theta_j^A$ e $\theta^B = \theta_k^B$, $j, k = 1, 2$. Quindi è

² Nei modelli di *moral hazard*, invece, il risultato di *relative performance evaluation* è stato discusso in rapporto alla collusione. È stato dimostrato che, se ogni agente ha la possibilità di osservare lo sforzo esercitato dagli altri e il coefficiente di correlazione fra le variabili è sufficientemente basso, il principale può avere convenienza a lasciare che gli agenti colludano o meglio, in questo caso, cooperino. Se gli agenti non si osservano vicendevolmente, invece, il principale non può trarre alcun beneficio dalla cooperazione [Holmström e Milgrom 1990, Varian 1990, Ramakrishnan e Thakor 1991, Itoh 1993].

$p_j^A = \phi_{j1} + \phi_{j2}$, $p_j^B = \phi_{1j} + \phi_{2j}$ e $p_1^i + p_2^i = 1$, $j = 1, 2$, $i = A, B$. Le θ^i sono positivamente ma imperfettamente correlate. Di conseguenza, se denotiamo con q_m^i la $\text{Prob}(\theta^i = \theta^j \mid \theta^i = \theta^j)$, $i, j = A, B$, $i \neq j$, e $m = 1, 2$, abbiamo che $1 > q_1^i > q_2^i > 0$.

Gli agenti sono avversi sia al rischio che allo sforzo. Le loro preferenze sono rappresentate da funzioni di utilità additivamente separabili $U^i(R^i) - V^i(a^i)$, dove R^i è il compenso dell'agente i . $U^i(R^i)$ è concava mentre $V^i(a^i)$ è convessa. Dato che nel momento in cui decide il livello di sforzo un agente conosce il valore della propria θ , la scelta di un determinato a^i equivale alla scelta del corrispondente livello di output. Di conseguenza le preferenze degli agenti rispetto allo sforzo possono essere rappresentate anche da funzioni di disutilità $D^i(x^i, \theta^i)$, definite sui livelli di output x^i e parametrizzate dalle θ^i . Dalle assunzioni sulle $X^i(a^i, \theta^i)$ e sulle $V^i(a^i)$ segue che $D^i(x^i, \theta^i) > 0$, $D_{xx}^i(x^i, \theta^i) > 0 \forall x^i$, $i = A, B$. Si assume inoltre che $D_x^i(x^i, \theta_1^i) > D_x^i(x^i, \theta_2^i) \forall x^i$, ovvero che la disutilità marginale dello sforzo sia maggiore nel caso di un'alta realizzazione della θ^i . Ciò equivale ad assumere, come di consuetudine nei modelli di selezione avversa, che sia soddisfatta la condizione di *single crossing* di Spence-Mirrlees³.

Il principale, essendo neutrale al rischio, ha come obiettivo la stipula di contratti che consentano la massimizzazione del profitto atteso. Dal momento che i valori delle θ^i e degli a^i sono noti soltanto agli agenti, i contratti potranno essere condizionati esclusivamente ai livelli degli output x^i , le uniche variabili pubblicamente osservabili e verificabili. Come di consueto nei modelli di agenzia, quindi, il principale dovrà definire delle regole di compenso dipendenti dai livelli degli output, in modo da indurre gli agenti a rivelare la loro informazione privata⁴. La possibilità di trattare contemporaneamente con due agenti amplia tuttavia l'insieme degli schemi di incentivazione a disposizione del principale rispetto al caso di contrattazione separata considerato nei modelli con un unico agente. In particolare potranno essere offerti contratti interdipendenti in cui il compenso di ogni agente dipende, oltre che dal livello di output da lui stesso prodotto, anche dal livello di produzione dell'altro agente. In caso di correlazione fra le variabili casuali e in assenza di collusione, è stato dimostrato

³ Quindi $q_m^A = \phi_{m1}/(\phi_{m1} + \phi_{m2})$ e $q_m^B = \phi_{1m}/(\phi_{1m} + \phi_{2m})$.

⁴ In proposito si veda, ad esempio, Fudenberg e Tirole [1991].

⁵ Grazie al «principio di rivelazione» [si veda Fudenberg e Tirole 1991] sappiamo che egli non potrebbe ottenere un profitto maggiore da contratti in cui gli agenti non fanno dichiarazioni veritiere.

[Demski e Sappington 1984, Ma, Moore e Turnbull 1988] che i contratti ottimali sono sempre interdipendenti. Attraverso il confronto fra le prestazioni di agenti diversi, il principale riesce ad estrarre informazioni sulla comune incertezza che influenza gli output dei due agenti e a ridurre quindi gli effetti del vantaggio informativo della controparte. Ciò significa che la rendita, di cui normalmente gode un agente che abbia osservato l'alta realizzazione della variabile casuale, viene ridotta rispetto al caso di contrattazione separata.

3. Lo schema di incentivazione ottimale in assenza di collusione

Per determinare lo schema di incentivazione ottimale, il principale deve trovare le regole di compenso che consentono di massimizzare il profitto atteso. A questo scopo egli deve tener conto del fatto che, se il compenso di ciascuno può dipendere dal risultato altrui, l'offerta delle regole di compenso istituisce un gioco fra gli agenti. Le regole offerte dovranno essere tali da far risultare la rivelazione della verità come equilibrio del gioco così determinato. Tuttavia, anche in assenza di collusione, non è detto che ciò sia sufficiente per raggiungere l'obiettivo di massimizzazione del profitto. Se il principale si limita a stabilire i compensi in modo che rivelare la verità sia per ogni agente la miglior risposta alla strategia dell'altro, l'equilibrio del gioco non è unico: oltre a quello desiderato dal principale esiste un altro equilibrio di Bayes Nash, ed è questo equilibrio alternativo ad essere preferito dagli agenti. Tale problema di molteplicità è stato messo in luce per la prima volta da Demski e Sappington [1984] che hanno proposto come soluzione uno schema di incentivazione basato su di un equilibrio in strategie dominanti. Questo però implica una restrizione dell'insieme di scelta dei contratti e quindi un costo per il principale. Successivamente Ma, Moore e Turnbull [1988] hanno costruito un meccanismo di rivelazione «aumentato» in modo da garantire che gli agenti scelgano sempre l'equilibrio di Bayes Nash preferito dal principale senza che ciò imponga costi aggiuntivi. Tale meccanismo fornisce ad uno dei due agenti la possibilità di emettere un segnale che riguarda il presunto comportamento dell'altro agente. La segnalazione non comporta alcun costo per chi la effettua, e viene remunerata o punita a seconda del comportamento dell'altro. In equilibrio tuttavia il segnale non viene mai emesso e gli agenti scelgono le strategie preferite dal principale. Di conseguenza quest'ultimo non deve sostenere costi aggiuntivi per implementare la soluzione desiderata. Dal momento che il meccanismo di rivelazione aumentato costituisce lo schema di

incentivazione ottimale nel contesto che stiamo considerando, analizzeremo gli effetti della collusione all'interno di tale meccanismo. Del resto è possibile dimostrare che la collusione porta a risultati identici anche nel caso di schema di incentivazione in strategie dominanti⁶.

Per arrivare a definire il meccanismo di incentivazione aumentato, dobbiamo innanzitutto determinare quale è l'equilibrio di Bayes Nash desiderato dal principale. Esso è la soluzione di:

$$\begin{aligned}
 & \max_{x_k, R_{km}} p_1^i [q_1^i (x_1^i - R_{11}^i) + (1 - q_1^i) (x_1^i - R_{12}^i)] \\
 & \quad + p_2^i [q_2^i (x_2^i - R_{21}^i) + (1 - q_2^i) (x_2^i - R_{22}^i)] \\
 & \text{sub} \\
 [1, k]^i & \quad q_k^i U^i(R_{k1}^i) + (1 - q_k^i) U^i(R_{k2}^i) - D^i(x_k^i, \theta_k^i) \geq \bar{U}^i \\
 & \quad k = 1, 2; i = A, B. \\
 [2, k]^i & \quad q_k^i U^i(R_{k1}^i) + (1 - q_k^i) U^i(R_{k2}^i) - D^i(x_k^i, \theta_k^i) \\
 & \quad \geq q_k^i U^i(R_{m1}^i) + (1 - q_k^i) U^i(R_{m2}^i) - D^i(x_m^i, \theta_k^i) \\
 & \quad m, k = 1, 2; m \neq k, i = A, B.
 \end{aligned}$$

dove gli $[1, k]^i$ rappresentano i vincoli di razionalità individuale e i $[2, k]^i$ i vincoli di autoselezione, mentre R_{mk}^i è il compenso dell'agente i quando egli ha prodotto x_m e l'altro agente ha prodotto x_k , $m, k = 1, 2, i = A, B$.

Non staremo qui a esaminare dettagliatamente le caratteristiche della soluzione, ma ci limiteremo a riportare le proprietà rilevanti per la nostra analisi. Innanzitutto è:

$$R_{11}^i > R_{12}^i \quad \text{e} \quad R_{21}^i = R_{22}^i = R_2^i \quad i = A, B$$

ovvero per un agente che abbia prodotto x_1 la remunerazione è più alta se anche l'altro agente ha prodotto x_1 . Per un agente che abbia prodotto x_2 invece la remunerazione è indipendente dal risultato altrui. Inoltre è:

$$\begin{aligned}
 [3]^i & \quad q_1^i U^i(R_{11}^i) + (1 - q_1^i) U^i(R_{12}^i) - D^i(x_1^i, \theta_1^i) = \bar{U}^i \\
 & \quad U^i(R_2^i) - D^i(x_2^i, \theta_2^i) \geq \bar{U}^i
 \end{aligned}$$

⁶ Si veda in proposito Luporini [1993] dove si mostra come il risultato valga anche nel caso di neutralità al rischio degli agenti, caso in cui il meccanismo di incentivazione in strategie dominanti è quello ottimale.

Se un agente ha osservato θ_1^i , egli viene mantenuto al suo livello di utilità di riserva, se ha osservato θ_2^i invece, ottiene generalmente una rendita derivante dal fatto che il vincolo di autoselezione $[2,2]^i$ è operante, ovvero che è:

$$[4]^i \quad U^i(R_2^i) - D^i(x_2^i, \theta_2^i) \\ = q_2^i U^i(R_{11}^i) + (1 - q_2^i) U^i(R_{12}^i) - D^i(x_1^i, \theta_2^i).$$

Se il principale si limitasse ad offrire uno schema di incentivazione basato sugli R_{mk}^i e sui corrispondenti x_m^i risultanti dal programma appena esaminato, gli agenti non produrrebbero i livelli di output richiesti, ma troverebbero conveniente produrre sempre x_1^i indipendentemente dal livello della θ^i . Per questo motivo all'agente A , nel caso che egli produca x_1^A , viene fornita la possibilità di emettere il segnale non costoso $\varepsilon \in (0, 1 - q_1^A]$. Attraverso la scelta di un $\varepsilon > 0$, A può segnalare di ritenere che B scelga x_1^B con una probabilità maggiore di quella di equilibrio. Se A sceglie di segnalare ε e B produce x_1^B o rifiuta il contratto con il principale, A ottiene un compenso pari a $R_{11}^A + s(\varepsilon)$, se invece B produce x_2^B , A riceve $R_{12}^A - t(\varepsilon) \cdot s(\varepsilon)$ e $t(\varepsilon)$ sono due funzioni positive e continue che tendono a zero per ε che tende a zero e che rispettano la seguente condizione:

$$(q_1^A + \varepsilon)U^A(R_{11}^A + s(\varepsilon)) + (1 - q_1^A - \varepsilon)U^A(R_{12}^A - t(\varepsilon)) \\ = (q_1^A + \varepsilon)U^A(R_{11}^A) + (1 - q_1^A - \varepsilon)U^A(R_{12}^A)$$

In caso di segnalazione da parte di A , B ottiene $\bar{R}_1^B$ se ha prodotto x_1^B e $R_2^B + \gamma$ se ha prodotto x_2^B dove $\bar{R}_1^B$ è tale che:

$$U^B(R_1^B) = q_2^B U^B(R_{11}^B) + (1 - q_2^B)U^B(R_{12}^B)$$

mentre $\gamma > 0$ deve essere sufficientemente basso da rispettare:

$$q_2^B U^B(R_2^B + \gamma) + (1 - q_2^B)U^B(R_2^B) - D^B(x_2^B, \theta_2^B) \\ < q_2^B U^B(\bar{R}_1^B) + (1 - q_2^B)U^B(R_{11}^B) - D^B(x_1^B, \theta_2^B)$$

e

$$U^B(R_2^B + \gamma) - D^B(x_2^B, \theta_1^B) < \bar{U}^B$$

Queste condizioni vengono imposte per garantire l'unicità dell'equili-

TAB. 8.1. *Compensi di A*

	B	x_1^B	x_2^B	B rifiuta
A				
x_1^A		R_{11}^A	R_{12}^A	R_{11}^A
$x_1^A(\epsilon)$		$R_{11}^A + s(\epsilon)$	$R_{12}^A - t(\epsilon)$	$R_{11}^A + s(\epsilon)$
x_2^A		R_2^A	R_2^A	$R_2^A - \gamma$
A rifiuta		—	—	—

TAB. 8.2. *Compensi di B*

	B	x_1^B	x_2^B	B rifiuta
A				
x_1^A		R_{11}^B	R_2^B	—
$x_1^A(\epsilon)$		$\bar{R}_1^B$	$R_2^B + \gamma$	—
x_2^A		R_{12}^B	R_2^B	—
A rifiuta		R_{11}^B	$R_2^B - \gamma$	—

brio del meccanismo di incentivazione aumentato. In particolare esse impediscono l'esistenza di equilibri in strategie miste. Sempre per evitare l'esistenza di tali equilibri, lo schema di incentivazione remunera con $R_2^i - \gamma$ l'agente i che produca x_2^i quando l'altro agente rifiuta il contratto con il principale. In conclusione, con l'attribuzione ad A della nuova strategia, i compensi degli agenti divengono quelli riportati nelle tabelle 8.1 e 8.2.

Dati questi payoff, Ma, Moore e Turnbull dimostrano che la rivelazione della verità, ovvero la produzione di x_1^i (x_2^i) quando si è verificato θ_1^i (θ_2^i), è l'unico equilibrio del gioco. Questo risultato tuttavia è fondato sull'ipotesi che gli agenti non colludano. Nel paragrafo che segue esaminiamo le conseguenze della collusione.

4. Il gioco di collusione

Consideriamo un gioco di collusione in cui un agente fa all'altro un'offerta di tipo «prendere o lasciare» riguardante la produzione di una determinata coppia di livelli di output e l'eventuale scambio di un pagamento in denaro (*side payment*) da effettuarsi una volta ricevuto il compenso da parte del principale. Il gioco si svolge dopo che il principale ha proposto il contratto e prima che abbia inizio la pro-

duzione (o che la proposta venga rifiutata)⁷. La soluzione adottata è quella di equilibrio bayesiano perfetto⁸.

Come è consuetudine nella letteratura sulla collusione, assumiamo che vi sia piena sanzionabilità (*enforceability*), ovvero che, una volta stipulato, l'accordo collusivo (*side contract*) venga sempre rispettato. È questa un'assunzione molto forte dal momento che, trattandosi di un patto collusivo e non di un accordo legalmente sottoscritto, un agente non può rivolgersi all'autorità giudiziaria nel caso che l'accordo non venga rispettato. Per l'ipotesi di piena sanzionabilità sono state date giustificazioni diverse⁹ ma che hanno in comune la caratteristica di essere basate su fattori esterni al modello (ad esempio la stipula del *side contract* è stata vista come parte di una relazione di lungo periodo in cui gli agenti hanno interesse a costruirsi una reputazione oppure è stata presa in considerazione la possibilità che vengano minacciate ritorsioni molto gravi). La giustificazione più convincente, a parere di chi scrive, è quella metodologica che considera la collusione con piena sanzionabilità un caso limite da contrapporre a quello in cui la collusione è impossibile. Dato che la complessità dei casi in cui gli agenti non sanno se l'accordo verrà rispettato¹⁰ può rendere difficile distinguere gli effetti di fattori diversi, lo studio delle situazioni estreme può essere utile per mettere chiaramente in luce le conseguenze della collusione.

Denotiamo con B_1 (B_2) l'agente B che abbia osservato θ_1^B (θ_2^B) e con A_1 (A_2) l'agente A che abbia osservato θ_1^A (θ_2^A). Supponiamo che sia B a proporre il *side contract*. Lo spazio delle azioni di B sarà costituito da tutte le offerte in cui si chiede o si propone di pagare un *side payment* (eventualmente pari a zero) in cambio della produzione di una determinata coppia di livelli di output¹¹. Definiamo *proponibili*

⁷ Si noti che, nello schema di incentivazione considerato, l'accettazione del contratto avviene direttamente attraverso la produzione dell'output richiesto. Mentre sappiamo che in assenza di collusione l'equilibrio è tale per cui gli agenti producono sempre, nell'analizzare la possibilità di formazione di una coalizione dobbiamo considerare anche l'eventualità che un agente rifiuti il contratto.

⁸ Per la definizione di equilibrio bayesiano perfetto si veda Fudenberg e Tirole [1991].

⁹ Per una discussione approfondita si veda Tirole [1992].

¹⁰ Sono queste le situazioni in cui deve quindi stabilirsi una reputazione reciproca. Per una prima analisi di questi casi si veda Tirole [1992]. Una ipotesi di sanzionabilità intermedia è quella proposta da Felli [1993] che studia un caso nel quale i membri della coalizione possono recedere dall'accordo collusivo fino al momento in cui ha inizio la produzione.

¹¹ Per semplificare l'analisi non consideriamo qui la possibilità che B proponga ad A accordi contingenti, nel senso di *side contracts* che attribuiscono ad A la scelta fra

da B_i tutte le offerte che, se accettate, comportano per B_i un'utilità strettamente superiore a quella che egli otterrebbe rispettando il contratto con il principale. Lo spazio delle azioni di A è invece dato dalla scelta fra accettare o rifiutare l'offerta proveniente da B . Naturalmente tale decisione dipenderà dalle credenze di A quanto a θ^B . Per accettare un'offerta A deve aspettarsi di riceverne un'utilità strettamente maggiore di quella che otterrebbe dal contratto con il principale¹². In particolare quindi, per accettare un'offerta, A deve aspettarsi di ottenere un livello di utilità maggiore di quello di riserva, dato che, indipendentemente dal comportamento di B , egli può sempre assicurarsi l'utilità di riserva rifiutando il contratto con il principale. Definiamo un'offerta *accettabile* per A_i se fra tutte le distribuzioni di probabilità *a posteriori* che A può attribuire al tipo di B , ne esiste almeno una tale per cui A_i preferisce accettare l'offerta piuttosto che rifiutarla.

Se l'offerta di collusione viene rifiutata, gli agenti si trovano a partecipare al gioco definito dallo schema di incentivazione proposto dal principale. Ciò tuttavia non significa che la situazione sia identica a quella che si verificherebbe in assenza del gioco di collusione. L'offerta e il rifiuto dell'offerta collusiva possono infatti costituire dei segnali riguardanti le θ^i . L'agente che abbia ricevuto il segnale sarà portato a rivedere le probabilità attribuite *a priori* ai diversi valori della θ altrui, cosa che potrà indurre comportamenti diversi da quelli richiesti dal principale.

4.1. Le offerte proponibili da B

Dato lo schema di incentivazione riportato al paragrafo 3, le offerte di B possono essere basate su nove coppie di livelli di produzione (x_m^A, x_k^B) $m, k = 0, 1, 2$, dove $x_0^i \equiv 0$ rappresenta la situazione in cui l'agente i rifiuta il contratto. Inoltre quando l'offerta prevede la produzione di x_1^A , B può richiedere ad A di utilizzare anche il segnale ε . Diversi livelli di ε comportano compensi diversi da parte del principale, cosa che si riflette sui valori del *side payment* che gli agenti

diversi livelli di output offrendo o richiedendo un pagamento condizionato al livello di output che viene scelto. Ampliare lo spazio delle azioni di B in modo da comprendere anche questi *side contracts* non comporta comunque mutamenti sostanziali dei risultati. Si veda Luporini [1993].

¹² Assumiamo che in caso di indifferenza fra accettare e rifiutare, A rifiuti sempre offerta.

possono essere disposti a pagare. In generale, per ogni coppia di output, infiniti sono i livelli del *side payment* possibili. Per semplificare la trattazione, le offerte proponibili da *B* verranno suddivise in modo da determinare, per ogni coppia di livelli di produzione, i *side payments* che le rendono accettabili da *A*.

Denotando con ε^M un valore di $\varepsilon \in \arg\max s(\varepsilon)$ e con ε^m un ε arbitrariamente vicino a zero tale per cui $t(\varepsilon^m) \rightarrow 0$ ¹³, possono quindi essere definite le seguenti offerte da parte di *B*:

o_1 : Produciamo (x_1^A, x_1^B) e tu mi paghi b , $0 \leq b < b_1$ dove b_1 :

$$[5] \quad U^A(R_{11}^A - b_1) - D^A(x_1^A, \theta_1^A) = U^A;$$

o_1 è proponibile sia da *B1* che da *B2* ed è accettabile sia da *A1* che da *A2*, poiché, nel caso *Ai* ritenga che $B=B2$ o che $B=B1$ con probabilità non superiore a q_1^A , *Ai* preferirà accettare l'offerta anche con $b = b_1 - \delta$, $\delta > 0$ e arbitrariamente piccolo, piuttosto che seguire lo schema di incentivazione proposto dal principale:

o_2 : Produciamo (x_1^A, x_1^B) e tu mi paghi b , $b_1 \leq b < b_2$ dove b_2 :

$$[6] \quad U^A(R_{11}^A - b_2) - D^A(x_1^A, \theta_2^A) = U^A(R_2^A) - D^A(x_2^A, \theta_2^A)^{14};$$

o_2 è proponibile sia da *B1* che da *B2* ma è accettabile soltanto da *A2*.

o_3 : Produciamo (x_1^A, x_1^B) e io ti pago b , $0 < b < b_3$ dove b_3 :

$$U^B(R_{11}^B - b_3) - D^B(x_1^B, \theta_1^B) = U^B;$$

o_3 è proponibile sia da *B1* che da *B2* ed è accettabile sia da *A1* che da *A2*.

o_4 : Produciamo (x_1^A, x_1^B) io ti pago b , $b_3 \leq b < b_4$ dove b_4 :

$$U_B(R_{11}^B - b_4) - D^B(x_1^B, \theta_2^B) = U^B(R_2^B) - D^B(x_2^B, \theta_2^B);$$

¹³ Le condizioni su $s(\varepsilon)$ e $t(\varepsilon)$ riportate al paragrafo 3 garantiscono l'esistenza di ε^M e ε^m .

¹⁴ Considerando che $q_1^A > q_2^A$ e $R_{11}^A > R_{12}^A$, dall'eguaglianza fra la [5] e la [3]^A e fra la [6] e la [4]^A segue che $b_1 < b_2$, e che, mentre o_1 è accettabile sia da *A1* che da *A2*, o_2 è accettabile solo da *A2*. Considerando inoltre che $R_{11}^B > R_{12}^B$, dalla [3]^B e dalla [4]^B segue che un accordo che garantisce $U^B(R_{11}^B + b) - D^B(x_1^B, \theta_k^B)$, $b \geq 0$, $k = 1, 2$, procurerà sia a *B1* che a *B2* un'utilità maggiore di quella ottenibile dal contratto con il principale. Procedendo in maniera analoga per le offerte successive si può dimostrare che $b_3 < b_4$, $c_1 < c_2$, $d_1 > d_2$ e verificare che le offerte sono proponibili e accettabili dagli *Ai* e dai *Bi* via via indicati.

o_4 è proponibile da B2 ed è accettabile sia da A1 che da A2.

o_5 : Produciamo $(x_1^A(\varepsilon^M), x_0^B)$ e tu mi paghi c , $0 < c < c_1$, dove c_1 :

$$U^A[R_{11}^A + s(\varepsilon^M) - c_1] - D^A(x_1^A, \theta_1^A) = \bar{U}^A,$$

o_5 è proponibile da B1 ed è accettabile sia da A1 che da A2. Se esiste $c' < c_1$: $U^B + U(c') = U^B(R_2^B) - D^B(x_2^B, \theta_2^B)$, o_5 è proponibile anche da B2 per $c > c'$.

o_6 : Produciamo $(x_1^A(\varepsilon^M), x_0^B)$ e tu mi paghi c , $c_1 \leq c < c_2$, dove c_2 :

$$U^A[R_{11}^A + s(\varepsilon^M) - c_2] - D^A(x_1^A, \theta_2^A) = U^A(R_2^A) - D^A(x_2^A, \theta_2^A);$$

o_6 è proponibile da B1 ed è accettabile da A2. Se $c' < c_2$, o_6 è proponibile anche da B2 per $c > c'$. Ovviamente se esistono valori di c per cui o_5 è proponibile da B2, o_6 lo sarà per tutti i valori di c :

$c_1 \leq c < c_2$.

o_7 : Produciamo $(x_1^A(\varepsilon^M), x_1^B)$ e tu mi paghi c , $0 < c < c_1$;

o_7 è proponibile B2 ed è accettabile sia da A1 che da A2. Se esiste $c'' < c_1$: $U^B(R_1^B + c'') - D^B(x_1^B, \theta_1^B) = U^B$, o_7 è proponibile anche da B1 per $c > c''$.

o_8 : Produciamo $(x_1^A(\varepsilon^M), x_1^B)$ e tu mi paghi c , $c_1 \leq c < c_2$;

o_8 è proponibile da B2 ed è accettabile da A2. Se $c'' < c_2$, o_8 è proponibile anche da B1 per $c > c''$. Ovviamente se esistono valori di c per cui o_7 è proponibile da B1, o_8 sarà proponibile per tutti i valori di c :

$c_1 \leq c < c_2$.

o_9 : Produciamo $(x_1^A(\varepsilon_m), x_2^B)$, io ti pago d , $d_1 < d < \gamma$ dove d_1 :

$$U^A[R_{12}^A - t(\varepsilon_m) + d_1] - D^A(x_1^A, \theta_1^A) = \bar{U}^A;$$

o_9 è proponibile da B2 se $d_1 < \gamma$, ed è accettabile sia da A1 che da A2.

o_{10} : Produciamo $(x_1^A(\varepsilon_m), x_2^B)$, io ti pago d , $d_2 < d \leq d_1$ dove d_2 :

$$U^A[R_{12}^A - t(\varepsilon_m) + d_2] - D^A(x_1^A, \theta_2^A) = U^A(R_2^A) - D^A(x_2^A, \theta_2^A);$$

o_{10} è proponibile da B2 se $d_2 < \gamma$, ed è accettabile da A2. Ovviamente se o_9 è proponibile da B2 a maggior ragione lo sarà o_{10} .

o_{11} : Produciamo (x_0^A, x_1^B) e io ti pago b , $0 < b < b_3$ dove b_3 :

$$U^B(R_{11}^B - b_3) - D^B(x_1^B, \theta_1^B) = \bar{U}^B;$$

o_{11} è proponibile sia da $B1$ che da $B2$ ed è sempre accettabile da $A1$. Se esiste $b' < b_3$ per cui è $\bar{U}^A + U^A(b') = U^A(R_2^A) - D^A(x_2^A, \theta_2^A)$, o_{11} è accettabile anche da $A2$ per $b > b'$.
 o_{12} : Produciamo (x_0^A, x_1^B) io ti pago b , $b_3 \leq b < b_4$ dove b_4 :

$$U^B(R_{11}^B - b_4) - D^B(x_1^B, \theta_2^B) = U^B(R_2^B) - D^B(x_2^B, \theta_2^B);$$

o_{12} è proponibile da $B2$ ed è sempre accettabile da $A1$. Se $b' < b_4$ è accettabile anche da $A2$ per $b > b'$. Ovviamente se o_{11} è accettabile da $A2$, a maggior ragione lo è o_{12} .

Per quanto riguarda le altre coppie di output non è invece possibile trovare livelli del *side payment* tali da rendere accettabile per $A1$ o $A2$ un'offerta che procuri a B un'utilità maggiore di quella ottenibile dal contratto con il principale. Possiamo verificare che in corrispondenza delle coppie (x_0^A, x_0^B) , (x_0^A, x_2^B) , (x_2^A, x_2^B) , (x_2^A, x_0^B) , (x_2^A, x_1^B) , per essere accettabili le offerte dovrebbero comportare il pagamento di un *side payment* da parte di B . Ma il pagamento di un *side payment* farebbe peggiorare la situazione di B rispetto a quella che si verifica quando viene rispettato il contratto con il principale. Di conseguenza la offerte accettabili da almeno un Ai non sono proponibili da B .

Si noti che, per i casi in cui viene richiesta l'utilizzazione del segnale aggiuntivo, ovvero la produzione di $x_1^A(\varepsilon)$, abbiamo considerato esplicitamente soltanto i valori ε^M e ε_m . D'altra parte livelli di ε diversi implicano esclusivamente intervalli di ampiezza inferiore per i valori del *side payment* che rendono le offerte proponibili e accettabili. Ciò significa che le offerte che consentono a B di ricevere (pagare) un *side payment* maggiore (minore) sono quelle corrispondenti a ε^M (ε_m). Di conseguenza, volendo costruire un equilibrio, possiamo considerare la situazione in cui le probabilità *a posteriori* attribuite da A ai diversi tipi di B in caso di un'offerta proponibile basata su un qualsiasi livello di ε sono uguali a quelle attribuite alle corrispondenti offerte basate su ε^M e ε_m ¹³. In questo modo le offerte considerate domineranno sempre quelle basate su altri livelli di ε .

4.2. Gli equilibri del gioco

Come risulterà chiaro in seguito, gli equilibri bayesiani perfetti del gioco di collusione dipendono dai valori assunti dai parametri del

¹³ Consideriamo ad esempio o_2 e definiamo $\forall \varepsilon \in (0, 1 - q_1^A]$ la seguente offerta modificata: Produciamo $(x_1^A(\varepsilon), x_0^B)$ e tu mi paghi c , $0 < c < c_1(\varepsilon)$, dove $c_1(\varepsilon)$: $U^A(R_{11}^A + s(\varepsilon)) - c_1(\varepsilon) - D^A(x_1^A, \theta_1^A) = U^A$. Possiamo quindi considerare la situazione in

modello, i quali si riflettono a loro volta in determinati valori dei compensi R_{mk}^i , $m, k = 1, 2, i = A, B$, e in determinati vincoli sulle funzioni $s(\epsilon)$ e $t(\epsilon)$ e sul livello di γ . In alcuni casi, per ogni dato livello dei parametri, si possono ottenere diversi tipi di equilibrio, in altri casi, invece, sussistono limitazioni al tipo di equilibrio possibile. Si può tuttavia dimostrare¹⁶ che, per ogni dato livello dei parametri, esiste sempre almeno un equilibrio bayesiano perfetto del gioco di collusione tale per cui gli agenti deviano dal contratto con il principale. Per semplificare la trattazione, esamineremo dettagliatamente la situazione in cui è possibile ottenere un equilibrio separatore. Discuteremo poi le situazioni che possono verificarsi quando le condizioni per l'esistenza dell'equilibrio separatore non sono soddisfatte, mostrando come in alcuni casi sia possibile ottenere equilibri *pooling* mentre in altri sia necessario ricorrere a equilibri semiseparatori.

Consideriamo in un primo momento la situazione che si verifica se A_1 e A_2 ritengono che, tra le offerte accettabili, quelle proponibili soltanto da B_2 provengano effettivamente da B_2 mentre pensano che tutte le altre offerte (quelle proponibili da B_1 , quelle proponibili da entrambi, e quelle non proponibili o non accettabili) provengano da B_1 . In altri termini consideriamo la situazione in cui le credenze di A_1 e di A_2 sono rappresentate dalle seguenti probabilità condizionate:

$$\begin{aligned}\mu^{Ai}(\theta_1^B \mid \text{offerta } o_m) &= 1 & m &= 1, 2, 3, 5, 6, 11; & i &= 1, 2. \\ \mu^{Ai}(\theta_1^B \mid \text{offerta } o_m) &= 0 & m &= 4, 7, 8, 9, 10, 12; & i &= 1, 2. \\ \mu^{Ai}(\theta_1^B \mid \text{offerta } o_k) &= 1 & k &\neq 1, \dots, 12; & i &= 1, 2.\end{aligned}$$

Se A_i pensa che un'offerta provenga da B_1 , egli la rifiuterà a me-

cui A_i , per ogni dato livello della sua utilità (dipendente oltre che da ϵ , dal livello di c che gli viene richiesto), ha le stesse probabilità *a posteriori* che ha nel caso di o_7 per lo stesso livello di utilità.

¹⁶ Per la dimostrazione formale si veda Luporini [1993].

¹⁷ Supponiamo qui che o_7 e o_8 non siano proponibili da B_1 , ovvero che sia $c'' > c_7$. Nel caso in cui entrambe le offerte o soltanto o_8 siano proponibili anche da B_1 , per mantenere il criterio di attribuzione delle credenze che abbiamo adottato, dovremmo attribuire $\mu^A = 1$ per i livelli di *side payment* che le rendono proponibili e $\mu^A = 0$ anche se, per alti livelli del *side payment*, o_8 e o_7 non potrebbero più costituire l'offerta di B_2 in un equilibrio separatore.

no che questa non gli procuri un'utilità maggiore di $U^A[R_{11}^A + s(\epsilon^M)] - D^A(x_1^A, \theta_1^A)$ $i=1, 2$. Altrimenti A_i troverà più conveniente partecipare al gioco definito dallo schema di incentivazione del principale senza i vincoli imposti dal *side contract*. Essendo convinto che $B = B1$, infatti, A_i produrrà $x_1(\epsilon^M)$ pensando di poter ottenere un guadagno maggiore di quello ottenibile dalla collusione¹⁸. Per determinare la forma dell'equilibrio dobbiamo quindi verificare se, tra le offerte accettabili da A_i e da questi attribuite a $B1$, ne esiste qualcuna che procura ad A_i un'utilità maggiore di $U^A[R_{11}^A + s(\epsilon^M)] - D^A(x_1^A, \theta_1^A)$ $i=1, 2$. o_3 può procurare un livello di utilità abbastanza alto se $b_3 > s(\epsilon^M)$ e, per alti livelli del *side payment*, anche o_{11} può essere accettata da entrambi gli A_i o perlomeno da $A1$. Perché ciò avvenga non è però sufficiente che sia $b_3 > s(\epsilon^M)$. b_3 deve soddisfare $\bar{U}^A + U^A(b_3) \geq U^A[R_{11}^A + s(\epsilon^M)] - D^A(x_1^A, \theta_1^A)$. Ammesso che b_3 sia abbastanza alto da far sì che entrambe queste offerte siano accettate, è chiaro che $B1$ preferirà o_3 . A parità di utilità per A_i e a parità di livello di produzione per $B1$, infatti, o_3 impone un pagamento minore.

Date le credenze che stiamo considerando, quindi, la miglior cosa che $B1$ possa fare è offrire o_3 con $b = s(\epsilon^M) + \delta$ ($\delta > 0$ e arbitrariamente piccolo) se $b_3 > s(\epsilon^M)$ e non fare nessuna offerta in caso contrario. Tutte le offerte che potrebbero procurare a $B1$ un'utilità maggiore di quella ottenibile da o_3 , verrebbero infatti rifiutate.

Consideriamo adesso $B2$. Se A_i pensa che un'offerta provenga da $B2$ e l'offerta è accettabile, egli troverà sempre conveniente accettarla. Supponiamo che $b_3 < s(\epsilon^M)$. $B1$ non farà nessuna offerta. $B2$ sceglierà l'offerta che gli procura maggiore utilità attesa fra $o_4, o_7, o_8, o_9, o_{10}$ e o_{12} . Ogni altra offerta infatti verrebbe rifiutata da A . L'utilità attesa dalle offerte verrà calcolata da $B2$ sulla base delle probabilità condizionate $q_2^B, 1 - q_2^B$ e dipenderà dal livello del *side payment* proposto. Tenendo conto che o_4, o_7 , e o_9 sono accettabili da entrambi gli A_i , che o_{10} è accettabile soltanto da $A2$ e che o_{12} è accettabile da entrambi gli A_i per alti livelli del *side payment* e da $A1$ per livelli bassi, l'utilità attesa dalle offerte considerate è pari a:

¹⁸ Si noti che $U^A[R_{11}^A + s(\epsilon^M)] - D^A(x_1^A, \theta_1^A)$ $i = 1, 2$ è l'utilità ottenibile da A_i sia nel caso che B produca x_1^B , sia nel caso che egli rifiuti il contratto con il principale.

$$\begin{aligned}
E[U(o_4)] &= U^B(R_{11}^B - b) - D^B(x_1^B, \theta_2^B) & b_3 \leq b < b_4 \\
E[U(o_7)] &= U^B(\bar{R}_1^B + c) - D^B(x_1^B, \theta_2^B) & 0 < c < c_1 \\
E[U(o_8)] &= q_2^B[U^B(R_2^B) - D^B(x_2^B, \theta_2^B)] + (1 - q_2^B) \\
&\quad [U^B(\bar{R}_1^B + c) - D^B(x_1^B, \theta_2^B)] & c_1 \leq c < c_2 \\
E[U(o_9)] &= U^B(\bar{R}_2^B + \gamma - d) - D^B(x_2^B, \theta_2^B) & d_1 < d < \gamma \\
E[U(o_{10})] &= q_2^B[U^B(R_2^B) - D^B(x_2^B, \theta_2^B)] + (1 - q_2^B) \\
&\quad [U^B(R_2^B + \gamma - d) - D^B(x_2^B, \theta_2^B)] & d_2 < d \leq d_1 \\
E[U(o_{12})] &= q_2^B[U^B(R_{11}^B - b) - D^B(x_1^B, \theta_2^B)] \\
&\quad + (1 - q_2^B)[U^B(R_2^B) - D^B(x_2^B, \theta_2^B)] & b_3 \leq b < b' \\
E[U(o_{12})] &= U^B(R_{11}^B - b) - D^B(x_1^B, \theta_2^B) & b' \leq b < b_4
\end{aligned}$$

Consideriamo i casi in cui γ sia sufficientemente basso da far sì che l'utilità attesa dalle offerte appena considerate sia sempre maggiore di $U^B(R_2^B + \gamma) - D^B(x_2^B, \theta_2^B)$. Di conseguenza o_7 e o_8 saranno sempre preferite a o_9 e o_{10} . o_4 invece sarà sempre preferita a o_{12} perché, a parità di utilità di Ai , o_4 impone a $B2$ un pagamento minore. Quindi $B2$ sceglierà fra o_4 , o_7 e o_8 l'offerta che gli procura l'utilità attesa maggiore, offrendo come *side payments* b_3 ¹⁹ nel caso di o_4 e rispettivamente, $c_1 - \delta$ e $c_2 - \delta$, con $\delta > 0$ arbitrariamente piccolo, nel caso di o_7 e o_8 .

In conclusione, date le credenze qui considerate, se $b_3 < s(\epsilon^M)$, avremo un equilibrio separatore in cui $B2$ fa l'offerta che gli procura maggiore utilità fra o_4 , o_7 e o_8 , mentre $B1$ non fa nessuna offerta e rifiuta il contratto con il principale. In un equilibrio separatore in cui $B1$ non fa nessuna offerta deve infatti essere $\mu^{Ai}(\theta_1^B | \text{nessuna offerta}) = 1$ $i = 1, 2$, cosa che rende ottimale per A produrre $x_1^A(\epsilon^M)$ e per $B1$ rifiutare il contratto con il principale²⁰. Se $b_3 > s(\epsilon^M)$ un equilibrio separatore è ancora possibile nel caso che o_3 con *side payment* $b^3 > s(\epsilon^M) + \delta$ procuri a $B2$ un'utilità attesa minore di o_7 e o_8 con

¹⁹ Dal momento che Ai pensa che questa offerta provenga da $B2$, egli sarà disposto ad accettare anche $b_3 < s(\epsilon^M)$.

²⁰ Si ricorda che per un agente che abbia osservato θ , l'utilità attesa nel caso che venga scelto l'equilibrio desiderato dal principale è pari all'utilità di riserva. Dal punto di vista di $B1$ è quindi indifferente seguire tale equilibrio o rifiutare il contratto.

side payments $c_1 - \delta$ e $c_2 - \delta^{21}$. Avremo allora un equilibrio in cui B1 offre o_3 e B2 sceglie fra o_7 e o_8 l'offerta che gli procura maggiore utilità. Se invece o_3 procura a B2 un'utilità attesa maggiore di o_7 e o_8 , un equilibrio separatore non sarà più possibile. Possiamo tuttavia considerare la situazione che si verifica se è $\mu^{Ai}(\theta_1^B | \text{offerta } o_3) = q_i^{Ai}$ mentre per le altre offerte le credenze rimangono invariate. Il risultato è un equilibrio *pooling* in cui sia B1 che B2 propongono o_3 .

Ovviamente quello appena esaminato non è l'unico equilibrio di tipo *pooling* possibile. Scegliendo le credenze in modo adeguato, tutte le offerte proponibili sia da B1 che da B2 possono essere sostenute come equilibri *pooling*. Ad esempio se $\mu^{Ai}(\theta_1^B | \text{offerta } o_1) = q_i^{Ai}$ mentre $\mu^{Ai}(\theta_1^B | \text{tutte le offerte } \neq o_1) = 1$, o_1 verrà offerta sia da B1 che da B2. Entrambi si aspettano infatti che tutte le altre offerte proponibili da B siano rifiutate ad eccezione, quando $b_3 > s(\epsilon^M)$, di o_3 e o_4 (ed eventualmente di o_{11} e o_{12}). D'altra parte è immediato verificare che in quest'ultimo caso sia B1 sia B2 preferiscono o_1 a o_3 e o_4 (ed a maggior ragione a o_{11} e o_{12}). In modo analogo possiamo specificare le credenze che sostengono come equilibrio *pooling* o_2 e, per livelli sufficientemente alti del *side payment*, o_5 e o_6 .

È importante sottolineare che tutti gli equilibri esaminati fino ad ora dipendono dal fatto che stiamo considerando i casi in cui γ è «sufficientemente basso». Ovvero i casi in cui, date credenze che permettono l'effettiva accettazione da parte dell' A_i per cui l'offerta è accettabile, l'utilità attesa dalle offerte considerate è maggiore di $U^B(R_2^B + \gamma) - D^B(x_2^B, \theta_2^B)$. Se così non fosse, B2 potrebbe usare una qualsiasi delle offerte attribuite a B1 in modo strategico, allo scopo di indurre A a credere di avere di fronte a sé B1. Abbiamo visto che in questo caso A rifiuterebbe l'offerta e produrrebbe $x_1^A(\epsilon^M)$. B2, producendo x_2 , potrebbe allora guadagnare $R_2^B + \gamma$.

Queste considerazioni ci portano innanzitutto a concludere che, quando la condizione su γ non è soddisfatta, in generale non esistevano equilibri separatori²³. È tuttavia possibile dimostrare che il gio-

²¹ o_3 darà sempre un'utilità attesa maggiore di o_4 , dal momento che per gli stessi livelli di produzione, impone *side payments* minori.

²² Si ricorda che o_5 e o_6 sono proponibili da B2 soltanto per i livelli del *side payment* maggiori del c' definito nell'offerta o_3 .

²³ Un'eccezione si può verificare nei casi in cui $b_3 > s(\epsilon^M)$. Per determinati valori dei parametri può esistere un equilibrio separatore in cui B1 propone o_3 con $b > s(\epsilon^M)$ e B2 fa un'altra offerta. Per evitare l'utilizzazione strategica di altre offerte da parte di B2 deve tuttavia essere $\mu^{Ai}(\theta_1^B | \text{tutte le offerte } \neq o_m \text{ con } b > s(\epsilon^M)) \neq 1$, $m = 3, 4, 11, 12$, dove le o_m sono le offerte che verrebbero accettate anche se attribuite a B1.

co di collusione avrà comunque un equilibrio bayesiano perfetto in cui gli agenti deviano dal contratto con il principale. In alcuni casi potrà trattarsi di un equilibrio di tipo *pooling*: ad esempio quando, attribuendo a tutte le offerte $\mu^{Ai}(\theta_1^B | \text{offerta } o) = q_i^{Ai}$, l'offerta che massimizza l'utilità attesa di B1 è anche quella che massimizza l'utilità attesa di B2. Oppure, quando, attribuendo ad alcune offerte, denotate con k , credenze $\mu^{Ai}(\theta_1^B | \text{offerta } o_k) = q_i^{Ai}$ e a tutte le altre offerte $\mu^{Ai}(\theta_1^B | \text{offerta } o \neq o_k) = 0$, sia l'utilità attesa di B1 che quella di B2 sono massimizzate dalla stessa offerta o_k . L'essenziale è che le credenze di A non consentano a B di utilizzare nessuna offerta in modo strategico per trarre vantaggio da una situazione in cui A rifiuta la collusione e contemporaneamente devia dal comportamento richiesto dal principale.

Quando γ non è «sufficientemente basso», l'esistenza di almeno un equilibrio di tipo *pooling* in cui gli agenti colludono non è garantita ma dipende dai valori dei parametri del modello. Tuttavia, anche nei casi di inesistenza di un equilibrio *pooling*, è possibile dimostrare che esiste almeno un equilibrio semiseparatore in cui le credenze degli A_i sono tali da rendere B2 indifferente fra un'offerta che viene accettata con certezza da almeno un A_i e un'offerta rispetto alla quale gli A_i adottano una strategia mista fra accettare e rifiutare. Questa seconda offerta è quella che viene scelta da B1²⁴. In conclusione, quindi, sebbene l'insieme degli equilibri possibili dipenda dai valori assunti dai parametri, il gioco di collusione avrà comunque un equilibrio in cui gli agenti non rispettano il contratto con il principale. È inoltre importante sottolineare che questo risultato non dipende dal fatto che è l'agente B a proporre il *side contract*. È infatti possibile costruire un analogo gioco di collusione in cui le offerte provengono da A ed ottenere un risultato analogo.

5. Conclusioni

In queste pagine abbiamo esaminato il problema della collusione all'interno dello schema di incentivazione di Ma, Moore e Turnbull [1988] che costituisce il meccanismo ottimale per i modelli di selezione avversa con due agenti avversari al rischio. A questo fine abbiamo analizzato un gioco di collusione in cui un agente fa all'altro un'offerta di tipo «prendere o lasciare» riguardante la produzione di livelli di

²⁴ Per la costruzione degli equilibri semiseparatori si rinvia a Luporini [1993].

output diversi da quelli richiesti dal principale in cambio di un *side payment*. Ne è risultato che il meccanismo considerato non è a prova di coalizione: esiste sempre almeno un equilibrio del gioco di collusione in cui gli agenti deviano dal contratto con il principale.

Rimane l'interrogativo se sia possibile costruire uno schema di incentivazione a prova di collusione in cui il principale continua a proporre contratti interdipendenti e quindi ad utilizzare le informazioni provenienti dalla *relative performance evaluation*. Il risultato qui ottenuto sembra suggerire che se i compensi sono interdipendenti vi è sempre spazio per la collusione fra gli agenti, ma questo è senz'altro un tema che necessita di ulteriore investigazione.

Riferimenti bibliografici

- Demski, J., Sappington, D. (1984), *Optimal Incentive Contracts with Multiple Agents*, in «Journal of Economic Theory», vol. 33, pp. 152-171.
- Felli, L. (1993), *Collusion in Incentive Contracts: Does Delegation Help?*, London School of Economics, dattiloscritto.
- Fudenberg, D., Tirole, J. (1991), *Game Theory*, Cambridge, Mass., MIT Press.
- Holmström, B., Milgrom, P. (1990), *Regulating Trade among Agents*, in «Journal of Institutional and Theoretical Economics», vol. 146, pp. 85-105.
- Kofman, F., Lawarrée, J. (1993), *Collusion in Hierarchical Agency*, in «Econometrica», vol. 61, pp. 629-656.
- Itoh, H. (1993), *Coalitions, Incentives and Risk Sharing*, in «Journal of Economic Theory», vol. 60, pp. 410-427.
- Laffont, J. J. (1990), *Analysis of Hidden Gaming in a Three-Level Hierarchy*, in «Journal of Law, Economics and Organization», vol. 6, pp. 301-324.
- Luporini, A., (1993), *Collusion in Adverse Selection Principal Multi-Agent Models*, dattiloscritto.
- Ma, C., Moore, J., Turnbull, S. (1988), *Stopping Agents from «Cheating»*, in «Journal of Economic Theory», vol. 46, pp. 355-372.
- Ramakrishnan, R., Thakor, A. (1989), *Cooperation versus Competition in Agency*, in «Journal of Law, Economics and Organization», vol. 7, pp. 248-283.
- Tirole, J. (1986), *Hierarchies and Bureaucracies: on the Role of Collusion in Organizations*, in «Journal of Law, Economics and Organization», vol. 2, pp. 181-214.
- (1992), *Collusion and the Theory of Organizations*, in Laffont, J. J., (a cura di), *Advances in Economic Theory: Invited Papers for the Sixth World Conference of the Econometric Society*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Varian, H. (1990), *Monitoring Agents with other Agents*, in «Journal of Institutional and Theoretical Economics», vol. 146, pp. 153-174.