

TERENZIO COZZI

METODI STATICI E METODI DINAMICI IN ECONOMIA: UNA RASSEGNA CRITICA

1. Nelle analisi tradizionali dell'equilibrio generale, il tempo non ha alcun ruolo peculiare. Tutte le variabili sono riferite allo stesso periodo e diventa quindi superfluo indicarne esplicitamente il riferimento temporale. In tali analisi, si può quindi prescindere completamente dal tempo per cui, secondo la terminologia di Frisch e Samuelson (1), esse, sono dette analisi *statiche*. Se talvolta, come quando si parla di domande e offerte al tempo t , viene indicato esplicitamente un riferimento temporale, uguale per tutte le variabili, ciò viene fatto allo scopo precipuo di definire precisamente la dimensione del periodo t che viene considerato (si tratta della domanda mensile, annuale, ecc.).

Altre volte le variabili vengono datate, sempre però con la stessa data, allo scopo di individuare i valori assunti dai parametri e dalle variabili esogene che caratterizzano il sistema ad una certa data e di poter così determinare la configurazione di equilibrio delle variabili endogene per tale data. I valori così determinati per queste variabili risultano funzioni soltanto dei valori assunti dai parametri e dalle variabili esogene alla data considerata e l'equilibrio si dice di tipo *uniperiodale*.

La logica economica che sta alla base di questo approccio può essere così esposta: le risorse disponibili in un dato momento, risultanti anche dall'evoluzione economica passata, esistono in quantità date e limitate. I soggetti economici tendono alla massimizzazione delle proprie funzioni obiettivo essendo però condizionati dai vincoli imposti dall'entità delle risorse che

(1) R. FRISCH, *On the Notion of Equilibrium and Disequilibrium*, in «Review of Economic Studies», feb. 1936; P. A. SAMUELSON, *Foundations of Economic Analysis*, Cambridge Mass., 1948.

hanno a disposizione e di cui possono venire a disporre. Il mercato concorrenziale funziona come un grosso calcolatore che valuta le domande e le offerte di ciascun bene e di ciascuna risorsa e stabilisce *istantaneamente* dei prezzi che riflettono la maggiore o minore scarsità delle risorse e la maggiore o minore utilizzazione delle stesse nella produzione dei beni. La razionalità dei soggetti economici nel perseguimento del proprio obiettivo — che si assume perfettamente conosciuto dagli stessi nel momento in cui prendono le decisioni — e l'assoluta efficienza e rapidità del mercato fanno sì che la configurazione di equilibrio sia tale da determinare l'ottima distribuzione delle risorse scarse tra usi alternativi e l'impossibilità di aumentare il benessere di un individuo senza diminuire quello di almeno un altro individuo (*ottimo paretiano*).

Si può subito osservare che il fatto di concentrare l'attenzione sulla scarsità delle risorse ha portato, quasi inconsapevolmente, a perdere un po' di vista il problema della crescita, cioè il più importante dei problemi che richiede, naturalmente, la considerazione degli elementi temporali. Non a caso infatti, classici, che erano principalmente interessati ai problemi dello sviluppo economico, concentravano la loro attenzione sulla riproducibilità dei beni trattando in modo ben diverso i beni capitali che sono riproducibili dalla terra che non lo è. Proprio la limitatezza della terra avrebbe spinto il sistema verso lo stato stazionario, una configurazione per la cui discussione non necessaria la considerazione del tempo perché la situazione si ripresenta sempre inalterata.

2. Si è sopra precisato che, affinché si possa parlare di equilibrio uniperiodale, il meccanismo del mercato deve funzionare *istantaneamente* o, meglio, deve poter esplicitare tutti i suoi effetti in un periodo di durata inferiore a quella del periodo considerato come unitario e nel cui ambito si cerca l'equilibrio. Infatti, se così non fosse, l'equilibrio potrebbe non essere raggiunto nel periodo preso in considerazione.

Walras era ben consapevole di questo fatto (2). In che cosa infatti consiste il suo processo di *tâtonnement*? Un banditore

(2) L. WALRAS, *Éléments d'économie politique pure*, édition définitive, Paris, 1928.

stabilisce a caso dei prezzi; raccoglie proposte di domande e offerte da parte dei vari soggetti economici e le rende esecutive soltanto se sono tra loro consistenti. In caso contrario, egli annulla le proposte e stabilisce, secondo opportune procedure, un altro sistema di prezzi, ripetendo il processo fino a quando non si sarà raggiunto l'equilibrio di tutti i soggetti e su tutti i mercati. Solo allora il banditore rende esecutive le proposte di contratto e si hanno quindi le transazioni tra richiedenti e offerenti. Non si hanno invece transazioni a prezzi non di equilibrio per cui nessun soggetto economico che, per ipotesi, conosce esattamente la propria funzione obiettivo e si comporta razionalmente, si troverà ad aver preso decisioni che, data la configurazione di mercato che si è venuta a stabilire, ritiene sbagliate.

Se non si pensa, cosa peraltro non da scartare, che Walras, con questa descrizione, abbia molto ingegnosamente tentato di mostrare soltanto l'esistenza di un insieme di prezzi di equilibrio e di indicare una procedura logica per la sua determinazione (3), che senso ha questo processo? Esso non descrive certamente come possano funzionare nel tempo reale, e cronologico, i diversi mercati in condizioni di squilibrio. I prezzi che il banditore propone ai soggetti economici si susseguono nel tempo logico, non cronologico. Essi non possono manifestarsi realmente sul mercato perché non sono corredati da domande ed offerte effettive, ma solo da domande ed offerte condizionate al manifestarsi dell'equilibrio. Il tempo logico che è introdotto da Walras con il processo di *tâtonnement* appare allora come un espediente brillante per disinteressarsi del tempo necessario a raggiungere l'equilibrio e delle modalità di raggiungimento oppure, meglio ancora, per assumere implicitamente che l'equilibrio venga raggiunto istantaneamente.

Le analisi di *statica comparata* di cui si dirà più avanti, appaiono come tipici esempi di analisi in cui implicitamente si accettano ipotesi di questo genere. Anche se talvolta, ma abbastanza raramente, gli autori moderni mettono in luce il fatto che il processo di *tâtonnement* può non portare all'equilibrio, e anche se, ancora più raramente, qualcuno afferma che anche nel caso in cui si possa dimostrare che questo processo porta all'equi-

(3) R. M. GOODWIN, *Iteration, Automatic Computers, and Economic Dynamics*, in « *Metroeconomica* », n. 1, 1951.

librio, ciò non vuol necessariamente significare che così accada nelle economie reali, l'accoglimento di ipotesi di questo tipo ha, alla fin fine, il significato di una professione di fede non solo sull'esistenza di forze di mercato che tendono a spingere il sistema economico verso l'equilibrio, ma anche sulla rapidità con cui queste forze sono in grado di operare. La fiducia di Smith nella mano invisibile e quella di Bastiat nelle armonie economiche continuano così a far sentire la loro presenza.

3. Prima di riprendere il discorso sulle analisi di statica comparata è però opportuno fare qualche ulteriore considerazione sul carattere di uniperiodalità delle analisi di equilibrio generale notando come anche le estensioni moderne (4) di questa metodologia tradizionale non abbiano minimamente modificato questa sua caratteristica.

È vero che è stata introdotta nell'analisi la considerazione dei periodi futuri. Ma ciò è avvenuto artificialmente trasformando il problema multiperiodale in un problema uniperiodale di dimensioni maggiori utilizzando l'artificio che segue. Il problema dell'esistenza dell'equilibrio è stato affrontato per un numero di periodi T dato *a priori*, e si è convenuto di considerare i beni prodotti e domandati in periodi diversi come beni tra loro diversi. In questo modo, al posto degli n beni considerati nella trattazione tradizionale, si considerano nT beni, ciascun bene essendo caratterizzato dal periodo $1, 2, \dots, T$, in cui viene ad essere disponibile. Conseguentemente, si è dovuto postulare la esistenza dei necessari mercati a termine in cui possano essere scambiati oggi i beni che saranno disponibili alle diverse date future. Nessun altro cambiamento risulta però necessario. Tutti gli scambi che avverranno in futuro sono già, fin dal periodo attuale, completamente stipulati in modo irrevocabile sui mercati a termine. Fin dall'inizio, viene così completamente eliminata ogni incertezza relativa al futuro.

Quest'ultima affermazione potrà sembrare troppo decisa a chi si ricorda che, in alcune trattazioni (5), si è cercato di tener conto del problema dell'incertezza connessa al verificarsi di

(4) Si veda, ad esempio, G. DEBREU, *Theory of value*, New York, 1959, specialmente capp. II e VII.

(5) K. J. ARROW - G. DEBREU, *Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy*, in «Econometrica», July 1954; G. DEBREU, *Theory of Value*, cit.

eventi futuri. A tal fine, si sono considerati i diversi beni disponibili alle diverse date come caratterizzati anche dal verificarsi o meno di un certo evento. Si è così distinto il grano disponibile in un certo periodo se si verifica l'evento *e* dal grano disponibile nello stesso periodo se si verifica un altro evento *f*. Al periodo attuale non si sa quali eventi si verificheranno in futuro. Tutti gli eventi possibili sono però completamente identificati fin dal periodo attuale e rappresentano un numero finito di alternative tra le quali la Natura ne sceglierà una. I soggetti economici valutano, per proprio conto, la probabilità di ogni particolare evento e la propria propensione al rischio e, su queste basi, prendono le proprie decisioni stipulando oggi, su particolari mercati opportunamente postulati, particolari contratti condizionati al verificarsi di certi eventi. Un contratto tipico è il seguente: un soggetto si impegna con un altro a consegnargli ad una certa data un certo quantitativo di un bene se si verifica un certo evento. Se l'evento non si verifica, la consegna non avverrà. Ma il prezzo pattuito sarà comunque pagato. Sotto queste ipotesi, che si aggiungono a quelle tradizionali, è possibile dimostrare l'esistenza di posizioni di equilibrio da oggi al periodo terminale.

Tuttavia, anche a prescindere dal realismo delle ipotesi relative all'esistenza di tutti questi particolari mercati, non dovrebbe sfuggire il fatto che tutti i contratti che saranno perfezionati nei vari periodi, sono già stipulati, senza possibilità di modificazioni, fin dal momento iniziale e sulla base delle informazioni disponibili a tale data. L'incertezza sul futuro viene quindi *de facto* a scomparire lasciando le sue tracce soltanto sui valori assunti dai parametri e dalle variabili esogene nel periodo attuale. I valori di equilibrio delle variabili endogene vengono perciò a dipendere soltanto da queste grandezze e non si è quindi usciti dalla logica dell'equilibrio uniperiodale.

4. Ma ritorniamo alle trattazioni tradizionali. Come si è detto, essendo dati lo stato della tecnologia, le funzioni obiettivo dei soggetti economici e l'entità delle risorse di cui ciascuno può disporre all'inizio del periodo considerato, il modello statico dell'equilibrio generale determina le quantità prodotte nel corso del periodo e il sistema dei prezzi. Se si assume che i dati di cui sopra rimangano costanti al passare del tempo e se, inoltre, si

assume che le soluzioni siano tali da non modificare l'entità delle risorse a disposizione per il periodo futuro — come capita quando non si ha produzione netta di beni capitali — l'equilibrio uniperiodale è suscettibile di permanere per una successione di periodi. In tal caso, tutte le variabili economiche continuerebbero ad assumere gli stessi valori al passare del tempo e l'equilibrio sarebbe di tipo *stazionario*. Poiché il futuro diviene uguale al presente e al passato, non c'è alcun bisogno di tener conto del passaggio del tempo. Il metodo dell'analisi statica dà, come preannunciato, il meglio di se stesso. La situazione è di assoluta tranquillità; i soggetti economici, sulla base dell'esperienza passata, si aspettano che i valori delle diverse variabili non cambino e le loro aspettative sono perfettamente realizzate (6). Non esiste alcuna forma di rischio o incertezza; si vive in un clima di assoluta certezza.

5. Un sistema economico non può restare in condizioni di equilibrio stazionario se, ad un certo momento, si ha una modificazione di qualche parametro o di qualche variabile esogena. Se ad es. si modificano i gusti dei consumatori o se, per effetto del progresso tecnico, viene a variare lo stato della tecnologia, alcuni soggetti economici saranno indotti a modificare le decisioni che prendevano in precedenza. Di conseguenza, la vecchia configurazione di equilibrio non sarà più adeguata alla nuova situazione. Al nuovo insieme di dati (valori dei parametri e delle variabili esogene) corrisponderà una diversa configurazione di equilibrio. Il confronto tra i valori delle variabili endogene corrispondenti a queste due configurazioni di equilibrio è effettuato per mezzo delle analisi di *statica comparata* (7).

(6) Rimane il problema di come il sistema economico possa essere arrivato all'equilibrio dello stato stazionario perché, se si vuol essere assolutamente rigorosi, bisogna ammettere che una tale situazione non è raggiungibile nel tempo cronologico. Se infatti, in ogni periodo prima che l'equilibrio stazionario fosse raggiunto, le variabili economiche non restavano tutte costanti, i soggetti economici, sulla base delle esperienze passate, si sarebbero presumibilmente aspettati successive variazioni in tali variabili. Per quale motivo allora, da un certo momento in avanti, essi incominciano ad aspettarsi che tutte le variabili restino costanti? Se ne deduce quindi che — come dice J. ROBINSON, *The Accumulation of Capital*, London, 1958 — se oggi si ha una situazione di equilibrio stazionario, una tale situazione si deve essere realizzata da sempre. Ma di questo problema ci occuperemo più avanti perché questa affermazione vale anche per l'equilibrio dinamico.

(7) Non sempre questo tipo di analisi può essere condotto confrontando direttamente i valori di equilibrio delle variabili endogene corrispondenti ai

Le conclusioni che vengono tratte da questo tipo di analisi sono molto spesso espresse nel seguente modo: se il parametro o la variabile esogena x aumenta (in una certa misura), la variabile endogena y aumenta o diminuisce (in una certa misura). Oppure, ancora più esplicitamente, si afferma che il sistema economico si porterà dalla posizione A alla posizione B come conseguenza di una certa variazione nei parametri o nelle variabili esogene.

Ora, queste affermazioni, da un lato, non sono logicamente corrette e, d'altro lato, non considerano alcuni aspetti che invece possono essere di grande importanza. Infatti, il confronto tra due posizioni di equilibrio non ci assicura affatto che il sistema economico sia in grado di passare da una situazione all'altra a meno che non si assuma, fideisticamente, che le forze di mercato siano tali da spingere *comunque* il sistema verso l'equilibrio. Ma in tal caso si sarebbe ipotizzato proprio ciò che si vuol dimostrare.

Ma, anche supponendo che nel sistema operino delle forze che lo spingono verso l'equilibrio, ci si può chiedere quale sarà l'andamento temporale delle variabili endogene. Si porteranno verso la nuova situazione di equilibrio con andamento monotono oppure oscillante? Inoltre, quanto tempo dovrà passare prima che queste variabili assumano valori sufficientemente vicini a quelli di equilibrio? Le risposte a queste domande non ci possono essere fornite dall'analisi di statica comparata ma, come vedremo, soltanto da analisi dinamiche che introducano, in modo essenziale, la considerazione del tempo.

Tuttavia, si può già fin d'ora osservare che la validità sostanziale delle analisi di statica comparata dipende, in modo determinante, dalla risposta ai quesiti che ci siamo posti e, in particolare, a quello relativo al tempo necessario perché il sistema si avvicini sufficientemente all'equilibrio. Infatti, nelle analisi di statica comparata, la non considerazione del tempo necessario al processo di riequilibrio ci spinge, quasi naturalmente, ad ipotizzare implicitamente che questo tempo sia molto breve. Ora, se questa ipotesi corrispondesse effettivamente alla realtà, le analisi di statica comparata potrebbero essere utilizzate senza

due insiemi di dati. Spesso il confronto viene effettuato esaminando i valori, o i segni, delle derivate parziali dei valori di equilibrio delle variabili endogene rispetto ai parametri o ai valori delle variabili esogene.

molte preoccupazioni perché porterebbero a conclusioni non sufficientemente corrette soltanto per periodi di tempo molto brevi. Se, al contrario, il processo di riequilibrio fosse molto lento, le conclusioni a cui si arriva ipotizzando un processo molto rapido non sarebbero sufficientemente corrette per periodi di tempo piuttosto lunghi.

Ma c'è di più! Infatti, se il tempo necessario al riequilibrio è piuttosto lungo, è estremamente probabile che, prima che il sistema si sia completamente riequilibrato, intervengano altre variazioni nei parametri o nelle variabili esogene. Al primo processo di riaggiustamento se ne verrebbe a sovrapporre un altro e poi un altro ancora e così via. Se, come spesso avviene, gli effetti di successive variazioni non fossero tali da compensarsi, ma fossero invece di tipo cumulativo, potrebbe benissimo capitare che l'andamento effettivo del sistema economico venisse a divergere in modo sempre più accentuato da quello determinabile con le analisi di statica comparata.

Ancora una volta appare chiaro che le metodologie di tipo statico fino ad ora considerate, sono in grado di dare il meglio di se stesse quando si tratta di esaminare un sistema economico in cui le variazioni dei parametri e delle variabili esogene sono poco frequenti, un sistema cioè sostanzialmente stazionario, e in cui le forze che spingono verso il riequilibrio operano con sufficiente intensità e rapidità.

6. Le considerazioni fino ad ora effettuate possono, in particolare, essere applicate all'utilizzazione della metodologia neoclassica per lo studio dei problemi di crescita economica. La logica di questo tipo di analisi è infatti la seguente. Essendo dati i gusti dei consumatori, la tecnologia disponibile e l'ammontare delle diverse risorse disponibili ad una certa data, per comodità $t = 0$, si determina la configurazione di equilibrio uniperiodale relativo a tale data. In particolare, si determina la quantità prodotta dei diversi beni capitali. Al periodo successivo, $t = 1$, il sistema economico verrà così a disporre di un insieme di risorse diverso da quello del periodo precedente. Più precisamente, i beni capitali disponibili all'inizio del periodo $t = 1$ saranno quelli disponibili all'inizio del periodo precedente meno quelli consumati nel corso del periodo precedente più quelli che sono stati prodotti in tale periodo ed incominciano ora ad essere uti-

lizzati. Perciò, il sistema economico, all'inizio del periodo $t = 1$, sarà caratterizzato da una diversa disponibilità di risorse e, eventualmente, da diversi valori dei parametri e delle altre variabili esogene. A questo nuovo insieme di dati corrisponderà, in condizioni di equilibrio, un nuovo insieme di valori delle variabili endogene (prezzi, quantità prodotte e vendute ecc.). Si può quindi effettuare il confronto tra successive situazioni di equilibrio uniperiodale: quelle relative ai periodi $t = 0, 1, 2...$ Da questo confronto, e quindi come sottoprodotto delle analisi dell'equilibrio uniperiodale, si suppone di derivare una descrizione del processo di sviluppo del sistema economico nel tempo.

Ora, poiché queste analisi consistono in confronti tra situazioni di equilibrio uniperiodale, valgono evidentemente tutte le limitazioni di cui si è detto sopra aggravate dal fatto che, in questo caso, la probabilità di successive variazioni nei dati che siano di tipo cumulativo tende a diventare certezza.

Ma, anche a prescindere da queste limitazioni, è opportuno sottolineare il fatto che, trattandosi di equilibri di tipo uniperiodale, i valori delle diverse variabili endogene che si determinano per ciascun periodo dipendono *esclusivamente* dalle condizioni del sistema economico in quel periodo. Ma non si può essere certi che questi valori siano quelli che le variabili dovrebbero assumere perché il sistema rimanga in equilibrio per una successione di periodi (8). Si può infatti osservare che, affinché si abbia un equilibrio di questo tipo (*equilibrio dinamico*), non basta che ci sia equilibrio in ogni singolo periodo. È anche ne-

(8) Lungo queste linee sono state avanzate le tesi di C. NAPOLEONI e A. GRAZIANI sull'inaccettabilità della impostazione tipica della teoria dell'equilibrio generale. C. NAPOLEONI, *La teoria dell'equilibrio generale secondo von Neumann*, in «La rivista trimestrale», nn. 7-8, 1963; Id., *L'equilibrio economico generale, Studio introduttivo*, Torino, 1965, cap. VII; A. GRAZIANI, *Equilibrio generale ed equilibrio macroeconomico*, Napoli, 1965, capp. II-IV. Il superamento di queste obiezioni si ha nel caso di crescita uniforme se la struttura delle produzioni è adeguata a tale tipo di crescita. Si veda più oltre, § 8. La tesi che la crescita di tipo uniforme è necessaria per ovviare a queste critiche è stata sostenuta da D. TOSATO, *Sur la théorie walrassienne de la capitalisation*, in «Economie appliquée», n. 3, 1969. L'autore rileva anche come, per questa via, sia possibile fondare più rigorosamente le critiche sollevate da P. GAREGNANI, *Il capitale nelle teorie della distribuzione*, Milano, 1960, e *Sulle equazioni walrasiane della capitalizzazione, una risposta*, in «Giornale degli economisti», marzo-aprile 1966. In un contesto parzialmente diverso, conclusioni simili a quelle sopra riportate sono state ottenute anche da S. LOMBARDINI - P. C. NICOLA, *Income Distribution and Economic Development in Ricardian and Walrasian Models*, in: *Applications of Systems Theory to Economy Management and Technology*, Proceedings of the second Polish-Italian Conference, Pugnochiuso, 1-6 may 1974.

cessario che le *aspettative* dei soggetti economici, sulla cui base essi prendono nei singoli periodi le proprie decisioni, siano sempre tra loro consistenti e siano sempre verificate (9). È vero che, almeno nelle migliori applicazioni del tipo di analisi che stiamo esaminando, si suppone che, in ciascun periodo, le decisioni di equilibrio dei soggetti economici dipendano anche dalle loro aspettative sull'andamento futuro del sistema. Ma si tratta sempre del futuro come visto in quel particolare periodo. Di conseguenza, queste aspettative, o alcune di esse, potranno non realizzarsi o perché tra loro incompatibili, o per un qualsiasi altro motivo quale ad es. il verificarsi di una variazione imprevista nei valori dei parametri o delle variabili esogene che caratterizzano il sistema in un dato momento.

In un contesto di crescita economica quale quello in cui ora ci siamo messi, è particolarmente elevata la probabilità che questo capiti per le decisioni di investimento. Gli imprenditori possono facilmente venirsi a trovare nella condizione di non essere soddisfatti delle decisioni prese in passato le cui conseguenze, peraltro, potrebbero essere tali da condizionare, in modo rilevante e per diversi periodi, la loro possibilità di decidere nei modi che altrimenti avrebbero giudicato più opportuni. Diventa perciò ancora più probabile la possibilità di divergenze sempre più accentuate tra l'andamento effettivo del sistema e quello che si può determinare mediante il confronto di successivi equilibri uniperiodali che, non avendo riscontro nella realtà, sarebbero successivi soltanto nel tempo logico, non cronologico.

In alcune analisi di tipo neoclassico si è cercato di ovviare a queste difficoltà effettuando delle ipotesi che hanno l'effetto di eliminare il problema. Intendo riferirmi, in particolare, alla cosiddetta ipotesi di *malleabilità* dei beni capitali effettuata in molti modelli di crescita di ispirazione neoclassica (10). Con tale ipotesi si assume che sia sempre possibile, istantaneamente e senza costo, modificare i beni capitali che si hanno a disposizione in un certo periodo per adeguarli ai requisiti di tecniche

(9) Si veda J. K. HICKS, *Capital and Growth*, Oxford, 1965. Si veda anche T. COZZI, *Teoria dello sviluppo economico*, Bologna, 1972.

(10) Si veda ad es. R. M. SOLOW, *A Contribution to the Theory of Economic Growth*, in «Quarterly Journal of Economics», febr. 1956. T. W. SWAN, *Economic Growth and Capital Accumulation*, in «The Economic Record», nov. 1956; J. E. MEADE, *A Neoclassical Theory of Economic Growth*, London, 1962; R. M. SOLOW, *Growth Theory, An Exposition*, Oxford, 1970.

produttive diverse che sono diventate convenienti in seguito a variazioni intervenute nella tecnologia o nel sistema dei prezzi. Questo è evidentemente un modo per assumere che le conseguenze della non realizzazione delle aspettative siano prive di importanza per cui, tutto sommato, non vale la pena di occuparsi a fondo di tale problema, sviluppando l'analisi sotto ipotesi di certezza.

7. Si è parlato più sopra di *equilibrio dinamico* ed è quindi giunto il momento di definire in modo preciso questo concetto. Innanzitutto, è chiaro che di esso si può parlare soltanto nel contesto di un *modello dinamico* cioè, seguendo sempre la terminologia di Frisch e Samuelson, di un insieme di relazioni funzionali in cui il tempo entra in modo *essenziale*, cioè non eliminabile per mezzo di opportuni passaggi matematici (11).

Quando in un modello dinamico compaiono equazioni di equilibrio, si ha un modello di *equilibrio dinamico*. Però, le condizioni che definiscono un equilibrio dinamico non si esauriscono in quelle relative alla compatibilità tra le decisioni prese dai diversi soggetti economici in ogni momento di tempo. Da un lato, come nel caso dell'equilibrio statico, queste decisioni, date le funzioni obiettivo dei soggetti economici, debbono essere di tipo ottimale o, quanto meno, debbono essere prese sulla base di regole più o meno consuetudinarie a cui però i soggetti economici continuano ad attenersi al passare del tempo.

D'altro lato, come è stato preannunciato, deve essere rispettata l'ulteriore condizione relativa al realizzarsi, in ogni momento, delle aspettative dei soggetti economici. Questa condi-

(11) Esempi di relazioni di questo tipo sono le equazioni differenziali, quelle alle differenze finite, quelle integrali, integro-differenziali ecc. La soluzione di un modello in cui compare qualche equazione di questo tipo è costituita, come è noto, da un insieme di relazioni che descrivono l'andamento delle diverse variabili come funzione del tempo che così diventa un elemento essenziale. Si noti che non basta che le variabili siano datate, nel senso che i valori che esse assumono ad una certa data dipendono dai valori assunti alla stessa data dalle altre variabili. È necessario che almeno alcune variabili dipendano dai valori assunti da qualche variabile in tempi *diversi*. La dinamica non è quindi l'estensione della statica ottenuta introducendo semplicemente il tempo in una costruzione che non ne teneva conto. Essa è qualcosa di diverso perché il tempo è elemento costitutivo della sua natura, non un elemento aggiunto successivamente a mo' di completezza e/o generalizzazione. P. A. SAMUELSON, *Foundations* ecc., cit. Un modello in cui le variabili ad una certa data dipendono dai valori assunti dai parametri o dalle diverse variabili a quella data, è ivi indicato col nome di *statico storico*.

zione non destava eccessive preoccupazioni nel caso dell'equilibrio stazionario perché allora tutte le variabili rimanevano costanti al passare del tempo e si poteva quindi assumere che i soggetti economici ritenessero che così sarebbe capitato anche in futuro. Ma nel caso dell'equilibrio dinamico, le diverse variabili non rimangono necessariamente costanti anzi, in generale, assumono valori diversi al passare del tempo. L'ipotesi che le aspettative siano sempre realizzate diventa quindi estremamente problematica.

8. Un caso su cui si è concentrata l'attenzione degli economisti anche perché permette un facile superamento del problema delle aspettative, è quello della *crescita uniforme*. Il caso più semplice, ed anche logicamente più coerente, è quello di un sistema economico in cui l'unico elemento dinamico è costituito dalla crescita nel tempo della quantità di mano d'opera disponibile ad un tasso percentuale costante. Le altre variabili esogene, ed in particolare i gusti dei consumatori e le tecniche produttive rimangono invece costanti al passare del tempo e non esistono risorse non producibili date in quantità limitata.

Sotto queste ipotesi, l'andamento di equilibrio dinamico è caratterizzato da un sistema di prezzi che non cambia al passare del tempo e dalla crescita di tutte le produzioni allo stesso tasso uguale a quello a cui cresce la forza lavoro disponibile e la occupazione. La struttura dell'economia rimane perciò inalterata e non accade nient'altro di economicamente rilevante all'infuori della crescita in dimensione del sistema (12).

È chiaro che questo tipo di andamento di equilibrio rappresenta la naturale estensione alla dinamica del concetto di equilibrio stazionario. Ed infatti un sistema economico che cresca nel modo descritto è anche chiamato *quasi-stazionario* (13).

(12) I prezzi rimangono costanti e non si hanno quindi problemi relativi alla considerazione dei valori dei beni capitali, problemi che possono impedire il verificarsi dell'uguaglianza tra i saggi di rendimento dei diversi beni capitali provocando l'impossibilità di estendere il tipo di analisi proprio delle teorie dell'equilibrio generale al campo della dinamica. Si veda D. TOSATO, *op. cit.*, p. 582.

(13) Si veda D. CHAMPERNOWNE, *A Note on J. von Neumann's Article on: A Model of Economic Equilibrium*, in «Review of Economic Studies», feb. 1945. Si noti che il caso di un sistema economico quasi stazionario può essere analizzato come un sistema perfettamente stazionario considerando le variabili pro-capite invece che quelle globali. In tal caso non si sarebbe in

Il problema delle aspettative risulta, in questo contesto, di facile soluzione. Infatti, per quanto riguarda le grandezze che rimangono costanti non c'è niente da aggiungere a quello che è stato detto a proposito dell'equilibrio stazionario. Le altre grandezze crescono nel tempo ad un tasso costante. È quindi estremamente probabile che i soggetti economici si aspettino che tale tipo di crescita continui e, siccome così accade, le loro aspettative verrebbero a realizzarsi (14). Anche dal punto di vista della certezza del quadro economico in cui si opera, non si hanno quindi differenze tra l'equilibrio stazionario e quello quasi-stazionario.

9. Un altro caso di crescita uniforme che è stato ampiamente considerato nella letteratura recente è quello in cui l'economia cresce uniformemente non soltanto perché cresce la mano d'opera disponibile ma anche per effetto di una particolare forma di progresso tecnico. Si ipotizza infatti che, per effetto del progresso tecnico, si realizzi un aumento della produttività del lavoro a tasso costante e uguale per tutti i settori. Assumendo inoltre che l'elasticità della domanda sia uguale ad 1 in tutti i settori, si dimostra che l'andamento di equilibrio nel tempo è tale da comportare la crescita di tutte le produzioni ad un tasso costante dato dalla somma del tasso di crescita della popolazione e dal tasso di aumento della produttività del lavoro (15).

Il concetto di equilibrio quasi-stazionario viene così esteso al caso in cui si ha una forma di progresso tecnico molto particolare. Che si tratti di un'estensione risulta subito evidente solo

grado di determinare soltanto il tasso di crescita del sistema. Tutte le altre caratteristiche: prezzi, tecniche utilizzate, rapporti tra le diverse produzioni, ecc., potrebbero invece essere completamente determinate.

(14) Secondo la terminologia della scuola svedese, una scuola i cui metodi hanno contribuito notevolmente allo sviluppo della moderna dinamica economica, si può dire che la realizzazione delle aspettative implica l'uguaglianza tra le grandezze *ex ante*, e quelle *ex post*. Si veda: E. LINDAHL, *Studies in the Theory of Money and Capital*, London, 1939; G. MYRDAL, *Monetary Equilibrium*, London, 1939; E. LUNDBERG, *Studies in the Theory of Economic Expansion*, London, 1937; B. OHLIN, *Some Notes on the Stockholm Theory of Savings and Investments*, in «Economic Journal», march-june 1937.

(15) È questo il caso dei modelli che studiano quelle che, con una colorita espressione di J. Robinson, sono dette età dell'oro. Si veda J. ROBINSON, *The Accumulation...* ecc., cit., si veda anche F. H. HAHN - R. C. O. MATTHEWS, *The theory of economic growth, a Survey*, in «Economic Journal», dic. 1964, e G. HARCOURT, *Some Cambridge Controversies in the Theory of Capital*, Cambridge, 1972 e la letteratura ivi citata.

che si pensi che per ritrovarsi formalmente al caso dell'equilibrio quasi-stazionario è sufficiente misurare la quantità di lavoro impiegato in unità-efficienza, tenendo cioè conto che un lavoratore occupato al tempo t , che ha una produttività di un $\lambda\%$ superiore a quella di un lavoratore occupato al tempo $t-1$, può essere considerato equivalente a $1 + \lambda$ lavoratori al tempo $t-1$. Da questo punto di vista, si potrebbero ripetere tutte le considerazioni effettuate a proposito dell'equilibrio quasi-stazionario ed in particolare quelle relative alla possibilità di realizzazione delle aspettative dei soggetti economici determinata dal fatto che tutte le grandezze verrebbero ad avere un andamento uniforme e perciò prevedibile con la necessaria accuratezza.

Anche a prescindere dall'assoluto irrealismo dell'ipotesi che il progresso tecnico proceda in modo uniforme e con la stessa intensità in tutti i settori, è necessario rilevare che, nel caso che stiamo esaminando a differenza di ciò che capitava con l'equilibrio quasi-stazionario, i redditi *pro-capite* dei soggetti economici vengono ad aumentare nel tempo al tasso di aumento della produttività del lavoro. Ma in questo caso, come è stato molto appropriatamente sottolineato da Pasinetti (16), la struttura della domanda viene necessariamente a variare per la ben nota legge di Engel. L'ipotesi di elasticità rispetto al reddito uguali ad 1 in tutti i settori, non è perciò logicamente coerente con la ipotesi che la produttività del lavoro, e quindi il reddito *pro-capite*, venga ad aumentare. La possibilità di crescita uniforme viene quindi a mancare. Ma con ciò viene anche a mancare quel clima di certezza che assicurava la realizzazione delle aspettative dei soggetti economici formulate, sulla base della loro esperienza passata, secondo criteri molto semplici ed accettabili.

Torna così in primo piano la possibilità che le decisioni prese nel passato dai soggetti economici sulla base di aspettative che poi non si sono realizzate, non siano quelle più opportune. Le condizioni di equilibrio non potrebbero quindi essere rispettate e ci si dovrà porre il problema di analizzare se un sistema, spostato dalla sua configurazione di equilibrio, possa o meno

(16) L. L. PASINETTI, *A New Theoretical Approach to the Problems of Economic Growth*, in *Semaine d'étude sur le rôle de l'analyse économétrique dans la formulation de plans de développement*, Città del Vaticano, 1965. Si veda anche T. Cozzi, *Sviluppo e stabilità dell'economia*, Torino, Fondazione Einaudi, 1969.

portarsi ad una, eventualmente diversa, configurazione di equilibrio. Questa problematica è l'oggetto delle analisi di *stabilità* di cui ora ci occuperemo.

10. Da quanto detto risulta evidente che per studiare la stabilità di un equilibrio è necessario ipotizzare innanzitutto la possibilità di squilibrio. Di conseguenza, le relazioni che impongono l'equilibrio debbono essere eliminate e, al loro posto, debbono essere introdotte delle relazioni che descrivono le reazioni dei soggetti economici a situazioni di squilibrio. Siccome tali reazioni non possono che avvenire nel tempo ed influenzare le decisioni che i soggetti economici dovranno prendere in periodi successivi, le equazioni di reazione saranno necessariamente di tipo dinamico anche quando si voglia studiare la stabilità di un equilibrio statico (17). È tuttavia necessario sottolineare che il processo di reazione che viene così ad essere introdotto non deve essere soltanto di tipo logico come avveniva con il *tâtonnement* di Walras. Esso deve invece essere concepito in modo da poter descrivere teoricamente, e quindi con tutte le semplificazioni e i limiti del caso, l'andamento effettivo di un sistema economico nel tempo cronologico.

Perciò, in linea di principio, non debbono essere accolte ipotesi che, come quelle tipiche del *tâtonnement*, comportino che non vengano commessi errori perché le contrattazioni sono rese effettive soltanto in caso di raggiunto equilibrio. È vero che, in casi particolari, come quello dell'equilibrio statico di un'economia di puro scambio, è stato dimostrato (18) che le principali conclusioni ottenute dalla analisi dei processi di *tâtonnement* valgono anche se si ammette la possibilità di scambi effettuati a prezzi non di equilibrio. Ma siccome questi risultati sono comunque da dimostrare caso per caso e non si possono certo dare per scontati, mi pare sia opportuno impostare fin dall'inizio l'analisi senza effettuare ipotesi che dovranno inevitabilmente essere eliminate in seguito.

(17) P. A. SAMUELSON, *Foundations... ecc., cit.*; *The Stability of Equilibrium: Comparative Statics and Dynamics*, in «Econometrica», april 1941; *The Relation between Hicksian Stability and True Dynamic Stability*, in «Econometrica», july-oct. 1944.

(18) Si veda K. J. ARROW-F. H. HAHN, *General Competitive Analysis*, Edinburgh, 1971, ch. 11-12-13.

11. Normalmente, le conclusioni di questo tipo di analisi sono che il sistema economico tende a portarsi verso una situazione di equilibrio che è perciò detto *stabile*. Più raramente si conclude che esso è *instabile*. Quasi mai si arriva alla conclusione che esso possa essere *stabile localmente*, cioè per piccoli spostamenti dall'equilibrio, ma instabile per spostamenti di maggiore dimensione. La ragione per cui molti economisti sono soddisfatti di concludere per la stabilità degli andamenti di equilibrio e sono sempre alla ricerca di meccanismi di reazione che permettano di arrivare a tale conclusione, non deriva soltanto dalla fiducia nell'efficacia riequilibratrice dei meccanismi di mercato che, più o meno consapevolmente, essi hanno ricevuto dalla impostazione tradizionale che considerava l'esistente ordinamento economico come permanente anche perché dotato di particolari caratteristiche di efficienza ed ottimalità.

Un'altra ragione è data dal fatto che, nel caso di equilibrio instabile, le soluzioni del modello sarebbero tali da determinare andamenti delle diverse variabili che, prima o poi, verrebbero ad essere prive di significato economico. Si arriverebbe infatti a quantità e/o prezzi negativi, o crescenti a ritmi sempre più accelerati, oppure a qualche altro conclusione di questo tipo. Siccome, in genere, nella realtà non si assiste a simili fenomeni, si è portati ad effettuare ipotesi che implicitamente li escludono. Ma, queste ipotesi, data anche la struttura semplificata, generalmente di tipo lineare, dei modelli utilizzati, non hanno solo l'effetto di escludere l'instabilità nelle situazioni limite che portano a risultati assurdi. Esse hanno invece l'effetto di escludere l'instabilità in tutti i casi. Ma, in questo modo, si elimina la possibilità di analizzare andamenti di notevole interesse non solo teorico.

Mi sembra infatti che molti potrebbero non avere obiezioni sostanziali ad affermazioni di questo tipo. Un sistema economico è in grado di assorbire senza grossi traumi, *shocks* esogeni o di altra natura — ad esempio aumenti salariali — se essi sono di entità non troppo elevata. Se invece tali *shocks* superano certi livelli critici, si originano forze che allontanano il sistema da un andamento di crescita sufficientemente regolare per cui si hanno cospicui fenomeni patologici di depressione e/o inflazione. Se così fosse, nei termini della teoria della stabilità, si

direbbe che il sistema è stabile per piccoli scostamenti dall'equilibrio ma instabile per scostamenti di maggior dimensione.

Il discorso però può non terminare qui. Infatti, può anche capitare che il persistere, ed anzi l'aggravarsi, di questi fenomeni patologici tipici dell'instabilità del sistema determini, prima o poi, qualche cambiamento strutturale. Alcuni di questi cambiamenti possono verificarsi senza grosse difficoltà o traumi particolari. I soggetti economici e i responsabili della politica economica, ammaestrati dall'esperienza, possono infatti decidere di rivedere i propri criteri di comportamento. Formalmente, ciò significa che possono modificarsi alcuni parametri e alcune forme funzionali delle equazioni che descrivono le reazioni agli squilibri. Se questi cambiamenti sono sufficienti a ricreare le condizioni di stabilità, si potrà concludere che, in periodo più lungo, e quando gli scostamenti dall'equilibrio hanno superato certi livelli, si potrà ristabilire, pur tra notevoli difficoltà, la tendenza verso un andamento economico sufficientemente regolare.

Se però questi cambiamenti sono troppo deboli o se si determinano con eccessiva lentezza, il sistema tenderebbe ad avvicinarsi ad un punto di rottura o di *catastrofe*, non nel senso letterale del termine ma in quello tecnico utilizzato in alcune recenti evoluzioni della teoria matematica dei sistemi (19) dove esso ha il significato di una situazione in cui diventano inevitabili cambiamenti strutturali di importanza così elevata da acquistare il senso di cambiamenti di tipo qualitativo. Nel caso dei sistemi economici, si potrebbe trattare di riforme di struttura che modifichino radicalmente la precedente realtà economica o, al limite, ma non necessariamente, di cambiamenti della forma di regime politico. Va sottolineato, a questo proposito, che la probabilità di accadimenti di quest'ultimo tipo è tanto più elevata quanto più il sistema non è in grado di ritornare ad un andamento di crescita pressoché regolare in periodi di tempo ragionevoli. Da questo punto di vista quindi il trascorrere del tempo torna a giocare un ruolo di primo piano.

(19) Si veda R. THOM, *Stabilité Structurelle et Morphogénèse*, Paris, 1972 e *Modèles mathématiques de la morphogénèse*, Paris, 1974. Una spiegazione elementare della trattazione di THOM, si trova in D. CHILLINGWORTH, *Elementary Catastrophe Theory*, in «Journal of the Institute of Mathematics and its Applications, Bulletin», Aug. 1975.

12. Quanto è stato appena affermato ha però anche altre implicazioni. Appare innanzitutto chiaro che non ci si può accontentare della dimostrazione che, sotto certe ipotesi, esiste una tendenza del sistema a portarsi verso l'andamento di equilibrio. È anche necessario determinare quanto tempo deve passare perché il sistema possa riportarsi ragionevolmente vicino a tale andamento.

Ora, per poter valutare questo tempo, occorrerebbe determinare esplicitamente le soluzioni del modello con cui si studia la stabilità. Ciò è molto spesso particolarmente difficile perché, quando il sistema di equazioni differenziali, o alle differenze o di tipi ancora più complessi, non è lineare, non si hanno a disposizione metodi generali per trovare esplicitamente le soluzioni. Per questa ragione, le dimostrazioni di stabilità vengono spesso effettuate utilizzando i metodi di Liapunov (20) i quali, mentre sono in grado di fornire le caratteristiche qualitative delle soluzioni, non sono invece sufficienti per la valutazione della rapidità della convergenza verso la soluzione di equilibrio (21).

La semplicità di questi metodi è, senza dubbio, la ragione principale che spiega la loro utilizzazione sempre più frequente da parte degli economisti. Rimane tuttavia il dubbio, specialmente oggi che esistono ampie possibilità di simulazione a mezzo di calcolatori delle soluzioni di modelli molto complessi, che a questa popolarità dei metodi di Liapunov non sia del tutto estranea la fiducia, più o meno consapevole, degli economisti nell'efficacia riequilibratrice delle forze di mercato e nel loro rapido operare di cui si è parlato più sopra.

Lo stesso discorso vale a proposito della possibilità che avvenimenti squilibranti si susseguano nel tempo a scadenze ravvicinate con effetti di tipo cumulativo.

(20) A. LIAPUNOV, *Problème général de la stabilité du mouvement*, rist. fotostatica in «Annals of Mathematics Studies», Princeton N. J., 1949. Si veda anche: J. P. LA SALLE-S. LEFSCHETZ, *Stability by Liapunov Direct Method with Applications*, New York, 1961. In italiano si può vedere G. SANSONE-R. CONTI, *Equazioni differenziali non lineari*, Roma, 1956; G. GANDOLFO, *Metodi matematici e modelli in dinamica economica*, Roma, 1968.

(21) Per alcuni esercizi riguardanti la rapidità di aggiustamento in processi dinamici, qui non considerati, concernenti la tendenza in un sistema economico verso situazioni di equilibrio e di piena occupazione quando il movimento avviene in condizioni di equilibrio, si veda T. Cozzi, *Movimenti in equilibrio nell'analisi macroeconomica*, Torino, Giappichelli, 1966.

13. Avendo sottolineato l'importanza di studiare le caratteristiche temporali dell'andamento con cui il sistema tende eventualmente a portarsi verso l'equilibrio, è opportuno mettere in luce qualche altro aspetto strettamente connesso.

Si può infatti osservare che, secondo le trattazioni usuali, il tipo di andamento che il sistema economico dovrebbe realizzare nella sua tendenza o meno verso l'equilibrio, non ha quasi mai influenza sulle caratteristiche dell'equilibrio stesso il quale è normalmente definito prima che il processo di convergenza venga studiato e a prescindere dalle caratteristiche che esso può avere.

Nei rari casi in cui si ammette esplicitamente la possibilità di più di un andamento di equilibrio, si afferma che, a seconda dell'entità dello squilibrio iniziale, si può tendere ad uno oppure ad un altro di questi possibili andamenti. In questi casi, si ammette che lo svolgersi effettivo dell'attività economica possa avere una qualche influenza sulle caratteristiche degli equilibri possibili togliendo loro parte di quell'aria di astoricità di cui spesso essi appaiono permeati. Però, a ben guardare, si tratta ancora di poca cosa.

Infatti, da un lato, possono avere conseguenze sulle caratteristiche degli equilibri possibili soltanto le dimensioni degli squilibri iniziali e non anche il tipo di processo con cui possono eventualmente ristabilirsi le condizioni di equilibrio. Per rendersi conto che questa osservazione non è dettata da desiderio di eccessivo perfezionismo, basta riferirsi all'analisi di Sylos Labini (22) sulla possibile entrata di nuove imprese in mercati oligopolistici, dove si dimostra come il raggiungimento di una oppure di un'altra posizione di equilibrio può dipendere da che tipo di imprese vengono ad entrare per prime nel mercato.

D'altro lato, si può osservare che anche quando è ammessa la molteplicità di equilibri, questi non rappresentano un *continuum* ma sono tra loro più o meno separati. L'analisi di tipo tradizionale permette quindi di caratterizzare ciascuno di essi come stabile o instabile. Ciò può essere sufficiente in alcuni casi ma non in tutti.

Si può ad esempio pensare che un sistema economico abbia la possibilità di realizzare crescite più o meno di equilibrio a

(22) P. SYLOS-LABINI, *Oligopolio e progresso tecnico*, Torino, Einaudi, 1961.

tassi compresi entro un certo intervallo. In termini artificiosamente semplici, si può ritenere che se in un sistema economico, gli imprenditori prevedono una crescita globale attorno al 2% all'anno e prendono le proprie decisioni di investimento su questa base, è probabile che un possibile andamento di equilibrio sia tale da non discostarsi troppo da questa previsione. Infatti, proprio perché vengono prese certe decisioni di investimento, le varie domande verrebbero *ex post* a crescere a tassi vicini al 2% annuo e così succederebbe anche per le offerte. Al contrario, se gli imprenditori prevedessero una crescita più elevata, diciamo attorno al 5%, le loro previsioni avrebbero ancora buone probabilità di potersi realizzare. E lo stesso potrebbe succedere per previsioni intermedie. È infatti proprio sulla base di considerazioni di questo tipo che viene spesso sostenuta l'opportunità di una programmazione di tipo indicativo che abbia tra le sue funzioni quella di favorire una certa armonizzazione delle previsioni imprenditoriali.

Ora, il riconoscimento della possibilità che un intero insieme di previsioni, tra loro non troppo difformi, si possano realizzare per il solo fatto di essere state formulate, può essere invocato anche per sostenere l'opportunità che si incominci ad analizzare tipi di modelli che ammettano la possibilità di un insieme continuo di posizioni di equilibrio *neutrale* (23), cioè non stabili né instabili ma tali che il sistema, avendo raggiunto una di queste posizioni, può continuare a rimanere in essa oppure, se sottoposto a *shocks* di entità non troppo elevata, passare senza eccessivi attriti ad un'altra posizione non troppo discosta dalla prima ma pur sempre di equilibrio. Quale tra tutte le possibili posizioni di equilibrio verrà eventualmente raggiunta da un particolare sistema soggetto a certi *shocks*, potrebbe venire a dipendere non soltanto dalla entità degli *shocks*, ma anche dalle caratteristiche del processo di riequilibrio e da altre condizioni quali, ad esempio, il tipo di evoluzione sperimentata di recente dal sistema economico. Si potrebbe così mostrare come uno stesso ammontare di domanda globale, provocato da decisioni di spesa da parte della pubblica amministrazione, possa

(23) Per un tentativo di tener conto in un modello semplificato della possibilità di equilibri neutrali, si veda T. Cozzi, *Alcune considerazioni sull'andamento di breve periodo dei saggi di crescita e dei saggi di profitto in un modello plurisetoriale*, in «Rivista internazionale di scienze sociali», 1974.

avere effetti di stimolo molto diversi se avviene dopo un periodo di depressione prolungata oppure dopo un periodo di crescita abbastanza regolare anche se non troppo rapida.

Anche per questa via il tempo storico verrebbe ad avere un ruolo molto più importante di quello, eccessivamente limitato, che esso ha negli usuali modelli di crescita di lungo periodo in cui, il più delle volte, pare che le caratteristiche dell'equilibrio siano definite *sub specie aeternitatis* dove, casomai, ha un ruolo soltanto il tempo logico e non quello storico.

14. Fino ad ora ci siamo soprattutto occupati di sottolineare alcune importanti limitazioni a cui vanno soggetti gli usuali metodi (statici o dinamici) utilizzati per interpretare la evoluzione delle economie concorrenziali. Sono limitazioni che derivano dalle proprietà degli equilibri che dovrebbero succedersi nel tempo e dalle caratteristiche degli andamenti temporali che dovrebbero spingere queste economie a passare da un equilibrio ad un altro. Oltre alla problematicità della convergenza verso l'equilibrio e ai problemi connessi con la sua rapidità, sono così emerse difficoltà relative al soddisfacimento della ipotesi che, in condizioni di equilibrio, le aspettative dei soggetti economici siano tra loro consistenti e vengano a realizzarsi.

A quest'ultimo proposito, appare interessante il suggerimento di F. Hahn (24) di modificare il tradizionale concetto di equilibrio al fine di renderlo meno rigido. La sua proposta, non ancora formulata in modo rigoroso, è quella di definire l'equilibrio come una situazione in cui i soggetti economici ritengono di non dover modificare la metodologia o, come egli si esprime, le teorie sulla cui base essi organizzano le informazioni disponibili e decidono conseguentemente il proprio comportamento. Ciò significa che un sistema economico può essere considerato in equilibrio quando le aspettative dei soggetti economici non vengono *sistematicamente* falsificate ma vengono *normalmente* verificate, se non esattamente, almeno con un buon grado di approssimazione.

Dal nostro punto di vista, l'interesse per questa formulazione deriva dal fatto che è anche per venire incontro ad esi-

(24) F. H. HAHN, *On the notion of equilibrium in economics*, Inaugural lecture, Cambridge University Press, 1973, pp. 25 e segg.

genze di questo tipo che è stata sopra sostenuta l'opportunità di occuparsi più approfonditamente di modelli caratterizzati da un insieme continuo di soluzioni di equilibrio e di modelli i cui equilibri risultino stabili per piccoli scostamenti ed instabili per scostamenti di maggior dimensione.

È però possibile auspicare cambiamenti ancora più radicali a proposito del ruolo che il concetto di equilibrio ha avuto fino ad ora nella teoria economica. La particolare attenzione che gli economisti hanno riservato allo studio delle configurazioni di equilibrio ha diverse motivazioni che vanno dalla fiducia che esse vengano ad essere raggiunte in periodi brevi, alla considerazione del fatto che le caratteristiche principali di ogni configurazione non di equilibrio non possono permanere nel tempo ma debbono necessariamente, in quanto tra loro non consistenti, venire a modificarsi in un modo o nell'altro. La motivazione singolarmente più importante sembra però essere data dalle note proprietà di ottimalità degli equilibri concorrenziali e dalla possibilità che esse vengano ad essere concretamente ed efficientemente perseguite con un processo di decentramento delle decisioni.

Nel caso dell'equilibrio statico, e quindi atemporale, questa possibilità è nota da molto tempo ed è stata rigorosamente dimostrata dalla letteratura recente. Le regole che debbono essere seguite dai soggetti che prendono le proprie decisioni in modo decentrato sono ben definite, molto semplici e tali da non imporre loro comportamenti che possono essere ritenuti in contrasto con la visione che essi hanno dei propri interessi. Si possono, anzi, visualizzare particolari forme di incentivazione, più o meno spontanee, che li spingono a prendere le decisioni nel modo desiderato. Rimangono, ovviamente, le perplessità relative alla possibilità che questo processo di decentramento porti, in tempi ragionevoli, al raggiungimento della configurazione desiderata. Ma si sostiene spesso che opportune decisioni prese a livello centrale, o a livelli meno periferici, potrebbero evitare alcune delle più grosse incompatibilità tra le decisioni prese in modo decentrato rendendo il processo di convergenza più rapido ed uniforme.

La situazione cambia però in modo sostanziale quando si abbandona il contesto statico il che, come si è visto, non avviene quando si introducono elementi temporali in modo artifi-

ziale, considerando i beni disponibili a date diverse come beni diversi senza però cambiare il resto dell'approccio. Questa soluzione è insoddisfacente per diversi motivi tra cui, anche non volendo sottolineare i problemi connessi con il trattamento della incertezza, si può ricordare la necessità di postulare l'esistenza di mercati a termine perfettamente efficienti per tutti i beni e la necessità di fissare un orizzonte temporale finito.

Nei confronti del primo requisito si può obiettare l'assoluta mancanza di realismo. Delle difficoltà di ordine logico connesse con l'accoglimento dell'ipotesi di orizzonte finito diremo tra poco.

15. Prima però è opportuno che ci occupiamo, per un momento, dei metodi che sono stati utilizzati per impostare dinamicamente il problema della programmazione dello sviluppo ottimo. A questo proposito si possono distinguere due tipi principali di approccio. Con il primo, che porta alla dimostrazione dei diversi *teoremi dell'autostrada* (25), l'obiettivo posto alla programmazione è quello di rendere massimo, per la fine del periodo di programmazione, il livello di produzione dei diversi beni in certe proporzioni prefissate. Alternativamente, ed equivalentemente, si assume l'obiettivo di minimizzare il tempo necessario a far sì che il sistema passi da certi livelli iniziali di produzione a certi livelli finali preventivamente specificati. Si riesce così a dimostrare che, se il periodo di programmazione è sufficientemente lungo (o alternativamente, se i livelli di produzione iniziali e finali sono talmente distanti tra loro da richiedere che passi un tempo sufficientemente lungo prima che la situazione finale possa essere raggiunta), per crescere in modo ottimo il sistema economico deve seguire per la maggior parte del tempo un sentiero di crescita coincidente con, o sufficientemente vicino a, quello determinato da von Neumann, cioè il sen-

(25) R. DORFMAN - P. A. SAMUELSON - R. M. SOLOW, *Linear Programming and Economic Analysis*, New York, 1958, ch. 12; R. RADNER, *Paths of Economic Growth that are Optimal with Regard only to Final States: A Turnpike Theorem*, in «Review of Economic Studies», feb. 1961; M. MORISHIMA, *Proof of a Turnpike Theorem: the «no joint Production Case»*, in «Review of Economic Studies», feb. 1961, e *Equilibrium Stability and Growth*, Oxford, 1964; L. MCKENZIE, *Turnpike Theorems for a Generalized Leontief Model*, in «Econometrica», jan-apr. 1963. Si vedano anche le trattazioni scolastiche di E. BURNMEISTER - A. R. DOBELL, *Mathematical Theories of Economic Growth*, New York, 1970, e di H. Y. WAN, *Economic-Growth*, New York, 1971, e la letteratura ivi citata.

tiero di massima crescita delle produzioni ad un saggio uguale per tutte e costante nel tempo. Tra l'altro, si noti che, per questa via, si è anche cercata una riabilitazione del concetto di crescita uniforme di cui si è parlato più sopra.

Ora, anche prescindendo dal fatto che i teoremi dell'autostrada sono stati dimostrati per il caso in cui o non si ha progresso tecnico oppure questo è di tipo estremamente particolare (26), si può rilevare che l'andamento ottimo che si determina con questi teoremi è ottimo soltanto con riferimento alla situazione finale del sistema e non anche per tutto il resto del periodo di programmazione. In particolare, non viene data alcuna importanza o, nel migliore dei casi, non è attribuita importanza adeguata all'utilità del consumo all'interno del periodo di programmazione. Ma, proprio per la validità dei teoremi dell'autostrada, questo periodo deve essere sufficientemente lungo. Più precisamente, esso deve essere lungo rispetto al tempo necessario a modificare le proporzioni in cui i beni sono prodotti all'inizio del periodo di programmazione per adeguarle a quelle necessarie alla crescita al saggio di von Neumann, e a rimodificarle successivamente, verso la fine del periodo, per arrivare alle proporzioni desiderate. Queste riconversioni produttive possono, in concreto, richiedere tempi piuttosto lunghi. Appare quindi probabile che il tipo di ottimalità di cui stiamo parlando dia importanza troppo limitata all'utilità dei consumi per periodi troppo lunghi.

16. Il secondo modo con cui è stato affrontato il problema dello sviluppo ottimo è esente da queste critiche in quanto si propone come obiettivo quello di massimizzare la somma delle utilità dei consumi nel corso di tutto il periodo di programmazione. Un primo problema che sorge — anche trascurando quelli relativi alla definizione di una opportuna funzione di utilità collettiva che esprima le preferenze intertemporali (27) di una

(26) Si veda ad es. J. TSUKUI, *Application of a Turnpike Theorem to Planning for Efficient Accumulation: An Example for Japan*, in «Econometrica», jan. 1968.

(27) Si può osservare che l'accoglimento di certe funzioni di utilità collettiva perfettamente ragionevoli può precludere l'esistenza di soluzioni ottimali. Si veda T. C. KOOMPANS, *On the Concept of Optimal Economic Growth*, in *Semaine d'étude sur le rôle de l'analyse économétrique dans la formulation de plans de développement*, Città del Vaticano, 1965, e *Objectives, Constraints and Outcomes in Optimal Growth Models*, in «Econometrica», jan. 1967. Si

collettività con i connessi problemi relativi all'opportunità o meno di scontare le utilità future — è quello riguardante la lunghezza del periodo di programmazione o, come anche si dice, dell'orizzonte temporale del programma. Se infatti si ipotizza un orizzonte finito, lungo quanto si vuole, si debbono necessariamente effettuare ipotesi particolari relative allo *stock* dei diversi beni capitali da lasciare per la fine del programma. Le caratteristiche di ottimalità verrebbero allora a dipendere da queste condizioni su quanto lasciare in eredità al futuro. Ma siccome l'ottimalità o meno di questi *stocks* terminali deve essere giudicata proprio sulla base dell'andamento futuro dell'economia, è evidente che per esprimere questo giudizio, si deve spingere lo sguardo oltre l'orizzonte precedentemente fissato. La soluzione logicamente corretta appare allora quella di estendere all'infinito l'orizzonte temporale (28). Ma, in tal caso, il realismo ne verrebbe a soffrire enormemente. Infatti che senso ha ipotizzare che oggi sia nota la funzione di utilità o lo stato della tecnologia a date molto lontane?

Per rispondere a questa obiezione si fanno spesso affermazioni simili a questa di Gale (29): « I piani ad orizzonte infinito non comportano, come si potrebbe credere, di prendere decisioni rilevanti su ciò che si deve fare tra qualche centinaio di anni. Al contrario, tutti i piani ragionevolmente buoni apparirebbero approssimativamente gli stessi per date sufficientemente lontane in quanto tutti questi programmi tenderebbero ad avvicinarsi di quanto si vuole ad un qualche andamento « bilanciato » (30). Invece, la scelta di un piano ad orizzonte infinito

veda anche S. CHAKRAVARTY, *The Existence of an Optimum Savings Program*, in « *Econometrica* », jan. 1962. È così accaduto che le ipotesi sulla funzione di utilità collettiva siano state molto spesso dettate più dalle necessità della trattazione formale che da precise convinzioni etiche o dal ragionamento economico. L'osservazione vale, in particolare, per l'accoglimento dell'ipotesi relativa allo sconto delle utilità future ad un tasso superiore a quello a cui, date le possibilità produttive, può crescere l'utilità della collettività.

(28) Per una raccolta di saggi sul problema della programmazione con orizzonte infinito si veda: *Symposium on Optimal Infinite Programmes*, in « *Review of Economic Studies* », jan. 1967; in italiano si veda I. MUSU (a cura di) *Lo sviluppo economico ottimale*, Milano, Angeli, 1974.

(29) D. GALE, *On Optimal Development in a Multi-Sector Economy*, in « *The Review of Economic Studies* », jan. 1967, p. 2.

(30) L'espressione « andamento bilanciato » ha lo stesso significato di quella di « sviluppo uniforme » utilizzato più sopra. Si noti che, anche per questa via, si ritiene di aver riabilitato il concetto di sviluppo uniforme indicandolo come sviluppo ottimo.

influenzerà in modo determinante ciò che si deve fare nei primi 5 anni e ancora di più ciò che si deve fare domani ». Ma è proprio questo il punto. Se noi siamo interessati a prendere decisioni di tipo ottimo nei periodi a noi più vicini, siamo proprio convinti di essere nel giusto accogliendo una impostazione che fa dipendere in modo rilevante queste decisioni da ciò che potrà capitare tra molti anni e che oggi non siamo assolutamente in grado di prevedere?

Ma anche a prescindere da queste considerazioni, si deve rilevare che nel caso di orizzonte temporale infinito non è sempre vero che ogni andamento di equilibrio sia efficiente in senso paretiano. In particolare, è stato dimostrato (31) che in una situazione in cui i produttori sono in equilibrio in ogni momento di tempo, se si allunga l'orizzonte temporale, l'andamento di equilibrio può cessare di essere possibile o efficiente senza che ci sia alcun modo di rendersi conto di ciò in un periodo di tempo finito. Un'importante ragione di questo fatto è che, affinché ci sia equilibrio, è necessario che le aspettative degli operatori economici siano corrette. Ma questa condizione non è sufficiente ad assicurare l'efficienza di un particolare equilibrio. E ciò anche a prescindere dal realismo dell'ipotesi che le aspettative possano essere corrette quando l'andamento nel tempo delle grandezze economiche non è di tipo uniforme.

Per di più, non va dimenticato che nel caso di orizzonte infinito, non risulta possibile, in generale, ricavare dalle condizioni di ottimalità delle regole di comportamento che siano sufficientemente semplici da poter essere utilizzate come base per un processo di decentramento delle decisioni e siano tali da non imporre ai soggetti che tali decisioni sono chiamati a prendere, comportamenti non immediatamente rispondenti a quelli che essi ritengono i più convenienti. A titolo di esempio, si può ricordare la conclusione di Malinvaud (32) secondo cui per avere un comportamento ottimale, non basta che per ciascun periodo del programma sia massimizzato il profitto, ma deve anche essere minimizzato il costo degli *inputs* diversi dal lavoro.

(31) F. H. HAHN, *On Warranted Growth Paths*, in «The Review of Economic Studies», aprile 1968.

(32) E. MALINVAUD, *Capital Accumulation and Efficient Allocation of Resources*, in «Econometrica», aprile 1953.

17. Le considerazioni fino ad ora svolte pongono seri dubbi sulla giustificazione dell'interesse prestato alle analisi di equilibrio concepite in funzione della possibilità di una loro utilizzazione come base per un processo di decentramento delle decisioni. Ulteriori perplessità derivano dalla considerazione dell'esistenza di economie esterne, nel qual caso anche l'equilibrio concorrenziale statico non è ottimo nell'usuale senso paretiano, anche se può essere ottimo, sempre in senso paretiano, relativamente alle funzioni di utilità e all'insieme delle tecnologie proprie della situazione di equilibrio (33).

Ma, probabilmente, l'obiezione di maggior peso che può essere sollevata contro le analisi di equilibrio e quindi anche contro la loro utilizzazione per l'analisi dei processi di decentramento, è quella ripresa recentemente dal Kaldor (34) che riguarda l'esistenza di rendimenti crescenti. È stato infatti dimostrato che, in questo caso, non esiste alcuna configurazione di equilibrio, e neppure una configurazione ad essa sufficientemente approssimata, se il numero delle imprese non rimane comunque molto elevato e se i rendimenti crescenti non sono di entità trascurabile rispetto alle dimensioni del sistema economico (35). Ma in un contesto dinamico, molti motivi possono essere adottati a favore dell'ipotesi di una decisa importanza dei rendimenti crescenti. Possiamo ad esempio ricordare quelli derivanti dalle economie di scala ottenibili nell'attività di ricerca e quelli ottenibili mediante l'applicazione di più efficienti processi di acquisizione ed elaborazione delle informazioni. Anche per questo motivo è possibile avere seri dubbi sul fatto che la numerosità delle imprese possa mantenersi elevata in tutti i settori.

È tuttavia opportuno sottolineare che le osservazioni che sono state sopra riportate, ed altre ancora che si potrebbero fare, non debbono essere interpretate come una critica all'opportunità di occuparsi dei problemi dell'ottima allocazione delle risorse. Esse mirano soltanto a sottolineare le difficoltà a cui va incon-

(33) K. J. ARROW - F. H. HAHN, *General Competitive Analysis*, cit., p. 135.

(34) N. KALDOR, *The Irrelevance of Equilibrium Economics*, in «The Economic Journal», dec. 1972.

(35) Le ultime precisazioni riguardano i risultati ottenuti da R. M. STARR, *Quasi-Equilibria in Markets with Non-Convex Preferences*, in «Econometrica», 1967, si veda anche M. J. FARREL, *The Convexity Assumption in the Theory of Competitive Markets*, in «Journal of Political Economy», 1967.

tro l'approccio basato sull'analisi tradizionale degli equilibri concorrenziali. Quasi tutte queste difficoltà sembrano, in ultima analisi, derivare dal fatto che tale approccio è stato concepito con riferimento a situazioni in cui le risorse sono date e quindi esso appare inadeguato per lo studio dei processi di accumulazione nei quali l'entità delle risorse a disposizione viene a variare in continuazione, creando situazioni sempre nuove e spesso non visualizzate in precedenza anche per l'importanza che può assumere il fenomeno dei rendimenti crescenti.

In conclusione, ai dubbi che erano stati già sollevati a proposito dell'utilità del concetto tradizionale di equilibrio nello studio dell'evoluzione più o meno spontanea dei sistemi economici, altri se ne sono aggiunti a proposito dell'utilità di questo concetto per l'analisi dei processi di decentramento delle decisioni. A questo punto, qualcuno, come Kaldor (36), può ritenere che sia giunto il momento di abbandonare la metodologia dell'equilibrio auspicando nuovi e più realistici metodi di analisi. Altri possono non accogliere questa proposta radicale. Ma tutti, immagino, dovrebbero almeno rendersi conto della necessità di un ripensamento sia della nozione tradizionale dell'equilibrio, sia delle basi su cui formulare le regole per un efficiente processo di decentramento delle decisioni mirante ad ottenere un'ottima allocazione intertemporale delle risorse.

(36) N. KALDOR, *op. cit.*