

5. Esistenza e unicità dell'equilibrio (e altre cose): le intuizioni anticipatrici di Gaetano Scorza, critico di Pareto (1902-1903)

di Giorgio Gattei e Angelo Guerraggio

1. Ci sia consentito di partire da una osservazione d'obbligo sull'affermazione dell'economia «neoclassica» in Italia, così sintetizzata di recente da Aurelio Macchioro: che, sebbene la «rivoluzione marginalistica» avesse preso il via fin dagli anni '70 del secolo scorso cercando di farsi subito strada nella nostra penisola, «da noi dunque il marginalismo si fa rivoluzione, immediatamente disposto con le matematiche, solo ai primi del novecento» [Macchioro 1987, 350]. Ora, quali che siano state le ragioni di un simile ritardo, c'è quell'inciso nella citazione di Macchioro che deve farci riflettere, e cioè che il marginalismo guadagnò il successo in Italia grazie al suo «sposalizio» con le matematiche, grazie ad un coniugio perciò che, pretendendo di sottrarre il discorso economico ad ogni «chiacchiera» ideologico-politica, intendeva finalmente trasformare l'economia in un ragionamento inequivocabilmente esatto, in quella scienza *pura* che era stata la proposta inedita di Léon Walras. Con la differenza però che, se invano Walras aveva ricercato in Francia l'alleanza (o almeno la condiscendenza) dei matematici nel suo ambizioso progetto di ricondurre la scienza economica ad «una specie di algebra, in verità molto elementare»¹, lo «sposalizio» riuscì invece pienamente a Pareto in Italia, che alla causa della «nuova» economia riuscì a conquistare esponenti della comunità matematica nazionale come Vito Volterra, Federico Enriques, Giovanni Vailati e Gaetano Scorza [Guerraggio 1986].

E tuttavia il contributo dei matematici alla formalizzazione del ragionamento economico non avrebbe dovuto andare più in là di tanto. La loro strumentazione più potente risultava certamente utile per ras-sodare e rendere evidente (della evidenza del teorema) la logica interna della scienza economica, ma essi avrebbero dovuto sottostare ai tempi lunghi della «digestione» degli economisti, senza inopportune fughe in avanti (del tipo: svelamento d'ipotesi di comodo implicite, oppure di validità puramente algebrica di alcune dimostrazioni) che avrebbero potuto nuocere all'immagine della giovane «economia matematica» nel delicato momento della sua entrata in palcoscenico. Ri-

¹ Walras [1965, vol. I, 299]. Le difficoltà incontrate da Walras presso la comunità dei matematici sono ora descritte in Ingrao e Israel [1987, 133-161].

spetto alla quale, quindi, il sapere matematico avrebbe dovuto mantenersi in funzione *subalterna* ed il suo «portatore» accontentarsi di restare «al servizio». In caso contrario la reprimenda sarebbe stata senza remissione, fino al rigetto della scoperta ed alla censura del «servitore» troppo intraprendente.

È stato questo il destino esemplare di Gaetano Scorza², giovanilmente attratto (su sollecitazione di Pantaleoni) dalle possibilità d'applicazione degli strumenti matematici all'economia politica, il quale doveva però subire il più pesante ostracismo proprio ad opera di Pareto per avere ecceduto nella verifica delle condizioni di validità di alcuni teoremi economici. E non stiamo affatto caricando le tinte, come può documentare questo piccolo florilegio di giudizi espressi su di lui dal «solitario di Céligny».

Il tuo Scorza pure non ne sa un'acca! Tu dici che conosce bene le matematiche. Va bene, ma non basta per scrivere d'economia matematica. Il suo articolo è una sciocchezza dalla prima parola all'ultima. Ma del resto ognuno è libero di scrivere spropositi quanto vuole [Pareto 1960, vol. II, 403-404 (18 maggio 1902)].

Gli articoli dello Scorza sono errati dalla prima parola all'ultima, perché egli non ha in nessun modo inteso il problema da risolvere, e quindi il suo punto di partenza è assolutamente falso [Pareto 1906].

Con forma un poco paradossale, si potrebbe dire che egli non mi ha capito perché sapeva troppo bene la matematica. Egli è presuntuoso quanto buon matematico; mosse dal concetto a priori che io ero un asino, quindi lesse le cose mie persuaso che fossero asinerie senza darsi menomamente cura di capirle [Pareto 1960, vol. III, 46 (27 luglio 1907)].

E forse allude ancora allo Scorza (per la coincidenza di date con il *clou* della polemica) quel riferimento a «S.» che

è uno scimmunito che, quando non capisce, dice che gli altri sbagliano. Ma io

² Gaetano Scorza (1876-1939) è uno dei più eminenti matematici italiani della prima metà del secolo. Fu tra i primi ad introdurre le ricerche algebriche moderne (con un famoso trattato del '21: *Corpi numerici e algebre* e successive *Memorie sulla teoria dei gruppi d'ordine finito e non*) portando negli anni Venti gli studi italiani ad un livello di assoluto valore. Laureatosi con Eugenio Bertini a Pisa, aveva poi continuato gli studi a Torino con Corrado Segre. Dopo un periodo passato nelle scuole medie di Terni, Bari e Palermo (dal 1902 al 1907, e al quale si riferiscono le sue *Note di carattere economico*), fu professore nelle Università di Palermo, Cagliari, Parma, Napoli, Roma. È autore di più di 100 pubblicazioni scientifiche. Dal '23 al '32 fu membro del Consiglio Superiore della Pubblica Istruzione, dal '28 al '31 Presidente del Comitato Matematico nel CNR. Socio Nazionale dell'Accademia dei Lincei, nel '39 fu nominato Senatore del Regno. Dopo le *Note* del 1902/1903 non si occupò più di economia (anche per la delusione provocatagli dall'atteggiamento di Pareto, stando alla testimonianza orale del figlio prof. Giuseppe Scorza Dragoni), salvo che per una relazione (ma di natura prettamente filosofica) tenuta al Congresso della Mathesis del '21 sulle applicazioni della matematica alle scienze sociali.

non ho il tempo di occuparmi di lui. La vita è troppo breve per consumarla a raddrizzare le gambe agli storti [*ibidem*, vol. II, 426-427 (8 febbraio 1903)].

La conseguenza è stata che, se da una parte Scorza abbandonò per sempre d'interessarsi all'economia politica dedicandosi esclusivamente ai più tranquilli studi matematici, dall'altra quel suo dibattito con Pareto – svoltosi sulle pagine del «Giornale degli Economisti» tra l'aprile 1902 ed il febbraio 1903 – è stato troppo precipitosamente rimosso dalla «buona coscienza» degli studiosi³. A ripercorrerlo invece adesso è gioco forza riconoscere che, se Pareto non avesse preso tanto di cappello ed avesse colto il significato di conoscenza delle osservazioni critiche (niente affatto stroncature) dello Scorza, avallandole con il peso della propria autorità, avrebbe forse potuto offrire alla scienza economica italiana l'occasione straordinaria di *anticipare* ai primi del Novecento l'analisi di alcune delle più importanti questioni di teoria dell'equilibrio economico generale, poi dibattute alcuni decenni più tardi in altri paesi. Perché lo Scorza non opponeva affatto all'economia politica pura la sua «buona matematica», finendo però per fare della «cattiva economia» (come rimproveratogli da Pareto). Piuttosto, di fronte all'entusiasmo neofita degli economisti (Pareto compreso) per l'eleganza formale dei risultati matematici conseguiti, egli sollevava la riserva che quei risultati venissero verificati ed adattati, se del caso, ad un contesto economico *reale* in cui potevano anche fare difetto, almeno nella forma logica estrema in cui erano presentati. Se infatti, come scriveva,

l'introduzione del linguaggio matematico nell'economia politica contribuisce a darle chiarezza, semplicità e precisione, e soprattutto costringe a delimitare con rigore il senso e la portata dei postulati economici fondamentali [Scorza 1902a, 301],

allora era necessario rendere esplicite *tutte* le condizioni occorrenti per dare validità empirica, oltre che astrattamente logica, a quei medesimi postulati. Così era piuttosto lo Scorza a fare della «buona economia» (insieme a della buona matematica), contro il cattivo uso della matematica in economia del Pareto. È poi una «curiosità» della storia che a quel tempo dovesse essere il matematico ad avanzare precise richieste di realismo a fronte dell'eccesso di astrattezza delle formulazioni degli economisti, quand'oggi (come sappiamo) sono piuttosto questi ultimi a rinfacciare allo strumento matematico applicato all'economia il rischio di «derealizzazione» dei teoremi.

³ Per quanto ci risulta, la polemica Scorza-Pareto è stata oggetto d'interesse appena in due occasioni: in maniera curiosamente ellittica in Zaccagnini [1949, 115-148], più centratamente in Chipman [1976, specie 95-108].

2. L'avvio della polemica è da ricercarsi in alcune *Osservazioni sulla teoria del baratto secondo il prof. Walras* [ibidem, 283-302] che avevano consentito allo Scorza di muovere un appunto matematicamente semplice, ma economicamente assai significativo, alla risoluzione dell'equilibrio dello scambio. Come è noto, la teoria walrasiana del baratto «tra due merci soltanto» si può riassumere nella ricerca della intersezione tra le due curve di domanda e di offerta. Algebricamente, date le equazioni:

$$\begin{aligned} q_a &= F_a(p_a) \\ q_b &= F_b(p_b) \end{aligned}$$

con vincolo di prezzo:

$$p_a \cdot p_b = 1$$

la soluzione d'equilibrio risulta dal prezzo p_a determinato come zero dall'equazione:

$$F_a(p_a) = F_b(1/p_a) \cdot p_a^{-1}$$

A questa risoluzione matematica dell'equilibrio del baratto si affiancava poi praticamente il meccanismo della libera concorrenza per il quale, supposto che rispetto a certi prezzi per alcune o per tutte le merci non si verifichi l'eguaglianza della domanda all'offerta, si aumenteranno i prezzi delle merci la cui domanda supera l'offerta e si diminuiranno quelli delle merci la cui offerta supera la domanda. È questo il procedimento «per tentativi» che porta concretamente il prezzo di mercato a convergere sul suo unico valore di equilibrio.

Ora la critica di Scorza investe proprio questo meccanismo «combinato» di prova, perché nell'equazione risolutiva di cui sopra non sta scritto che

sia possibile raggiungere un sistema di prezzi di equilibrio e può darsi (o almeno non si vede come possa con un ragionamento semplice escludersi) che i sistemi di prezzi di equilibrio siano più d'uno. E allora in questo secondo caso non si comprende come la libera concorrenza che per natura sua conduce, fissato il sistema di prezzi di partenza, a un solo sistema di prezzi di equilibrio, possa considerarsi come un mezzo pratico atto a risolvere le equazioni cui dà luogo il baratto [ibidem, 298-299].

Ora di tanta difficoltà era stato peraltro consapevole lo stesso Walras, che negli *Elementi di economia politica pura* aveva notato come l'equazione risolutiva potesse mancare di radici reali positive oppure averne più di una, salvo però supporre (nell'esempio grafico che accompagnava il testo) che le due curve di domanda e offerta avessero un sol punto in comune e che almeno nell'intorno di quel punto si

comportassero opportunamente. Ma tutto ciò rilevato, continuava Scorza, «non si può intendere che il teorema sia essenzialmente tratto da questi ulteriori argomenti, poiché nel suo enunciato non compaiono le restrizioni introdotte nel caso particolare discusso» [*ibidem*, 286]. E siccome le medesime obiezioni valevano, con più forza, anche nel caso del baratto di più merci tra loro, «stante la natura più complicata delle funzioni colle quali si ha da fare» [*ibidem* 298], ecco perché «null'altro di preciso può dirsi sul problema dal lato matematico *finché nessuna restrizione si introduca sulla natura delle funzioni F_a e F_b* » [*ibidem*, 285, corsivo aggiunto].

Va però detto che la critica di Scorza è portata avanti in maniera estremamente garbata e Walras è definito un «insigne scienziato» che ha avuto il merito di «porre i problemi fondamentali di questa teoria con tanta chiarezza da permettere l'immediata applicazione del linguaggio più preciso che si conosca, cioè del linguaggio matematico» [*ibidem*, 283]. Ciononostante le conclusioni sono ferme e niente affatto minimizzate: «la dimostrazione del prof. Walras, ci duole il dirlo, non regge ad un esame rigoroso» [*ibidem*, 299], anche se si conferma che questo «esame rigoroso» non vuole tanto proporre nuove verità o confutare irrimediabilmente quelle vecchie,

quanto richiamare l'attenzione degli studiosi sulle prove, che si posseggono, di molti teoremi economici. Può darsi benissimo che questi teoremi debbano in sostanza rimanere intatti nel loro enunciato odierno: ma è certo che allora bisogna escludere la possibilità economica di certe congiunture che matematicamente non sono affatto improbabili [*ibidem*, 293-294].

Sappiamo come il pensiero economico successivo sia pervenuto a colmare l'insufficienza lamentata da Scorza mediante il c.d. «assioma delle preferenze rivelate» (formulato da Paul Samuelson nel 1938, ma esattamente anticipato da Abraham Wald nel 1934 ed estendibile ad un intero sistema di domande) che richiede alla curva singola del tipo:

$$p_k = f(q_k)$$

di essere non negativa e continua e di soddisfare la limitazione:

$$\Delta q_k \Delta p_k < 0$$

il che vale a dire che «quando il k -esimo prezzo aumenta, mentre tutti gli altri prezzi sono mantenuti costanti, acquistiamo meno del k -esimo bene» [Samuelson 1973, 106]. E questo assioma è traduzione elegante della condizione che la funzione sia «strettamente monotona decrescente» [Wald 1968, 281], come del resto era già stato precisamente sottolineato da Joseph Schumpeter nel 1908:

ora è evidente che è necessaria solamente una proprietà delle nostre curve (che per il resto possono comportarsi come vogliono) e cioè che esse, nell'intervallo che prendiamo in considerazione, debbono avere una inclinazione negativa rispetto all'asse delle ascisse [Schumpeter 1982, 70-71].

Verso simili risultati operativi non si muoveva certamente il nostro Scorza, pago soltanto di aver posto un grosso punto di domanda sull'esistenza ed unicità della posizione d'equilibrio dello scambio, anche se nell'articolo egli accennava di avere

cercato di definire le condizioni a cui devono soddisfare le funzioni rappresentanti le domande e le offerte totali, [...] ma credo inutile esporre qui delle ricerche incomplete e non aventi uno spiccato carattere economico [Scorza 1902a, 299].

E tuttavia questa sua precisa messa in questione dell'unicità sempre e comunque garantita della posizione d'equilibrio non lo apparenta forse ad antesignani come Knut Wicksell⁴ nel sollevare una problematica che sarà ufficialmente riconosciuta soltanto in seguito, quando – per dirla con Karl Menger –

con il lavoro di Wald giunge a compimento il periodo in cui gli economisti semplicemente formulavano le equazioni senza occuparsi dell'esistenza o dell'unicità delle soluzioni di esse [Menger 1968, 288]?

Col senno di poi, come ci avrebbe guadagnato il pensiero economico italiano se Pareto, dall'alto della sua autorità, avesse raccolto il suggerimento di Scorza per quelle «più minute indagini economiche che si rendono necessarie» [Scorza 1902, 294]! Ed invece queste sue prime *Osservazioni* non ebbero modo di fruttificare, travolte dalla violenza della polemica successiva.

3. La quale fu scatenata da una striminzita recensione di Scorza ad un saggio di Gustav Cassel, *Grundriss einer elementaren Preislehre*, apparso alcuni anni prima [Scorza 1902b, 191-194]. Sappiamo adesso che questo studio di Cassel, trasformato in un fortunato libro di testo

⁴ Quanto si esprime, in questo primo articolo, attraverso un'ambigua condizione (perché riferita a ciascun singolo scambista) del primo ordine per selezionare all'interno degli equilibri plurimi il *maximum maximorum* diventerà negli atti successivi della polemica, con maggiore consapevolezza, una spina costante nelle ancora incerte argomentazioni di Pareto attorno alle caratteristiche del suo «ottimo».

⁵ «L'eguaglianza di domanda e offerta rappresenta una condizione necessaria ma non, almeno dal punto di vista teorico, sufficiente per l'equilibrio del mercato, [...] (perché) può presentarsi chiaramente la possibilità di più punti di intersezione, e cioè di più posizioni di equilibrio dello stesso mercato a prezzi diversi» [Wicksell 1976, 80 e 86].

nel 1918 e tradotto in inglese nel 1932, è stato all'origine degli sviluppi più interessanti dell'economia matematica degli anni Trenta [Weintraub 1983, 5]. Non si può quindi che rimarcare la tempestività dello Scorza nel segnalare un testo poi così gravido di conseguenze.

Nel suo studio Cassel si era proposto di fornire una rappresentazione dell'equilibrio economico generale *assolutamente oggettiva*, espungendo da essa tutte quelle variabili psicologiche che potevano introdurre elementi di soggettività. A suo parere ciò poteva essere raggiunto partendo direttamente dal fatto esplicito delle quantità complessivamente domandate di ogni merce, senza che ciò richiedesse quella struttura introspettiva fondata sulle utilità individuali dalla quale era invece partito Walras e sulla quale aveva ancora insistito il Pareto del *Cours d'économie politique*. La recensione di Scorza evidenziava esattamente questa diversità di approccio per cui, mentre nell'equilibrio walrasiano

si assumono a dati primitivi di ogni questione economica non già le funzioni di domanda e offerta, ma le funzioni di utilità, il Cassel non vuole risalire ad un'analisi tanto remota e assume come punto di partenza del problema le funzioni di domanda [Scorza 1902b, 192]⁶.

Dopo di che si avanzavano due rapide osservazioni. La prima, critica nei confronti di Cassel, mostrava il giovane matematico impegnato, quasi ovviamente, a difendere le ricchezze insite nel calcolo infinitesimale e la necessità di farvi ricorso:

il Cassel non vuole che le funzioni di domanda, di ofelimità o di costo si considerino come continue e quindi ritiene impossibile o quasi introdurre nell'economia matematica l'applicazione dei poderosi strumenti di ricerca forniti dal calcolo infinitesimale. [...] Ma potrebbe dire il Cassel quale teoria dei sistemi di equazione fa a meno dell'ipotesi della continuità, e quale teorema matematico lo autorizza a concludere che è determinato un problema il quale, tradotto in equazioni, porta a n equazioni con n incognite, ottenute col porre eguali a certe costanti n funzioni *discontinue*? [Scorza 1902b, 194].

La seconda raccoglieva invece positivamente una riserva di Cassel a proposito del «teorema della soddisfazione massima della libera concorrenza» come enunciato da Pareto.

⁶ È noto che l'idea sarà poi utilizzata da Enrico Barone nel famoso saggio su *Il Ministro della produzione nello Stato collettivista*, perché «a definire l'equilibrio economico [...] non vi è alcun bisogno di ricorrere ai concetti di utilità, di grado finale di utilità e simili; e neppure vi è bisogno di ricorrere al concetto delle funzioni di indifferenza del Pareto, per quanto esse rappresentino un notevole passo nel liberare la scuola matematica da tutto ciò che possa parere metafisico. Bastano le antiche e piane concezioni della domanda, dell'offerta e del costo di produzione» [ora in Barone 1936, 233].

È noto come dal fatto che, dato un certo sistema di prezzi, ogni individuo partecipante allo scambio cerchi di regolare la sua domanda e la sua offerta in modo da trarre dallo scambio la massima ofelimità, molti scrittori, a cominciare dal Walras e dal Pareto, abbiano dedotto la conclusione che nel regime di libera concorrenza ogni persona intervenuta al mercato raggiunge il massimo di ofelimità. Ora, osserva acutamente il Cassel, [...] il ragionamento per il quale dalla presenza delle equazioni di soddisfazione massima nel sistema che determina l'equilibrio, si trae quella conseguenza, non è altro che un grossolano sofisma [*ibidem*, 194].

Scorza veniva così a mettere il dito nel punto dolente della teoria paretiana, quale era stata esposta nel *Cours*. L'opzione per la libera concorrenza, colà ultra-dichiarata⁷, trovava la sua giustificazione teorica nella prova di quell'«ottimo per la collettività» che Pareto esibiva come suo migliore apporto alla economia politica pura – ed invece si trattava appena di un truismo! Invero, se ci si fermava alla lettera del *Cours*, non c'erano dubbi che l'enunciazione paretiana si mostrasse piuttosto ambigua, dando adito ai peggiori sospetti di tautologia. Davanti a dichiarazioni del tipo:

tra le condizioni (equazioni) dello scambio si trovano quelle che assicurano il massimo di ofelimità. Se ne deduce che in regime di libera concorrenza i prezzi si stabiliscono in modo da procurare ad ogni scambista il massimo di ofelimità [Pareto 1961, 37],

Scorza aveva certamente buon gioco nell'avvertirvi un ragionamento in circolo, che poneva a presupposto del comportamento razionale dello scambista il conseguimento del massimo di ofelimità per poi ricavarlo come conclusione del proprio procedimento dimostrativo.

Ciononostante nel *Cours* c'erano una intenzione e un'idea ben più alte, che erano sfuggite a Scorza e alle quali il suo sbrigativo giudizio, appiattito su Cassel, faceva palesemente torto: non già quell'enunciato che in libera concorrenza ogni scambista raggiunge il massimo d'ofelimità (perché già compreso tra le ipotesi), bensì che non esiste alcun spostamento possibile dall'equilibrio che porti tutti gli scambisti in una posizione migliore d'ofelimità. Il che è tutt'altra questione, come ebbe subito modo di dimostrare lo stesso Pareto in una spropositata risposta [Pareto 1902, 401-433], principalmente rivolta a dar veste rigorosa al suo concetto di «ottimo» (e sarà questa elaborazione a passare sostanzialmente nel *Manuale* e nel *Manuel*), introdotta però da uno stizzito rigetto di tutti gli apprendisti economisti.

Uno apre un libro di economia matematica; sino dalle prime pagine ha

⁷ Questa era almeno l'opinione di Von Bortkiewicz [1971, 270-306] nel recensire il *Cours* paretiano.

alcuni dubbi; non si ferma a considerare che forse questi nascono perché non ha ancora ben capito le teorie, e invece di seguitare a studiarle e procurare di intenderle, preferisce scriverci sopra un bell'articolo, con poca scienza e meno conoscenza. Ognuna di quelle interpretazioni erronee gode favore per un poco di tempo, e poi non se ne parla più, e ne compare un'altra. Darsi briga di confutarle è proprio un voler perdere il tempo, e se ora scrivo il presente articolo non è già per scopo polemico, ma solo per trarne occasione di fare alcune osservazioni oggettive [*ibidem*, 401].

Entrando poi nel merito del «grossolano sofisma», Pareto se la sbrigava inizialmente in poche battute:

la tautologia non esiste perché si fa unicamente notare che in un sistema di equazioni ove ci sono le equazioni esprimenti l'esistenza del massimo di ofelimità, i prezzi sono determinati in modo da essere in armonia con quella condizione [*ibidem*, 403],

né la precisazione gli appariva inutile proprio perché una simile conclusione non era garantita in una rappresentazione dell'equilibrio economico generale «alla Cassel», costruita a partire dalle funzioni aggregate di domanda e quindi a prescindere dalle equazioni d'esistenza del massimo di ofelimità. «Ecco perché è tutt'altro che un pleonasmo il notare se queste equazioni fanno o non fanno parte di un sistema di equazioni che determina un certo equilibrio economico» [*ibidem*, 406].

Dopo di che, proprio per dare al suo intervento quel contenuto «oggettivo» annunciato, Pareto procedeva ad illustrare «più da vicino le caratteristiche di quel massimo d'ofelimità» [*ibidem*, 410], verificando dapprima per variazioni infinitesime e poi per spostamenti finiti che in esso si conseguiva un «ottimo paretiano» tale per cui:

quando da una posizione I, per la quale si verificano le condizioni del massimo d'ofelimità, cioè le equazioni di soddisfazione massima, passiamo ad altra posizione II, ove parte di tali equazioni o tutte non si verificano [...], tutte le ofelimità totali non possono crescere, ma parte almeno debbono scemare. Così è giustificata anche nel linguaggio volgare la denominazione di massimo d'ofelimità data a tale posizione [*ibidem*, 415].

A detta di Chipman è stata questa la prima volta (e dunque su istigazione di Scorza) che Pareto si è ingegnato a dare una definizione rigorosa del suo famoso concetto di «ottimo», che poi sarà comunemente chiamato il «primo teorema fondamentale» dell'economia del benessere. E tuttavia la dimostrazione non era ancora molto precisa nella forma, come ebbe subito modo di fargli osservare lo Scorza in una prontissima replica [Scorza 1903, 41-62] che recepiva la più chiara formulazione del problema data adesso da Pareto. Intanto la dimo-

strazione per scostamenti infinitesimi dall'equilibrio era corretta⁸, ma si poteva far meglio considerando la questione come un problema di massimo condizionato per utilizzare i moltiplicatori di Lagrange (e così anticipando la ben più celebre dimostrazione di Oskar Lange) [1942, 215-288]). Ma era sugli spostamenti finiti che lo svolgimento di Pareto cadeva, perché non si poteva passare dalla posizione iniziale a quella finale attraverso infinite posizioni intermedie incrementate di dt (come aveva fatto Pareto per sfruttare il risultato precedente), a meno di non; supporre «l'assurdo $dt = t'$ » [Scorza 1903, 50] e cioè l'equivalenza di un segmento infinitesimo con un intervallo. Ecco perché – ne concludeva Scorza – «quel teorema in discorso [...] non può dirsi dimostrato ed è senz'altro falso [...] se alla [variazione] non si impone la restrizione di essere *sufficientemente piccola in valore assoluto*» [*ibidem*, 47-48].

Né per Scorza era pensabile di superare questa validità *solamente locale* del teorema per altra via, «finché non si dimostrino assurde alcune eventualità» [*ibidem*, 51]. E quali mai? Appunto quelle su cui aveva richiamato l'attenzione fin dal suo primo articolo, e cioè la possibilità di più punti di equilibrio.

Ora suppongasi possibile che in un determinato scambio questi punti di equilibrio siano almeno due e suppongasi che, chiamati A e B, le ofelimità totali [...] in A siano rispettivamente maggiori di quelle [...] in B. [...] Allora è chiaro che se si considera, per questo caso, come posizione I quella corrispondente al punto B e come posizione II una posizione del tipo noto, abbastanza prossima a quella corrispondente al tipo A, passando dalla posizione I alla posizione II le ofelimità totali degli individui crescono anziché diminuire [*ibidem*, 60].

Il fatto più curioso era che l'eventualità era stata anche prevista da Pareto, ma poi lui come se l'era cavata? Rinviando l'argomento all'ombra di una dichiarazione speciosa, che Scorza puntigliosamente riportava senza commento:

per ora tali problemi hanno scarsa utilità; ci sono cose di ben maggiore momento che ancora ignoriamo nell'economia matematica e che richiedono di essere studiate prima. Le cose bisogna farle una alla volta [Pareto 1902, 418 e Scorza 1903, 61].

Se però Pareto credeva con questo atteggiamento di fastidiosa suf-

⁸ Anche se, senza alcuna giustificazione, Pareto identificava gli accrescimenti infinitesimi delle ofelimità totali con i loro differenziali e poi, in un contesto di variazioni infinitesime di prezzi e quantità, decideva di trascurare gli infinitesimi di ordine superiore al primo.

ficienza di aver rigettato il suo molesto interlocutore, perché mai doveva poi recuperare nel *Manuale* proprio la precisazione di Scorza sulla validità *puramente locale* della sua definizione di «ottimo», ridisegnandola come una posizione da cui «è impossibile allontanarsi *po-chissimo*»? [Pareto 1965, 227]. E perché nel *Manuel* verrà a considerare pure il caso di variazioni tutte nulle dell'ofelimità [Pareto 1966, 652] che lo Scorza gli aveva richiamato con pignoleria veramente matematica? E soprattutto perché, nel caso di variazioni finite dalla posizione d'equilibrio, si cauterà con un'ipotesi aggiuntiva, giustificata da un'imbarazzata nota in cui tendeva a minimizzare la novità, osservando che «la dimostrazione, in sostanza, è la stessa di quella che ora diamo qui, ma ha forma più semplice, perché invece del caso generale, si è considerato direttamente il caso più semplice delle merci di cui il consumo è indipendente»⁹? Né con ciò la dimostrazione risultava corretta o più chiara, in quanto in contrasto con la portata locale della definizione di ottimo, né spiegava come la considerazione ora di condizioni del secondo ordine potesse essere sufficiente in un contesto di variazioni finite.

4. Lo scontro, ormai trasceso ai colpi bassi, venne violentemente tacitato da Pareto con una lettera aperta alla Direzione del «Giornale degli Economisti» (di fatto a Pantaleoni, che continuava a dar spazio agli interventi del giovane antagonista).

Ormai non passa numero del «Giornale» in cui il sig. Scorza non mi faccia l'onore di occuparsi di me e non abbia la gran bontà di correggere i miei spropositi e di insegnarmi gli elementi della economia politica. Ho quindi il diritto e il dovere di esprimere i miei ringraziamenti, [...] però] debbo rassicurare il lettore, che forse – e anche senza forse – principia a trovar lunghi questi ragionamenti, [che] per me sono finiti. Il sig. Scorza può seguitare a farmi quante critiche vuole e, ogni volta che prova qualche difficoltà per intendere un teorema, a scrivere un articolo per dire che il teorema è sbagliato; prometto che non rispondo più e dichiaro che questa polemica è, per conto mio, definitivamente chiusa [Pareto 1903, 177-178].

Così facendo egli veniva però a far cadere nel vuoto un ulteriore prezioso contributo di Scorza su *Alcune teorie di economia pura*, uscito nelle more della polemica, dove le perplessità del matematico erano andate trapassando dall'equilibrio dello scambio a quello della produzione [Scorza 1902c, 503-516].

Il ragionamento aveva preso le mosse alla lontana, dalla consuetudine di considerare la libera concorrenza come quella posizione del mercato in cui i prezzi sono imposti agli scambisti, a fronte del mo-

⁹ Cfr. § 49 dell'Appendice matematica del *Manuale di economia politica* [Pareto 1965].

nopolio dove il prezzo è invece «fatto» dal monopolista. Così anche Pareto nel *Cours* aveva ipotizzato che in libera concorrenza lo scambista si portasse in situazione di massimo d'ofelimità adattando le proprie offerte e domande ai prezzi prefissati, sicché «in linguaggio matematico diremo che per stabilire le condizioni di massimo si differenzia supponendo costanti i prezzi» [Pareto 1961, vol. I, 29]. E qui interveniva invece lo Scorza perché, a suo dire, anche in libera concorrenza era impossibile conoscere questi prezzi se, al momento di decidere le quantità da scambiare, le condizioni dello scambio erano ancora tutte da definire.

Si tratta qui di due individui che devono procedere allo scambio su di un mercato sul quale, per l'ipotesi, non esiste ancora nessun prezzo, e si tratta di iniziare una serie di tentativi che deve condurre ad un prezzo di equilibrio, partendo da un prezzo preso provvisoriamente come punto di partenza. Poiché i prezzi di equilibrio possono essere più d'uno e poiché il modo di procedere con quei tentativi porta necessariamente, fissato il prezzo di partenza, ad un'unica soluzione determinata, è chiaro che non sarà indifferente iniziare i tentativi di rialzi e ribassi da un prezzo piuttosto che da un altro. [...] Risulta di qui che, prima di procedere al baratto, ognuno dei due permutanti, si tratti di un regime di libera concorrenza o di un regime di monopolio, eseguisce, prima di presentarsi sul mercato a lottare per i prezzi, due serie di operazioni distinte. La prima consiste nel ricercare per ogni sistema di prezzi quali sono la domanda e l'offerta che corrispondono per esso al massimo di ofelimità, cioè nel costruire le cosiddette curve di domanda e offerta, la seconda consiste nel ricercare a quale sistema di prezzi corrispondono la domanda e l'offerta che conducono, fra tutte, al massimo possibile di ofelimità totale. Ora per eseguire la prima ricerca occorre che i due differenzino certe funzioni nelle quali i prezzi debbono essere considerati come costanti [...], (mentre) per eseguire la seconda occorre che i due differenzino certe altre funzioni nelle quali i prezzi debbono essere considerati come variabili. [...] Così, contrariamente a quanto afferma il Pareto, il far sui prezzi l'una ipotesi piuttosto che l'altra corrisponde alla natura diversa della ricerca che si intraprende e non al fatto che si è in regime di libera concorrenza anziché in regime di monopolio, o viceversa [*ibidem*, 505-506].

Nella sua estrema sinteticità, non si può dire che questo brano brilli per chiarezza d'argomentazione. Si avverte però ancora la permanenza e lo sviluppo della critica precedente alla unicità degli equilibri possibili, da cui poteva sorgere la necessità per gli scambisti di prendere in considerazione un ventaglio di prezzi compatibili con il massimo di ofelimità, tra i quali la successione effettiva degli scambi verrebbe poi a selezionare il prezzo d'equilibrio del mercato. Ragionando così, non era però più indifferente da quale prezzo cominciare le contrattazioni, sicché doveva essere abbandonata l'ipotesi di uno scambio istantaneo (dove tutte le contrattazioni avvenivano all'identico prezzo di equilibrio) per situarsi nel caso di una successione di

scambi prolungati in un arco temporale di qualche dimensione. Ora la prima era l'ipotesi walrasiana di un unico scambio «nell'istante dato» [Walras 1965, vol. III, 66] al prezzo di equilibrio annunciato dal «banditore», mentre la seconda era l'ipotesi di una serie di scambi a prezzi variabili (convergenti verso un prezzo di equilibrio) lungo l'estensione, per es., di un «giorno di mercato» alla Marshall [Marshall 1961, vol. I, 337].

Ma non stiamo forse interpretando Scorza *troppo* generosamente? Intanto sappiamo che Scorza aveva letto ed ammirato i *Principi di economica* del Marshall¹⁰, ma poi per nostra fortuna il suo discorso si fa subito più chiaro appena egli trapassa alla «materia della produzione» [Scorza 1902c, 507], esaminandovi analogamente un teorema particolare: la determinazione di quei «coefficienti di fabbricazione» che Walras aveva inizialmente supposto come noti a priori [Walras 1974, 340] e che Pareto aveva poi mostrato doversi considerare variabili e determinati in modo di assicurare il costo medio minimo. A tale scopo, aveva precisato nel *Cours*,

quel che è essenziale è che, ciò facendo, l'imprenditore accetta i prezzi dei servizi dei capitali quali esistono sul mercato, che egli non mira a modificarli direttamente e volontariamente. In altri termini, differenziando le equazioni del prezzo di costo per ottenere le condizioni del minimo, quei prezzi van supposti costanti [Pareto 1961, vol. II, 95].

E qui nuovamente scattava la riserva di Scorza, perché

è vano dire agli intraprenditori che determinino i coefficienti di fabbricazione in modo da rendere minimi i prezzi di costo, quando questi prezzi di costo, pel modo come il problema è posto dal Walras e dal Pareto, vengono ad essere considerati solo dopo che – essendosi raggiunta l'eguaglianza dell'offerta e della domanda per tutti i prodotti e per i servizi di tutti i capitali – nel mercato si procede allo scambio di questi prodotti e servizi di capitali. Di prezzi, qui come altrove, come sempre nei trattati del Pareto e del Walras, non si può parlare che *dopo* effettuato un certo scambio e per quello scambio [Scorza 1902c, 511].

Era pur vero che «analiticamente il problema ha senso ed è risolvibile» [*ibidem*, 511] – in fondo si sarebbe appena trattato d'ipotizzare

¹⁰ In chiusura dell'articolo, rimproverando l'approccio paretiano di un eccesso d'analogia con la meccanica, Scorza rinviava a suo sostegno ai *Principi di economica* di Marshall. Da Marshall, allora, Scorza avrebbe potuto aver preso le mosse per muovere all'economia politica «pura» quei suoi rilievi risuonati sulle pagine del «Giornale degli Economisti», invitando certamente a «coniugare» l'economia alla matematica ma pure a «sposare» il rigore logico-formale della «scuola di Losanna» con la concretezza empirica dell'indirizzo di Cambridge. E non può darsi che proprio questo secondo «matrimonio» tra Cambridge e Losanna per Pareto non s'avesse da fare?

in astratto una determinazione *simultanea* dei prezzi e di quei coefficienti di fabbricazione –, ma economicamente quale rilevanza empirica poteva avere un trattamento algebrico di tal genere? Nessuna, mentre se si voleva riprodurre in teoria «il procedimento seguito automaticamente dagli intraprenditori», allora si doveva seguire Walras nel considerare quei coefficienti come *dati*, perché «quando un intraprenditore si presenta sopra un mercato per comprare i servizi dei capitali, [...] egli ha già deciso quale sarà il procedimento tecnico che vorrà seguire nella produzione» [*ibidem*, 512].

Sotto questa luce la stessa formulazione walrasiano-paretiana del prezzo di costo appariva fortemente equivoca, legando in un unico momento di determinazione sia i prezzi degli inputs che quelli degli outputs quando invece, in una realtà che si prolunga nel tempo, i prezzi dei servizi produttivi si stabiliscono sul mercato *al momento iniziale* della produzione, mentre *al momento conclusivo* sono soltanto i prezzi dei prodotti a doversi determinare perché i prezzi degli inputs sono già dati (prezzi storici o «passati»). Il fatto è, ne concludeva Scorza, che

la legge economica conosciuta comunemente sotto il nome di legge del costo di produzione [...] riguarda il modo come variano i prezzi delle merci stabilitesi *successivamente* sopra un mercato. Come tale essa implica la nozione di tempo e quindi potrà essere espressa analiticamente altro che presentando i prezzi delle merci come funzioni del tempo di una certa particolare natura: e nella natura di queste funzioni consisterà il fatto analitico che tradurrà il fatto economico in discorso. [...] Ora io non nego – e prego il lettore di badar bene a questo – che si possano e si debbano anzi fare in economia delle ipotesi semplificatrici, e so che non è un procedimento critico scientificamente completo ed esatto quello che si limita ad invocare sempre la realtà dei fatti per fermare fin dal principio ogni tentativo di organizzazione razionale dei fatti medesimi, ma dico che tali semplificazioni debbono essere fatte in modo opportuno sì da garantire, come condizione prima, la saldezza logica della interpretazione scientifica. Ora vi è nella teorica della produzione, così come è presentata dagli economisti matematici, qualcosa di non bene elaborato: si prova nell'apprenderla una specie di disagio intellettuale, disagio giustificato quando si pensi che essa [...] non dà nessuna importanza all'elemento del *tempo*, mentre dovrebbe porre in prima linea il lato dinamico della questione [*ibidem*, 512-513].

5. È questa una ulteriore lezione di «realismo nella teoria» che affianca ancora una volta il nostro Gaetano Scorza a Wicksell, che appena pochi anni prima aveva per l'appunto rilevato nella concezione (peraltro ritenuta «geniale») di Walras «un errore fondamentale che necessariamente infirma la validità del risultato. E l'errore consiste nel non avere assolutamente tenuto conto dell'importanza del tempo nella produzione» [Wicksell 1976, 91].

L'argomento non ebbe comunque sul momento alcun seguito, tanto che ancora negli anni Trenta potevano far sensazione alla London School le lezioni di Friedrich Von Hayek che (come ricordato da John Hicks) «ci stimolava a pensare il processo produttivo come un processo nel tempo, dove gli inputs precedono gli outputs»¹¹.

Si tratta tuttavia di un itinerario di conoscenza del tutto successivo alla intuizione anticipatrice di Scorza, eppure esso ci dà testimonianza di come egli avesse esattamente colto il problema fin dal 1902. Purtroppo la sorprendente sordità di Pareto, insieme alla sua ben nota suscettibilità, ha impedito che da queste sollecitazioni potessero sorgere contenuti di teoria adeguati alla richiesta, congelando gli indirizzi di ricerca lungo un programma sostanzialmente sterile e ripetitivo (come doveva poi dimostrare il progressivo esaurimento di quella «scuola italiana dell'equilibrio economico generale» che pur «non era (stata) seconda a nessuno») [Schumpeter 1960, vol. III, 1052]. Ma possiamo almeno dirci sicuri che quell'invito ad analisi più «realistiche» (e non necessariamente meno matematiche) risuonato sulle pagine del «Giornale degli Economisti» tra 1902 e 1903 sia diventato ormai sicuro patrimonio comune degli economisti, o non è piuttosto che una modellistica «dell'istante» continui ancora diabolicamente ad affascinarli? Certi ammonimenti, anche recenti, a stare attenti che «quello che non riusciamo proprio a immaginare è una produzione *istantanea* in cui non sorga più il problema del tempo» [Ricossa 1981, 131], ci inducono ad avere forti sospetti, sicché quei rilievi sollevati da Gaetano Scorza all'inizio del nostro secolo mantengono, alla sua fine, *incredibilmente* tutta la loro attualità.

Riferimenti bibliografici

- Barone, E. (1936), *Il Ministro della produzione nello Stato collettivista*, in *Le opere economiche*, vol. I: *Scritti vari*, Bologna, Zanichelli.
- Borkiewicz, L. von (1971), *La teoria dell'utilità marginale quale base di una politica economica ultra liberale*, ora in *La teoria economica di Marx e altri saggi*, Torino, Einaudi.
- Chipman, J. S. (1976), *The Paretian Heritage*, in «Cahiers Vilfredo Pareto», n. 37.

¹¹ Hicks [1983, 359]. Ora a quel tempo Von Hayek insegnava esattamente che «dal momento in cui l'analisi non riguarda più esclusivamente i prezzi determinati in modo simultaneo, così come fanno le presentazioni elementari della teoria pura, ma procede a considerare un'economia monetaria dove i prezzi sono necessariamente stabiliti in *momenti successivi* del tempo, si apre un problema la cui soluzione è vano cercare nel corpus esistente della teoria economica» [Von Hayek 1984, 72].

- Guerraggio, A. (1986), *Economia e matematica in Italia tra Ottocento e Novecento*, in «Scientia», nn. 1-4.
- Hicks, J. (1983), *The Formation of an Economist*, in *Collected Essays on Economic Theory*, vol. III: *Classics and Moderns*, Oxford, Basil Blackwell.
- Hayek, F. von (1984), *Money, Capital and Fluctuations. Early Essays*, London, Routledge and Kegan.
- Ingrao, B. e Israel, G. (1987), *La mano invisibile. L'equilibrio economico nella storia della scienza*, Roma, Bari, Laterza.
- Lange, O. (1942), *The Foundations of Welfare Economics*, in «Econometrica», luglio-ottobre.
- Macchiario, A. (1987), *Abbozzi per una storia epistemologica dell'economia politica italiana: 1900-1950*, in *La scienza tra filosofia e storia in Italia nel Novecento*, a cura di F. Minazzi e L. Zanzi, Roma, Presidenza del Consiglio dei Ministri.
- Marshall, A. (1961), *Principles of Economics*, London, MacMillan.
- Menger, K. (1968), *Appendice a Wald* [1968].
- Pareto, V. (1902), *Di un nuovo errore nello interpretare le teorie dell'economia matematica*, in «Giornale degli Economisti», novembre.
- (1903), *A proposito del massimo di ofelimità*, in «Giornale degli Economisti», febbraio, pp. 177-178.
- (1906), V. Pareto a V. Volterra, 12 gennaio, in *Archivio Volterra*, Roma, Accademia Nazionale dei Lincei, le lettere sono ora pubblicate, in *Ouvres complètes de Vilfredo Pareto*, Genève, Droz, 1979, vol. XXX, nn. 240, 257, 294.
- (1960), *Lettere a Maffeo Pantaleoni*, a cura di G. De Rosa, Roma, Banca Nazionale del Lavoro.
- (1961), *Corso di economia politica*, Torino, Boringhieri.
- (1965), *Manuale di economia politica*, Roma, Bizzarri.
- (1966), *Manuel d'économie politique*, Genève, Droz.
- Ricossa, S. (1981), *Teoria unificata del valore economico*, Torino, Giappichelli.
- Samuelson, P. (1973), *Fondamenti di analisi economica*, Milano, Il Saggiatore.
- Schumpeter, J. A. (1960), *Storia dell'analisi economica*, Torino, Edizioni Scientifiche Einaudi.
- (1982), *L'essenza e i principi dell'economia teorica*, Roma, Bari, Laterza.
- Scorza, G. (1902a), *Osservazioni sulla teoria del baratto secondo il prof. Walras*, in «Giornale degli Economisti», aprile, pp. 282-302.
- (1902b), *Recensione a G. Cassel, Grundriss einer elementaren Preislehre*, in «Giornale degli Economisti», agosto.
- (1902c), *Osservazioni su alcune teorie di economia pura*, in «Giornale degli Economisti», dicembre.
- (1903), *A proposito del massimo di ofelimità dato dalla libera concorrenza*, in «Giornale degli Economisti», gennaio, pp. 41-62.
- Wald, A. (1968), *On the Unique Non-negative Solvability of the New Production Equations. Part I*, in W. J. Baumol e S. M. Goldfeld, *Precursors in Mathematical Economics. An Anthology*, London, The London School of Economics.
- Walras, L. (1965), *Correspondence and Related Papers*, a cura di W. Jaffé, Amsterdam, North Holland.
- (1974), *Elementi di economia politica pura*, Torino, UTET.

- Weintraub, S. (1983), *On the Existence of a Competitive Equilibrium 1930-1954*, in «Journal of Economic Literature», marzo.
- Wicksell, K. (1976), *Valore, capitale e rendita secondo le più recenti teorie dell'economia politica*, Milano, ISEDI.
- Zaccagnini, E. (1949), *Nuovi problemi della polemica Scorza-Pareto*, in AA.VV., *Vilfredo Pareto: l'economista, il sociologo*, Milano, Malfasi.