

6. La teoria della produzione congiunta. Note ad un dibattito

di Lionello Punzo

Questo saggio propone alcune considerazioni sullo stato della ricerca in un'area relativamente specializzata della teoria della produzione, quella della (teoria della) produzione congiunta. Come è noto, tale ricerca ha tratto spunto dal dibattito (iniziato da Manara [1968] e tuttora in corso) su alcune (presunte) difficoltà della teoria dei prezzi di produzione. Credo che quanti vi sono attivamente impegnati sarebbero d'accordo nel dire che il dibattito e le ricerche ad esso connesse si sono condensati nella proposta di una sintesi dell'approccio di Sraffa con quello di von Neumann, il quale sembra immune da particolari «vizi» analitici. È tuttavia mia opinione che, al di là delle apparenze, non si è ancora realizzato il duplice obiettivo che ci si attendeva di conseguire e che, solo, poteva giustificare il relativo clamore intorno all'oggetto. Questo era chiarire: *i*) quali debbano essere i requisiti di una «buona» teoria della produzione congiunta e *ii*) che cosa questa debba rappresentare all'interno della teoria della produzione in generale. L'analisi della produzione congiunta a mio avviso avrebbe potuto offrire un'occasione per un ripensamento metodologico; purtroppo l'occasione non è stata colta.

Almeno a prima vista sembra chiaro quale sia l'oggetto della teoria della produzione congiunta. Si tratta del «fenomeno» per cui beni di natura (merceologica oppure, vedremo, solo analiticamente trattati come aventi una natura) diversa tra loro vengono congiuntamente prodotti — in modo sincronico — dallo stesso «processo» oppure — in modo diacronico, sequenziale — da un intero insieme di processi di trasformazione tecnica. I contorni, e le implicazioni analitiche, del concetto sono purtroppo meno chiari di quanto suggerisce la definizione testé data (che ricalca quella proposta da Schefold)¹. L'ambiguità offre larghi margini di libertà che sono utilizzati in maniera del tutto diversa a seconda che ci si richiami a Sraffa ovvero a von Neumann.

Poiché non potrà discutere appieno le tesi che ispirano questo la-

¹ Schefold [1987].

voro, e che d'altronde ho in parte espresso altrove², è bene che le riassuma:

Tesi # 1: Il dibattito sulla produzione congiunta ha rivelato come profonde, ancorché differenti, ambiguità caratterizzino le interpretazioni dell'analisi di Sraffa come pure di von Neumann quali teorie della produzione.

Tesi # 2: Il contributo di Sraffa non è apprezzabile senza un'adeguata considerazione della sua particolare trattazione della produzione congiunta; il valore del contributo di von Neumann ne prescinde.

Tesi # 3: Non vi è equivalenza sul piano matematico (tantomeno su quello concettuale) tra i «modelli» di Sraffa e di von Neumann.

Tesi # 4: Né Sraffa né von Neumann forniscono una teoria della produzione, almeno nel senso comune in cui noi comprendiamo tale termine. *A fortiori*, essi non sono in grado di offrire una teoria della produzione congiunta.

Le tesi elencate cadono nell'ambito della storia dell'analisi, nel quale si è di fatto mossa larga parte del dibattito cui mi riferirò³. Sarà tuttavia chiaro che la mia preoccupazione principale è di natura essenzialmente teorica e «propositiva». Sul terreno della teoria, la mia tesi (per nulla nuova ma spesso di fatto dimenticata) è che

Tesi # 5: Una teoria lineare della produzione (quindi anche una della produzione congiunta) deve essere una teoria «locale». A differenza di quello di von Neumann, l'approccio di Sraffa è compatibile con una teoria che soddisfi tale requisito.

L'esposizione di quest'ultima tesi sarà in particolare penalizzata dalla mancanza di spazio, e forse non solo per questa ragione.

1. Appunti

Data la ricchezza della letteratura su un tema pur così limitato, un'esposizione esauriente richiederebbe molto più spazio di quello che le si può assegnare in un saggio. Debbo allora supporre che il lettore abbia sufficiente familiarità con l'argomento da poter comprendere alcune allusioni. In ogni caso, è utile riassumere brevemente

² Una trattazione analitica di alcune delle tesi enunciate nel testo appare già in Goodwin e Punzo [1987], parte 2, in particolare nei capitoli 6 e 7; e in Punzo [1989].

³ La letteratura è ormai decisamente vasta ed i miei riferimenti bibliografici non hanno l'ambizione di essere esaustivi. Per una rassegna di gran parte dei contributi più recenti, si veda l'articolo di Salvadori e Steedman [1988]. Occorre dar credito a M. Lippi per aver prodotto il primo libro [Lippi 1979], almeno in italiano, contenente una trattazione dei prezzi di produzione che non si limita al caso di produzione singola e capitale circolante.

i termini generali della questione e le linee di ricerca sin qui perseguite.

Il punto di partenza è rappresentato dalla teoria dei prezzi di produzione. Si è osservato che, mentre in produzione singola la condizione di vitalità del sistema appare *necessaria e sufficiente* a garantire la positività di tutti i prezzi dei beni base in un intervallo significativo di valori del tasso di profitto (tra zero ed un valore massimo positivo), essa si rivela al più necessaria quando si abbia a che fare con prodotti congiunti. Le soluzioni (i prezzi di produzione) possono allora diventare negative (almeno per alcuni beni) in corrispondenza di alcuni valori del tasso di profitto (per esempio, quando questo sia zero, e prezzi e valori lavoro coincidono) e risultare invece nonnegative o addirittura positive ad un saggio di profitto «sufficientemente alto». Le conseguenze di una tale possibilità, e di altre analoghe, sembrano essere notevoli sia nella teoria dello sfruttamento marxiana, sia per le altre classi di proposizioni più tipicamente sraffiane: quelle, cioè, che stabiliscono una relazione inversa tra saggio del profitto e saggio del salario, e quelle che riguardano l'algoritmo di scelta della configurazione produttiva ottimale. Anche se tali problemi sono discussi già in *Produzione di merci* (PM), darvi rilievo doveva toccare a Manara ed a un numero crescente di ricercatori negli anni settanta ed ottanta, all'interno del processo di riesame del modello di *Produzione di merci* iniziato da Peter Newman.

L'attenzione si è presto volta al modello di von Neumann, nel quale la produzione congiunta sembra occupare una posizione centrale. In questo si determina un vettore di prezzi sulla base di alcune condizioni di compatibilità intertemporale e della condizione concorrenziale dell'uniformità del saggio di profitto. Se non si bada troppo all'importanza delle prime (che ovviamente presuppongono un'ipotesi sui rendimenti di scala) i prezzi dell'equilibrio di von Neumann appaiono formalmente analoghi ai prezzi di produzione. Per di più, rispetto a questi ultimi, essi hanno l'attraente proprietà di essere sempre nonnegativi e quindi «economicamente significativi», anche se possono contenere componenti nulle (per beni liberi) e, in generale, non sono unici.

Le linee di ricerca in quest'area intermedia tra i due approcci sono state essenzialmente tre, a volte non nettamente distinte tra loro. Innanzitutto, si è cercato di verificare se e a quali condizioni esista una compatibilità (versione debole) o addirittura un'equivalenza (versione forte) tra i due modelli che «giustifici» quello «analiticamente» più debole (identificato nel modello sraffiano a rendimenti di scala costanti). Caratteristici di questo filone sono i contributi che identificano il fenomeno paradigmatico nella produzione congiunta di tipo

intrinseco e nei casi ad essa analiticamente assimilabili⁴. Una seconda linea di ricerca ha seguito la strada dell'analisi delle condizioni minime *sufficienti* a determinare i prezzi indipendentemente dalla «domanda finale» (identificati solo per questo motivo come prezzi di produzione). Nel complesso una larga fetta di questa ricerca ha privilegiato i problemi connessi con i beni capitali fissi e l'analisi dei casi in cui le proprietà che derivano dalla loro presenza possono essere ricondotte a quelle della produzione con capitale circolante (e quindi alla produzione singola). In modo più esplicito delle precedenti, la terza linea si è posta il problema di ottenere generalizzazioni del teorema di nonsostituzione, valido come è noto nel caso di produzione singola, alla produzione congiunta, producendone *versioni valide solo localmente*⁵.

Nel seguito mi concentrerò sul primo filone di ricerca in quanto «ideologicamente portante». Esso si è, infatti, posto in maniera cosciente il problema della possibilità di fondare un ibrido tra due approcci, di creare un «framework» unificante per superare l'ambito sentito angusto dell'analisi di singoli esempi particolari che è in certo modo tipica del secondo e del terzo filone.

Prima di entrare nel vivo, è bene anticipare un'obiezione che mi attendo. Nel seguito verrà dedicato molto spazio ad una ricostruzione dei due approcci associati ai nomi di Sraffa e di von Neumann. Non varrebbe sicuramente la pena di dedicare tanto tempo a questioni dal sapore filologico se non fosse per il continuo richiamo, a volte decisamente ambiguo, ai due autori da parte dei protagonisti del dibattito.

2. Contrappunti

Von Neumann prometteva di dare una mano ad uno Sraffa messo alle strette da un esame rigoroso, ma vi erano alcune difficoltà di fon-

⁴ L'esempio classico di produzione congiunta di tipo «intrinseco» è quello della lana e della carne (ma si può anche pensare, per esempio, al petrolio e alle materie plastiche). (Steedman ha proposto un elenco di casi di tal genere; vedi Steedman [1984].) D'altra parte, la presenza di beni capitali durevoli può dar luogo a produzione congiunta di beni «finali» merceologicamente diversi se i beni capitali sono trasferibili e sono di fatto utilizzati, durante l'arco della loro vita economica, in produzioni alternative. Sorgono problemi analoghi nella determinazione dei prezzi di singole «macchine» con vite economiche o momenti di installazione diversi, se si rinuncia all'idea di considerare come un'unità complessa (un impianto) beni capitali diversi operanti nella stessa linea di produzione. Su questo ultimo punto, si veda il recente dibattito tra Baldone [1987], Salvadori [1987] e Varri [1987].

⁵ Si tratta di teoremi di non sostituzione che valgono per un dato saggio di profitto (nella versione cosiddetta dinamica) e/o per un cono di vettori di domanda finale, invece che per tutti i vettori nonnegativi e per un intervallo di valori del saggio di profitto. In produzione congiunta entrambe le restrizioni debbono essere considerate. Vedi Punzo e Velupillai [1984]; Goodwin e Punzo [1987, capitolo 7].

do nel realizzare tale salvataggio. Per riuscire ad individuare l'origine di quelle difficoltà bisognerà partire da lontano, dagli spinosi «building blocks» analitici dei due approcci. Sembra infatti esserci accordo generale che vi è una differenza fondamentale tra essi e che questa risiede nella natura degli oggetti scelti per l'analisi, nei *dati* e nei *termini primitivi*⁶. In Sraffa, il sistema di produzione è una *struttura* formata da «metodi di produzione» che sono «osservati», che sono cioè per ipotesi quelli «in uso» in una data situazione. Al centro di PM, vi è quindi un'unità analitica relativamente complessa perché i metodi di produzione non sono separabili dal tessuto di relazioni di dipendenza reciproca nel quale sono inseriti, e tale complessità è pagata con l'*impossibilità* di introdurre ipotesi sulle leggi generali che governano il sistema, cioè di ipotesi sui rendimenti di scala. Quest'aspetto sembra essere *essenziale* alla logica del modello di PM.

L'espressione «sistema reale» appare a volte appropriata a sottolineare come tra la «società» di Sraffa e la sua rappresentazione teorica, nei *dati* di un modello, non vi siano almeno fino ad un certo punto confini netti. Una distinzione, tuttavia, esiste tra le operazioni sui dati (per compiere le quali si costruisce il modello) ed il sistema reale. È mia convinzione che le implicazioni di questa distinzione emergono senza ambiguità, se non addirittura con prepotenza, solo nei capitoli di PM dedicati alla produzione congiunta e nella discussione delle difficoltà che sorgono quando questa venga trattata con il «metodo delle equazioni». Nella seconda parte di PM, infatti, non vi è lo sforzo di estendere tale metodo ad un caso «matematicamente» più generale o più rilevante perché «empiricamente» più diffuso. Emerge, invece, la proposta di un criterio di interpretazione e di giustificazione teorica dei risultati controintuitivi e delle complicazioni analitiche: quando il modello dà risultati inaccettabili, esso non rappresenta uno stato realizzabile del sistema reale. In certi punti sembra suggerirsi che l'ambito di applicabilità dell'approccio è limitato ad *alcuni* casi, quelli di produzione singola con beni capitali fissi non trasferibili⁷.

In von Neumann, al contrario, la descrizione della tecnologia è più generale perché i dati non sono scelti sulla base del criterio della loro osservabilità. Pur non essendo escluso *a priori*, il richieder loro tale proprietà non aggiungerebbe nulla ad un modello il cui riferimento ai processi di produzione non «evoca» alcuna esperienza empirica.

Oggetto dell'analisi sono infatti alcune proprietà di unità teoriche denominate «processi di produzione» con un termine primitivo, solo

⁶ Si veda, per esempio, Schefold [1980].

⁷ Questo sarebbe il «caso intermedio» suggerito da Sraffa, secondo l'opinione di Varri [1987].

cioè implicitamente definite da un insieme di assiomi e di relazioni funzionali. Esse debbono essere coordinate tra di loro per poter eventualmente rappresentate configurazioni produttive ovvero economie possibili. Quindi, anche il termine «descrizione» applicato ai processi di produzione di von Neumann deve essere compreso come una metafora, come una delle metafore tipiche del procedere assiomatico. D'altra parte, l'insieme dei dati del modello di von Neumann è talmente elementare e povero di struttura interna da divenire concepibile (quindi eventualmente osservabile) solo nella misura in cui il modello mostri di ammettere almeno una soluzione. Come ho sostenuto in altre occasioni, la dimostrazione di esistenza di un equilibrio serve a legittimare un particolare procedimento di costruzione del modello che lo svincola dal riferimento, *a livello delle ipotesi*, alla realtà empirica. Non è né fatto tecnico né scientifico, né rappresenta un puro virtuosismo matematico. La vera «rivoluzione» di von Neumann consiste nell'aver «visto» questa possibilità e, ancor più, nell'aver introdotto tale criterio di validazione nella modellistica economica. La presenza della produzione congiunta è essa stessa un prodotto congiunto, in qualche modo incidentale, di una innovazione metodologica ben più radicale.

Sistemi di produzione debbono allora essere «assemblati» a partire dai processi elementari di von Neumann. Un insieme di attività di produzione caratterizzate da coefficienti fissi è un candidato a rappresentare un «sistema di produzione nel senso di von Neumann» se l'intelaiatura da quelle formata non viola certi vincoli di interdipendenza tecnologica. Partendo da von Neumann possiamo costruire *almeno* un sentiero logico che conduce alle soglie di una versione del modello di Sraffa, quella appunto con rendimenti di scala costanti. Questa strada è stata largamente perlustrata dalla letteratura neoricardiana e non. È tuttavia il percorso inverso che risulta poco chiaro e difficile, e questo *non solo* perché in PM si rinuncia all'ipotesi sui rendimenti.

In Sraffa il sistema è un dato; in von Neumann, viceversa, esso è una costruzione di cui occorre provare esplicitamente la realizzabilità. Qual è l'espressione formale di tale diversità di concezione? Prima di tentare una risposta, occorre introdurre una prospettiva con alcune considerazioni di storia intellettuale. Queste offrono l'occasione per introdurre una definizione che dovrebbe tornare utile nel determinare i requisiti della formalizzazione che cerchiamo.

3. Déjà vu?

Francamente, il dibattito sulla produzione congiunta non mi sembra aver proposto niente di terribilmente nuovo. La storia dell'analisi

della produzione congiunta rivela problemi che tutti conoscevamo già e da cui avremmo dovuto trarre insegnamento. Sraffa è risultato «affetto» dal problema dell'esistenza di soluzioni matematiche che non sono «economicamente» significative, cioè proprio dallo stesso problema che si era «scoperto» in Cassel agli inizi degli anni trenta⁸.

Appare perciò giustificato domandarsi se all'origine non vi sia una medesima origine analitica, da una parte, e se questa a sua volta non discenda dalla medesima concezione (o una molto simile). L'apparizione di soluzioni inaccettabili rivela una inadeguatezza di quel metodo delle equazioni che è tipico di Cassel e che Sraffa si «ostina» ad usare. D'altra parte, l'esito delle discussioni che, pur in modo distinto, si sono svolte sulla «patologia» dei due modelli è stato formalmente analogo: in entrambi i casi ha comportato l'introduzione della cosiddetta regola dei beni liberi. È legittimo domandarsi se questa regola, e la filosofia economica alla quale essa appartiene, siano veramente *compatibili* con la concezione dei prezzi di produzione. Per questo serve una definizione.

Chiamo «prezzi impliciti», un insieme di variabili matematiche definite univocamente da un sistema di relazioni formali tra dati, le quali debbono essere sufficienti (cioè né «troppe» né «troppo poche») ad individuarle in maniera non ambigua. La nozione di prezzi impliciti come variabili soluzione si richiama in maniera essenziale alla nozione di determinatezza di un sistema matematico la quale a sua volta, occorre ricordare, ha senso solo quando esso sia formato da equazioni⁹.

Nella definizione sono compresi come casi particolari sia i prezzi dei fondatori dell'equilibrio economico generale (cioè di Cassel e a maggior ragione di Walras e Pareto) che quelli dei classici inglesi ed i prezzi di produzione di Sraffa¹⁰. Essa lascia fuori i prezzi di von Neumann e i prezzi dei teorici contemporanei dell'EEG, alla Koop-

⁸ Come è noto, dalla discussione delle presunte difficoltà del modello di Cassel nell'ambiente tedesco ed austriaco degli anni trenta è nata la prima versione del modello di equilibrio economico generale moderno, con la dimostrazione di esistenza di una soluzione di equilibrio (quella di A. Wald). Nel testo, desidero sottolineare che la storia della produzione congiunta dovrebbe comprendere anche una storia del suo metodo analitico che è quello tipico dei neoclassici del secolo scorso, tra questi Marshall dei *Principles*. Per una storia del tema della produzione congiunta e dei vari approcci, si veda Kurz [1986]. Per una ricostruzione del dibattito su Cassel in concordanza con le tesi critiche qui proposte, mi sia permesso rinviare a Punzo [1986].

⁹ La nozione di prezzo implicito è analoga a quella di proprietà spettrali di un operatore lineare. Quindi ha una stretta relazione con l'analisi in termini di coordinate diagonali generalizzate proposta da Goodwin in vari scritti. Vedi Punzo [1980]; Goodwin e Punzo [1987], dove si propone un approccio coerentemente basato sul punto di vista delle equazioni.

¹⁰ Ovviamente, i prezzi di produzione si ottengono con un'opportuna scelta dei dati (vedi in seguito), ipotizzando l'uniformità dei saggi di profitto e di salario, rendita

mans, Arrow e Debreu, nelle cui teorie la nozione di determinatezza non gioca alcun ruolo essenziale.

La definizione ha una sua utilità nella misura in cui individua funzioni diverse assegnate a variabili matematiche, dotate di una medesima interpretazione linguistica nel dizionario economico, a seconda delle caratteristiche del sistema formale nel quale appaiono come incognite. I prezzi impliciti segnalano proprietà *interne ai dati*¹¹; i prezzi dell'EEG nella sua versione contemporanea, invece, indicano proprietà della struttura funzionale del *modello in quanto tale*. Si può dire che prezzi di equilibrio e prezzi impliciti sono quindi concetti del tutto distinti, anche se formalmente ed in alcuni casi (che possiamo a buon diritto considerare eccezioni o «mathematical flukes»), singole soluzioni matematiche possono trovarsi a coincidere e prestarsi ad entrambe le interpretazioni¹².

A questo punto, si può dire che l'affermazione secondo la quale la nozione di un bene prodotto con prezzo zero è tipicamente funzionale, trova conforto nell'osservazione che un prezzo implicito è «raramente» uguale a zero. Esso sarà genericamente positivo o negativo¹³. Chiaramente solo se è nonnegativo, esso può anche essere di equilibrio. Al contrario, un prezzo di equilibrio può indifferentemente essere zero o positivo, ma per definizione (*per costruzione*) non può essere negativo.

Siamo in presenza di uno dei tanti malintesi di cui è responsabile (anche se non unico) il teorema di non sostituzione, il quale stabilisce le *condizioni sufficienti* perché un vettore di prezzi corrispondente ad un saggio uniforme di profitto sia anche di equilibrio qualsiasi sia la composizione della «domanda finale». Quando vale il teorema, le soluzioni nei prezzi sono uniche ed economicamente significative. A differenza del caso di produzione singola, tuttavia, in produzione congiunta non esistono condizioni naturalmente soddisfatte dai dati che assicurino tale risultato. Così, ad esempio, i prezzi di produzione possono risultare (nonnegativi e quindi) «accettabili» e non essere di equilibrio nel senso del teorema. Può anche accadere che non siano «accettabili».

Come il nome infelice suggerisce, il teorema fonda l'esistenza dei

nulla sulla terra eventualmente impiegata, ed infine trattando una delle due variabili distributive come variabile indipendente.

¹¹ Tale interpretazione viene sviluppata più distesamente in Goodwin e Punzo [1987, capitolo 5].

¹² Come accade quando vale il teorema di non sostituzione, che tuttavia richiede l'ipotesi di rendimenti di scala costanti.

¹³ Uso il termine «raramente» nel senso tecnico matematico; si può in altre parole considerare un mathematical fluke a tutti gli effetti il caso in cui una variabile (un «prezzo») come soluzione di un sistema di equazioni sia nulla.

prezzi (unici) di equilibrio sulla scelta della tecnica ottimale. Per preservare la sola proprietà della nonnegatività delle soluzioni, è sembrato inevitabile dover rinunciare alla dicotomia, tipica del procedimento di PM, tra analisi delle proprietà di un *sistema di produzione dato e scelta della tecnica*¹⁴. Tale decisione ha indotto a rimettere in discussione alcuni aspetti della struttura del modello sraffiano; in particolare, ha chiamato in causa l'ipotesi che esso possa essere matematicamente determinato senza che ciò implichi contraddizione logica al suo interno.

La natura fondamentalmente concettuale della distinzione tra le due classi di prezzi riemerge, tuttavia, quando si considerano le conseguenze dell'apparire di soluzioni inaccettabili. Quando questo accade per i prezzi impliciti, occorre esaminare i *dati* alla ricerca di una spiegazione in termini delle loro *proprietà*. Al contrario, quando non esistono prezzi di equilibrio, il modello risulta viziato da qualche errore logico, è «internamente contraddittorio». In questo caso ci troviamo in presenza di una struttura funzionale che è incapace di assolvere al ruolo assegnatole; nell'altro caso, una struttura oggettiva sembra cercare di rivelare qualcuno dei suoi segreti.

I prezzi di equilibrio possono «esistere» o non esistere. Usare il termine «esistenza» in riferimento ai prezzi impliciti, senza ulteriori qualificazioni, è fuorviante, per Sraffa come è stato a suo tempo per Cassel. Il «trucco» che dovrebbe permettere a Sraffa di aggirare la questione dell'esistenza, sta nella *scelta* opportuna dei dati del modello¹⁵.

4. I sistemi assiomatici SR e VN

È stato sostenuto che, per individuare l'origine dei problemi, è necessaria l'assiomatizzazione di PM. (Per quest'opinione, si veda in particolare Salvadori [1988].) Il modello di PM è comunque già di per sé un particolare modello assiomatico, anche se non si esprime in questo linguaggio, e questo è forse uno dei suoi aspetti meno compresi. La versione che ne proporrò è solamente «una traduzione» nel linguaggio formale al quale siamo abituati quando per esempio leggiamo von Neumann. Essa intende mostrare un'alternativa all'assiomatizzazione, a volte implicita, a volte proposta apertamente, comune all'area neoricardiana. È costruita con lo scopo di corroborare l'affermazione

¹⁴ Per esempio, si veda Salvadori [1987, 273].

¹⁵ Ho sostenuto questa tesi in Punzo [1986]. Da un punto di vista puramente formale, che è quello che sto qui sottolineando, il modo di procedere di Sraffa e quello di Cassel sono del tutto analoghi.

appena fatta, che cioè, *almeno dal punto di vista di Sraffa*¹⁶, il problema dell'esistenza di soluzioni economicamente significative dev'essere considerato uno di quei problemi malposti di cui è ricca la storia. Indirettamente, dovrebbe mostrare come si potesse fare diversamente e come la strada che ha prevalso non fosse né unica né obbligata.

In tutto il dibattito sulla produzione congiunta, è stata accettata l'ipotesi di rendimenti di scala costanti, e questo per motivi che vanno al di là del desiderio di semplificare e rendere più agevole il confronto con von Neumann. Per non creare confusioni, introdurrò quello che considero un modello ausiliario, in cui tale ipotesi viene accettata. (Le linee di un approccio che rinuncia a tale ipotesi sono state delineate in Goodwin e Punzo [1987].)

I dati «tecnici» della produzione saranno quindi rappresentati da *coppie* di matrici, rispettivamente per i coefficienti di output e di input, per convenzione nonnegativi, e da un corrispondente vettore di coefficienti di lavoro. Le dimensioni verranno specificate dagli assiomi successivi. La costruzione logica proposta è comunque del tutto *indipendente* dall'ipotesi che la matrice dei coefficienti di output sia o meno diagonale (in altre parole, se vi sia produzione singola o congiunta).

Il primo assioma del sistema assiomatico di Sraffa sarà naturalmente.

SR 1) siano n i beni *correntemente prodotti* che hanno prezzi positivi.

Se indichiamo con q il vettore (ad n componenti) delle produzioni lorde degli n beni, sarà: $q = Mx \gg 0$, per qualche vettore nonnegativo x di livelli di attivazione dei metodi di produzione, in numero ancora da determinare, e per una data matrice M di coefficienti di output.

Seconda la SR 1), l'universo delle merci è definito «prima della teoria» dei loro prezzi, la quale è solo una teoria parziale perché non rende conto di tutte le merci con valore di scambio positivo né di quei beni che avrebbero prezzo nullo. Questi ultimi sono «outside the system», per usare la circonlocuzione di Schefold¹⁷, e sono già noti, il loro valore dipendendo da «forze» che non vengono formalizzate nel «modello dei prezzi di produzione».

Il concetto di merce e quello di universo delle merci introducono un principio di scelta e di organizzazione dei dati: nel modello di PM, il numero delle merci *decide* il numero dei metodi di produzione

¹⁶ L'importanza da attribuire a quello che chiamo il «punto di vista di Sraffa» non è puramente esegetica o filologica, dal momento che tale punto di vista rappresenta un'articolazione della corrente minoritaria della teoria economica del Novecento, l'«Intuizionismo» [Punzo 1984].

¹⁷ Schefold [1987].

da considerare (anche se la cardinalità dell'universo delle «combinazioni tecnologiche» è essa stessa un dato indipendente e come tale dev'essere trattata). Vi è così, implicita tra merci e metodi di produzione, una relazione di asimmetria che può essere espressa nel seguente modo:

SR 2) per ogni dato insieme di n merci, vi sono *almeno* n metodi di produzione (i cui vettori di coefficienti sono tra loro linearmente indipendenti) in grado di produrle.

Allora, le matrici di input e di output conterranno proprio n colonne e saranno tali che il determinante della loro differenza sia diverso da zero¹⁸. In corrispondenza, il vettore (riga) di input di lavoro avrà n componenti. D'altro canto, SR 2) implica anche che il vettore dei livelli di attivazione x abbia n componenti tutte positive (in corrispondenza degli n metodi «attivi»).

Se m è il numero di metodi *di fatto in uso*, in linea di principio vi saranno k «sistemi» (in cui k è un numero facilmente calcolabile con una formula combinatoriale elementare), ciascuno di essi essendo formato da una combinazione di soli n metodi di produzione, tra loro linearmente indipendenti, in grado di produrre le n merci date. Sia Σ l'insieme di tali «sistemi di produzione» per l'universo delle merci ipotizzato in SR 1), le quali agiscono come parametri per Σ . Da un punto di vista algebrico, Σ è l'insieme dei sistemi formati da metodi di produzione i cui coefficienti (di input e di output) formano coppie di *matrici quadrate* di ordine n , coordinate tra loro.

Ovviamente, se fosse $m < n$, avremmo: $k = 0$, e Σ sarebbe vuoto. Sraffa assume che sia possibile *ottenere* le due matrici dei coefficienti come *quadrate* «sempre», anche cioè quando tale requisito non sia soddisfatto per una scelta arbitraria di metodi come può accadere in presenza di produzione congiunta di tipo intrinseco. (Egli fa anche notare come, sia con produzione singola che in un caso rilevante di produzione con capitale fisso, non sorgono complicazioni di tal genere.) Quindi, la cardinalità k di Σ è *non minore* di 1.

Per comprendere le differenze occorre notare che, nel sistema assiomatico di von Neumann, non appare l'asimmetria che richiede tutte le operazioni logiche compiute sinora, come rivela il fatto che la cardinalità dei processi di produzione e dei beni *non* sono in alcun modo *correlate* tra loro. Mentre nel sistema assiomatico di Sraffa l'insieme dei metodi da considerare è *costruito* come immagine speculare

¹⁸ Vedi Sraffa [1960, 56]: «Quindi, qualsiasi altro metodo di produzione delle due merci sarà compatibile con il primo, salvo solo la condizione generale che le equazioni risultanti siano fra loro indipendenti e che abbiano almeno un sistema di soluzioni reali: ciò che esclude, per esempio, la proporzionalità *tanto* dei prodotti, *quanto* dei prezzi di produzione nei due processi» (corsivo dell'autore).

produrre, essi sono qui trattati come entità primitive e preeconomiche nonché concettualmente distinte. Appartengono, cioè, direttamente agli universi delle possibilità tecnologiche \mathcal{S} e dei beni (di cui i metodi di produzione e le merci di Sraffa sono in linea di principio sottinsiemi). La relazione che intercorre tra essi è, allora, essa stessa parte delle incognite e viene resa esplicita dalla soluzione. Per esprimere questa caratteristica di von Neumann, usiamo i seguenti assiomi:

VN 1) Sia n^* il numero di beni *tecnologicamente* producibili.

VN 2) Sia m^* il numero dei processi di produzione *attivabili*.

Ovviamente, tra gli insiemi di Sraffa e quelli di von Neumann valgono le relazioni: $m^* \geq m$ (dove m è il numero di processi di fatto attivati); mentre $n^* \geq n$ (dove n è il numero dei beni con prezzo positivo).

Che \mathcal{S} sia per ipotesi non vuoto non garantisce che si possa procedere a costruire il sottoinsieme di sistemi rilevanti per Sraffa. Infatti, vi sono due ordini di motivi per i quali Σ , che sarebbe formato da elementi di \mathcal{S} , potrebbe almeno in linea di principio risultare vuoto. Innanzitutto, l'insieme di n merci di Sraffa potrebbe non essere producibile da alcuna combinazione di processi in \mathcal{S} . Questo fatto si rivelerebbe in un *fattore* di crescita (di von Neumann) uguale a zero. Debbo escludere questa possibilità perché renderebbe logicamente impossibile una teoria dei prezzi di produzione. Può, d'altra parte, accadere che solo combinazioni con *meno* di n processi attivi siano in grado di produrre il paniere di merci del sistema. Σ sarebbe vuoto ma il fattore di crescita sarebbe diverso da zero (esisterebbe quindi un sistema nel senso di von Neumann) ed i prezzi di equilibrio associati non sarebbero in genere unicamente determinati.

Se ammettiamo SR 2), entrambi le possibilità sono escluse. Si assuma ora che sia data la «composizione della domanda» rappresentata da un vettore Y , altrimenti definito vettore dei «requisiti d'uso»¹⁹. Definiamo « q -feasible» rispetto ad un dato vettore²⁰ Y , un sistema di produzione in Σ in grado di produrre il vettore Y . Se prefissiamo un dato Y ed introduciamo la richiesta che i sistemi di produzione siano « q -feasible» rispetto ad esso, l'insieme Σ^* dei sistemi che soddisfano questa proprietà sarà un sottoinsieme, eventualmente proprio, di Σ parametrizzato da Y , diciamo Σ_Y . Per un vettore Y arbitrariamente dato, l'insieme di sistemi corrispondente può anche essere vuoto. Userò perciò il simbolo Σ^*_Y per indicare quel sottoinsieme *quando* esso non è vuoto.

L'assunzione «nascosta» in Sraffa è quella secondo la quale

¹⁹ Sraffa [1960, 55, nota 2].

²⁰ Schefold [1980]; Salvadori [1982], [1985].

SR 3) in corrispondenza del dato vettore Y , esiste un sottoinsieme Σ_Y^* .

SR 3) traduce in termini formali il contenuto della nota 2 di Sraffa [1960, 55]²¹. Si noti che Σ_Y^* , quando esista, è *costruito* con la procedura con cui si costruisce l'insieme Σ cui appartiene.

Si prenda in considerazione un generico elemento di Σ_Y^* , diciamo S_1 .

Definizione: S_1 in Σ_Y^* è un «sistema di produzione alla Sraffa» se esiste almeno un valore del saggio di profitto $\pi \geq 0$ tale che i prezzi $p(\pi)$ impliciti in S_1 , calcolati inserendo il valore π nelle equazioni appropriate, sono *tutti* positivi.

La definizione *non* implica che siano tutti positivi anche i prezzi $p(\pi')$ quando $\pi' \neq \pi$, anche se per valori π' sufficientemente vicini a π si può (quasi sempre) invocare la continuità delle funzioni coinvolte. Se ci riferiamo solo a sistemi che rientrano nella definizione, prezzi negativi (o, eventualmente, anche prezzi nulli) per qualcuno dei beni prodotti possono emergere solo quando si consideri una *deviazione* o *variazione* (teorica) del saggio di profitto dal valore π di partenza.

Ovviamente,

SR 4) Il sistema oggetto di analisi in PM è un «sistema di produzione alla Sraffa» per il dato livello del tasso di profitto.

La stipulazione esplicita di SR 4) non implica, di per sé, che un sistema di cui si stiano studiando i prezzi impliciti, sia «dominante» né tantomeno che esso sia stato «scelto» da capitalisti alla ricerca del massimo profitto, anche se ciò non è escluso *a priori*. Il dato sistema di produzione come «tecnica» può ben essere stato scelto in una situazione in cui minimizzava i costi di produzione ed essere «inferiore» a qualche altra tecnica contemporaneamente disponibile nella situazione in cui viene preso in considerazione.

Dal punto di vista di Sraffa, infatti, l'ultima assunzione implica solamente che (è addirittura la parafrasi in termini formali dell'asserzione secondo la quale)²² il valore di partenza π è il «ruling rate of profits» e che il sistema costruito S_1 è *osservabile* dal momento che *i*) i prezzi in esso impliciti sono tutti positivi «nelle condizioni di fatto (cioè al dato salario o al dato saggio di profitto)» e *ii*) è un sistema in Σ_Y^* [Sraffa 1960, 56]. Sistemi produttivi per i quali questo non è vero per *alcun* livello del tasso di profitto sono esclusi dalla considerazione della teoria. Può cioè accadere che non tutto Σ_Y^* ma solamente un suo sottoinsieme sia rilevante. Quei sistemi esclusi da Sraffa sarebbero nel «book of blueprints» della tecnologia di von Neumann.

²¹ Per apprezzare un approccio diverso alla condizione espressa nella nota di Sraffa, si confronti la trattazione qui data con Salvadori [1982], [1985].

²² Sraffa [1960, 56].

L'analisi sraffiana è dunque molto più articolata di quella di von Neumann perché i suoi dati rivelano una ricca struttura interna ottenuta anche a costo di rinunciare ad essere matematicamente meno «generali».

Un insieme di metodi di produzione è un «sistema di produzione secondo Sraffa» perché è osservabile e *non* perché è quadrato (il che non avrebbe senso dal momento che, in forza della SR 4), vengono presi in considerazione solo sistemi quadrati). D'altra parte, il sistema S_1 , per ipotesi preso in esame, è scelto tra i membri dell'insieme Σ^{\ddagger} la cui dimensione è non minore di uno. (Σ^{\ddagger} è un sottinsieme di Σ che a sua volta contiene *non meno* di un elemento). Quindi, in linea di principio è possibile costruire più di un sistema di produzione di Sraffa (che cioè soddisfi SR 4) e per ogni dato insieme di $m \geq n$ metodi di produzione in uso i prezzi di produzione *non* saranno unici. Allo stesso tasso di profitto, vi saranno tanti vettori di prezzi, linearmente indipendenti tra loro, quanti saranno i sistemi di produzione alla Sraffa costruibili a partire da Σ . Allora, la tesi che l'insieme dei dati in PM costituisce una fotografia di un'economia [Roncaglia 1975] dev'essere qualificata con il fatto che la stessa economia ammetterà in generale più di una fotografia²³.

È proprio l'equivalente dell'assunto SR 4) che caratteristicamente manca nel sistema assiomatico di von Neumann²⁴. Se rimuoviamo SR 4), infatti, sorge anche in Sraffa la possibilità che, con $m \leq m^*$ metodi di produzione, *non* sia costruibile alcun sistema in grado di produrre uno specifico vettore Y ; e/o che nessuno dei sistemi in Σ^{\ddagger} abbia prezzi tutti positivi in una «data situazione di fatto» e quindi a maggior ragione minimizzi i costi di produzione.

Una tale possibilità si può realizzare per motivi banali come quando abbiamo $m < n$. (Essa non è esclusa in von Neumann e può essere considerata una delle sue caratteristiche.) Comunque questa evenienza è stata esclusa stipulando SR 3), che implica che sia sempre possibile aumentare il numero dei metodi di produzione fino a renderlo uguale al numero delle merci. Tuttavia, potrebbe ancora accadere che non esista alcun sistema (tra quelli in Σ) in grado di soddi-

²³ Sraffa, in altre parole, segue un procedimento di costruzione dei dati delle sue equazioni, che quindi non sono puri dati statistici, come viceversa l'idea della «fotografia» di Roncaglia ambiguamente suggerisce. Il procedimento di costruzione di Σ e quindi di Σ^{\ddagger} è del tutto analogo a quello seguito da Wieser nella sua teoria dell'imputazione, ed incontra gli stessi problemi di *indeterminazione del sistema dei dati*. (Un problema che viene discusso in Punzo [1986].) Da questo problema Sraffa esce operando una scelta.

²⁴ Si noti che nel modello di von Neumann il particolare vettore $Y = gAx$ è q -feasible purché: $g: -1 \leq g \leq g_{\max}$. Ovvero, il vettore $Y = 0$ è q -feasible per il sistema con matrici: $B, A(g) = (1 + g)A$.

sfare la richiesta di essere osservabile nel senso di Sraffa *in corrispondenza di almeno un valore (nonnegativo) del saggio di profitto*.

Nemmeno questa possibilità è di fatto normalmente decidibile, una volta che decidiamo di trattarla come una proposizione da dimostrare. I due esempi precedenti, tuttavia, hanno il solo scopo di additare problemi di «esistenza» che risultano malposti all'interno del sistema assiomatico SR.

I teoremi che sono stati dimostrati sono diversi e più sofisticati. Comuni a tutti sono le assunzioni tipiche di von Neumann, VN 1) e VN 2), in luogo delle SR 1), SR 2), SR 3) e SR 4)²⁵. Avendo rimosso in particolare sia SR 3) che SR 4), dobbiamo cominciare con una proposizione di esistenza.

Teorema 1: dati VN 1) e VN 2), e dato un valore nonnegativo del saggio di profitto, esiste un «sistema di produzione» rappresentato dalle colonne di una coppia B e A di sottomatrici, di dimensione $b \times z$ (con $b \leq n^*$, $z \leq m^*$), delle matrici M ed N , di dimensioni $(n^* \times m^*)$, dei coefficienti di output ed input, che è q -feasible rispetto ad un predeterminato vettore Y e minimizza i costi di produzione.

Il teorema precedente²⁶, che è un caso particolare di un teorema fondamentale della geometria, permette che vi siano $(n^* - b)$ beni liberi e $(m^* - z)$ processi noti ma non attivati. Nel linguaggio usato in precedenza, esso stabilisce l'esistenza di un insieme (non vuoto) di sistemi di produzione rettangolari e di un suo sottoinsieme \mathcal{P}^* non vuoto in corrispondenza di ogni vettore Y di parametri.

In assenza di SR 4), comunque, dal punto del sistema assiomatico di von Neumann occorre spiegare *i)* perché il modello di PM sia costituito da sole equazioni, e *ii)* perché sia *giustificato* assumere che esso sia «quadrato». Si è ragionato allora così. Ogni insieme di relazioni di prezzo/costi associato ad una soluzione di equilibrio è costituito da relazioni «attive», è formato cioè da almeno un'equazione²⁷. Quindi, quando dia soluzioni accettabili nei prezzi, anche il modello di Sraffa *dev'essere* la soluzione di un modello di von Neumann appropriatamente costruito: i suoi dati tecnici debbono essere quelli dei

²⁵ Occorre introdurre la nozione di «truncation» in relazione ai beni che diventano liberi. Vedi Schefold [1980]; Steedman [1976].

²⁶ Vedi Salvadori e Steedman [1988]. Le sottomatrici sono ottenute risolvendo una coppia di programmi lineari, tra loro duali, del tipo proposto originariamente da Burmeister e Kuga [1980] e Fujimoto [1975], e utilizzati nel contesto di Sraffa per la prima volta da Schefold.

²⁷ A questo punto, il mio ragionamento diventa del tutto allusivo, anche se credo rigoroso nel suo genere. I teoremi successivi riposano su di un insieme di condizioni *sufficienti* (si badi bene!) che dovrebbero essere elencate, ma che scelgo di non riportare per evitare di far perdere la logica generale dell'argomentazione. La terminologia del testo richiama palesemente che il riferimento è a problemi di programmazione (lineare) duali. (Per una rassegna degli aspetti tecnici, si veda Salvadori e Steedman [1988].)

solì processi attivati. Esso deve per di più contenere un numero *minimo* di equazioni, come conseguenza di un buon noto teorema della geometria. Infatti,

Teorema 2: sotto le stesse condizioni, esiste un sistema di produzione associato al quale vi è un vettore di variabili (prezzi) tali che sono positivi i prezzi di *non meno* di h beni, $0 < h \leq \min(m^*, n^*)$, mentre sono zero quelli dei beni prodotti in eccesso di offerta rispetto ai «requisiti d'uso». In corrispondenza, vi saranno al più $z = h$ processi attivati *in ogni soluzione base nondegenerata*.

Al secondo quesito si risponde dimostrando che sistemi quadrati possono emergere, ed in generale emergono, come soluzioni di uno dei modelli della classe di von Neumann. Cioè ²⁸,

Teorema 3: eccezion fatta per l'insieme dei casi degeneri (di misura zero), un sistema di produzione che sia in grado di produrre un preassegnato vettore Y di «requisiti d'uso» appartiene all'insieme Σ^* .

La classe dei modelli che *naturalmente* non ammettono mai soluzioni (base) degeneri e quindi esemplifica il teorema precedente è quella dei modelli con beni capitali fissi non trasferibili durante la loro vita economica e che producono soltanto un tipo di prodotto finale. Questo risultato era già noto; il teorema ha rilevanza quando non siamo in questo caso particolare (l'unico d'altronde effettivamente analizzato in PM).

D'altra parte, la possibilità di soluzioni base degeneri è sempre stata riconosciuta nella programmazione lineare ma considerata «rara»: da questo punto di vista, contrariamente a quanto sembra suggerire, il teorema non sembra per nulla nuovo. Il suo valore deve allora risiedere nelle conseguenze interpretative.

I prezzi di equilibrio sono, infatti, impliciti nelle relazioni vincolanti soddisfatte quali equazioni. Il teorema assicura che in generale vi saranno tante equazioni quanti sono i prezzi positivi, e che quindi la soluzione in questi ultimi sarà unica. L'insieme di equazioni, che in PM è unico per costruzione, si trasforma in *una* delle realizzazioni, in principio multiple, di un modello più generale. Il problema è che, partendo da questo, non sappiamo quale sottoinsieme di disuguaglianze sarà soddisfatto nella forma di strette eguaglianze, mentre è una delle ipotesi centrali nella teoria dei prezzi impliciti quella per la quale tale sottoinsieme è noto sin dall'inizio.

5. Equivalenze fittizie e dubbie compatibilità

Un risultato sicuramente acquisito di questa notevole mole di ricerche è stato una migliore comprensione della struttura e delle pro-

²⁸ Si veda per esempio la versione recente del teorema proposta da Bidard [1986].

prietà dei modelli lineari di produzione, in particolare di quelli che, a differenza di von Neumann, sono «aperti» ovvero non omogenei, per usare un termine tecnico. La conseguenza rilevante di quanto si è dimostrato è che, in generale, un insieme di processi in grado di produrre un predeterminato Y sarà anche in grado di produrre vettori di requisiti d'uso «sufficientemente» vicini, senza che ciò richieda un cambiamento dei prezzi di equilibrio. Siamo veramente nell'area del teorema (a mio avviso tipicamente neoclassico) di nonsostituzione.

A differenza di PM, il «framework sraffiano» inventato dai neoricardiani appartiene a quella classe di modelli perché si fonda sull'ipotesi di rendimenti costanti di scala. Non varrebbe la pena di fare l'esegesi di PM ed introdurre questi distinguo se non fosse per il fatto che buona parte dei neoricardiani critici ne invocano l'autorità mentre ne cambiano la sostanza senza il coraggio di trarre le conseguenze alle quali sembrano naturalmente condotti. Se è vero che occorre dimostrare che le equazioni di Sraffa corrispondono ad una soluzione di un modello più generale, questo dovrebbe valere anche per la produzione singola ed il capitale circolante. Ma qui è difficile trovare coerenza metodologica.

È largamente diffusa nell'ambiente neoricardiano l'opinione secondo la quale von Neumann si richiama all'impostazione classica ed è quindi nello stesso solco di Sraffa. L'accettazione della tesi dell'esistenza di differenze concettuali essenziali tra i due, che sembriamo tutti condividere, è perciò puramente formale. Quanti in quell'ambiente si sono occupati di produzione congiunta sono arrivati a credere che von Neumann potesse rappresentare una specie di «stazione intermedia» tra l'approccio classico e l'approccio neoclassico (un'opinione espressa, a nome credo di tutti, da Schefold nel *New Palgrave*²⁹). Il metodo analitico di von Neumann e dell'EEG potrebbe allora essere adottato per controllare sia la «fondatezza» delle conclusioni che la «plausibilità» delle premesse dell'analisi di PM.

Quest'atteggiamento ha trovato sostegno formale nella «tesi» (versione forte) dell'equivalenza matematica e della diversità concettuale dei due modelli. Le osservazioni precedenti, anche se in accordo con la seconda parte della tesi, vogliono mostrare come tali distinzioni abbiano riflessi non meno importanti a livello formale.

Sul piano formale, l'equivalenza viene stabilita tra il modello sraffiano con rendimenti di scala costanti con una versione del modello proposto da Burmeister e Kuga [1970] e Fujimoto [1975], e da questi liberamente attribuito a von Neumann. Alcune delle proprietà di quest'ultimo, perciò, non valgono ed è discutibile se siano secondarie. In ogni caso, onde evitare di aggiungere altri equivoci ai numerosi già

²⁹ Schefold [1987, 1031].

esistenti, sarebbe opportuno dire che il confronto è fatto con un «framework di von Neumann» per produrre un ambiente teorico a sua volta definito «framework sraffiano», purtroppo con ben poca precisione. È difficile accettare l'idea che una letteratura, che pretende di essere rigorosa, debba viceversa risultare così approssimativa nella terminologia.

In questa luce, non è casuale che nessuna delle formalizzazioni che hanno generato teoremi di equivalenza catturi l'essenza specifica del ragionamento sraffiano. Nell'assiomatizzazione qui proposta, viene compresa come *assunzione* quella proprietà (di esistenza) che altrimenti occorre dimostrare. L'equivalenza matematica viene, invece, ottenuta tramite la strana operazione logica in virtù della quale affermazioni che hanno in PM il ruolo di ipotesi sono trasformate in enunciati di teoremi *ad hoc* concepiti. In altre parole, la tesi trova supporto in teoremi che, rigore matematico a parte, stravolgono del tutto la logica di un sistema assiomatico. Ma non ha senso porsi in questi termini il quesito dell'equivalenza o della «compatibilità» di sistemi assiomatici tra loro distinti come sono quelli nei quali assunzioni e proposizioni da dimostrare giocano ruoli esattamente simmetrici. L'innocenza metodologica dell'approccio (perdonatemi il termine, la sua «naïveté») testimonia solo la soggezione intellettuale, in qualche modo insospettata e perciò ancor più sorprendente, ai canoni tipici dell'approccio contemporaneo di equilibrio economico generale. La mia impressione è che il «framework sraffiano» non sia altro che uno strano ibrido tra una struttura essenzialmente di EEG, *imparentata* in qualche modo con von Neumann, ed alcune specifiche ipotesi ritenute tipiche di Sraffa (quella che i salari sono pagati alla fine del ciclo produttivo, per cui il modello è non omogeneo).

Dobbiamo ancora confrontarci con la tesi debole secondo la quale il modello di Sraffa è *almeno* compatibile con il modello di von Neumann, nel senso di cui sopra. Dietro la sua apparenza inoffensiva, vediamo il nocciolo del problema poiché si parla di compatibilità tra un modello lineare ed un modello (quello di PM) che, per l'assenza di ipotesi sui rendimenti, dev'essere considerato come la *sezione* di un modello nonlineare. Poiché la versione lineare del modello di Sraffa è un'*approssimazione* al «vero» modello di PM, tutto il discorso sulla compatibilità risulta a dir poco equivoco e sicuramente impreciso (come sa chi conosce il teorema di Taylor).

Io comprendo l'assenza di un'ipotesi sui rendimenti come se fosse essa stessa un'ipotesi che rende il modello di PM compatibile con una realtà nonlineare con qualsiasi livello di complicazione. Essa implica, in assenza, l'indeterminatezza della struttura generante i dati dell'analisi dei prezzi di produzione. In questa indeterminatezza, e *non in altro*, risiede la proprietà dell'analisi di PM di essere «aperta».

La teoria di Sraffa appartiene alla classe delle teorie lineari di fenomeni nonlineari, alle teorie naturalmente parziali perché non si «vergognano» della loro natura «locale». Essa non comprende, tra l'altro, una teoria della produzione in senso proprio. Quella del modello di von Neumann, viceversa, è una teoria assiomatica lineare. Non vedo che senso preciso possa avere parlare di compatibilità tra due «cose teoriche» (e due modelli matematici) così *assolutamente* diversi. Purtroppo, ancora una volta si è persa un'occasione. Quell'indeterminatezza «fisiologica» avrebbe dovuto suggerire che la strada di sviluppo da PM era nella tradizione della dinamica. In un mondo dominato dai canoni di EEG, questi neoricardiani critici si sono rivelati più realisti del re.

Riferimenti bibliografici

- Baldone, S., Salvadori, N., Varri, P. (1987), *Considerazioni sul capitale fisso come «specie» del «genere» della produzione congiunta*, in «Economia Politica».
- Bidard, Ch. (1986), *Is von Neumann Square?*, in «Zeitschrift für Nationalökonomie».
- Burmeister, E., Kuga, K. (1970), *The Factor Price Frontier, Duality and Joint Production*, in «Review of Economic Studies».
- Fujimoto, T. (1975), *Duality and the Uniqueness of Growth Equilibrium*, in «International Economic Review».
- Goodwin, R. M., Punzo, L. F., (1987), *The Dynamics of a Capitalist Economy*, Cambridge, Polity Press e Basil Blackwell.
- Kurz, H. (1986), *Joint Production in the History of Economic Thought*, in «Metroeconomica».
- Lippi, M. (1979), *I Prezzi di Produzione*, Bologna, Il Mulino.
- Manara, C. (1968), *Il Modello di Piero Sraffa per la Produzione Congiunta di Merci a Mezzo di Merci*, in «L'Industria».
- Neumann, von J. (1945): *A Model of General Economic Equilibrium*, in «Review of Economic Studies».
- Punzo, L. F. (1980), *Economic Applications of a Generalized Perron-Frobenius Theorem*, in «Economic Notes».
- (1984), *Essays on Formalism and Empiricism in Economics. Origins, Theory and Methods*, Pubblicazioni dell'Istituto di Economia, Facoltà S.E.B., Siena.
- (1986), *La rivoluzione «neoclassica» di von Neumann e Karl Menger*, in «Quaderni di Storia dell'Economia Politica».
- (1989), *Generalized Diagonal Coordinates in Dynamical Analysis and Capital and Distribution Theories*, in *Festschrift in honour of Richard M. Goodwin*, a cura di K. Velupillai, London, McMillan.
- Punzo, L. F., Velupillai, K. (1984), *Multisectoral Models and Joint Production*, in *Mathematical Methods in Economics*, a cura di F. van der Ploeg, London, J. Wiley.

- Roncaglia, A. (1975), *Sraffa e la teoria dei prezzi*, Bari e Roma, Laterza.
- Salvadori, N. (1982), *Existence of Cost-Minimizing Systems within the Sraffa Framework*, in «Zeitschrift für Nationalökonomie».
- (1985), *Switching in Methods of Production and Joint Production*, in «The Manchester School».
- (1987), *Il Capitale Fisso come «Specie» del «Genere» Produzione Congiunta. Ulteriori Precisazioni e una Risposta*, in «Economia Politica».
- (1988), *Fixed Capital within the Sraffa Framework*, in «Zeitschrift für Nationalökonomie».
- Salvadori, N., Steedman, I. (1988), *Joint Production Analysis in a Sraffian Framework*, in «Bulletin of Economic Research».
- Schefold, B. (1980), *Von Neumann and Sraffa: Mathematical Equivalence and Conceptual Difference*, in «Economic Journal».
- (1987), *Joint Production in Linear Models*, in *The New Palgrave*, a cura di J. Eatwell, M. Milgate e P. Newman, London, McMillan.
- Sraffa, P. (1960), *Produzione di Merci a Mezzo di Merci*, 1ª edizione italiana, Torino, Einaudi.
- Steedman, I. (1976), *Positive Profits with Negative Surplus value: a Reply to Wolfstetter*, in «Economic Journal».
- (1984), *L'importance empirique de la Production Jointe*, in *La Production Jointe. Nouveaux Débats*, a cura di Ch. Bidard, Paris, Economica.
- Varri, P. (1987), *Fixed Capital*, in *The New Palgrave*, a cura di J. Eatwell, M. Milgate e P. Newman, London, McMillan.