

G. GABURRO-G. TONDINI (\*)

ALLOCAZIONE INTERTEMPORALE DELLE RISORSE  
E MODELLI DI CONTROLLO  
PER LA POLITICA ECONOMICA

1. Tra i diversi problemi riguardanti l'impiego delle risorse emerge anche quello relativo alla loro allocazione intertemporale. Tale problema è stato impostato da Irving Fisher (1) come ricerca della soluzione ottimale nella distribuzione di una determinata quantità di prodotto tra consumo del periodo presente e consumo del periodo futuro.

La soluzione, com'è noto, è data dal punto di tangenza fra la frontiera delle possibilità produttive e la curva di indifferenza dell'utilità individuale o sociale, a seconda che ci poniamo in un'ottica micro o macroeconomica.

Il punto di allocazione ottimale viene a corrispondere alla uguaglianza fra i saggi marginali intertemporali di trasformazione e di sostituzione. Poiché il saggio marginale di trasformazione del consumo tra i due periodi è uguale ad uno più il saggio di interesse, sostituendolo nella uguaglianza precedente, si ottiene che nel punto ottimale il saggio di diminuzione della utilità marginale dev'essere uguale al rendimento marginale del capitale o, se si vuole, che l'utilità marginale del consumo è uguale all'utilità marginale del risparmio.

Il risultato resta valido anche nell'ipotesi neo-ricardiana di fattori della produzione a rendimenti costanti con frontiera delle possibilità produttive lineare, come è stato sviluppato qualche tempo fa da Duccio Cavalieri (2).

---

(\*) La comunicazione trae origine da un lavoro su «Analisi e controllo dei sistemi economici dinamici» che gli autori svolgono con il finanziamento del C.N.R. e del Ministero della Pubblica Istruzione. La stesura dei punti 1-3 va attribuita a Giuseppe Gaburro, quella dei punti 4-6 a Giovanni Tondini.

(1) Cfr. I. FISHER, *La teoria dell'interesse*, in *Opere* di I. Fisher (trad. di A. Pellanda), Utet, Torino, 1974, pp. 953 e ss.

(2) Cfr. D. CAVALIERI, *Intertemporal Resource Allocation. A non Neoclassical Approach*, in *Atti del Convegno Int.le Optimization Problems in Engineering and Economics*, CSEI, Università di Napoli, 1975.

2. La conclusione cui giunge Fisher è stata confermata e generalizzata da Frank Ramsey (3) nell'intento di ottenere una logica formale rigorosa della teoria della pianificazione in un arco temporale di  $N$  periodi, o, se il tempo è continuo, di una certa durata. Applicando, infatti, il metodo classico del calcolo delle variazioni al problema della massimizzazione di un funzionale del benessere sociale, egli arriva a formulare, in termini analitici, la condizione necessaria per distribuire in ogni periodo la produzione nazionale fra consumo e risparmio.

3. Un nuovo approccio alla logica della pianificazione intertemporale è dato dall'applicazione a questi problemi della teoria del controllo dei sistemi. Ogni problema di controllo si configura come possibilità per i responsabili della politica economica di guidare nel tempo l'evoluzione di un sistema da una posizione iniziale data verso una posizione finale desiderata. Tali decisioni, nel caso di controllo ottimale, vengono prese sulla base di un processo di ottimizzazione di una funzione criterio. Questo modo di pensare il funzionamento di un sistema, micro o macro, fornisce gli elementi per poter riformulare in termini dinamici ogni problema di allocazione di risorse.

Una prima distinzione delle applicazioni economiche di questo approccio è quella tra modelli di controllo lineari e modelli non lineari.

Mentre fino a pochi anni fa i modelli di controllo non lineari riguardavano quasi esclusivamente la teoria dello sviluppo ottimale, in tempi più recenti sono stati impiegati anche per analizzare altri problemi come ad esempio: lo sfruttamento ottimale sia delle risorse rinnovabili che esauribili, i trade-offs tra consumo ed inquinamento e le politiche ottimali di investimento delle imprese in presenza di costi di aggiustamento.

I modelli di controllo lineari invece hanno assunto particolare importanza soprattutto nelle applicazioni di politica economica. In questi modelli le relazioni sono lineari e la funzione obiettivo è rappresentata da una funzione quadratica, per cui le soluzioni ottimali risultano lineari con il vantaggio che le

---

(3) Cfr. F.P. RAMSEY, *A Mathematical Theory of Savings*, in « *Economic Journal* », XXXVIII, 152, dicembre 1928, pp. 543-559 trad. it. in I. MUSU (a cura di), *Lo sviluppo economico ottimale*, F. Angeli Ed., Milano, pp. 69-87.

loro proprietà possono essere facilmente estese a sistemi di qualsiasi ordine.

Un'altra distinzione riguarda la variabile tempo, che in alcuni casi è assunta come variabile continua e in altri come variabile discreta.

Sebbene nelle applicazioni economiche la preferenza sia andata ai modelli discreti (vedi tra gli altri Chow, David Kendrick e Westcott), ultimamente tale scelta è stata rimessa in discussione da Gandolfo, Turnovsky e Wymer.

4. Un'area economica connaturale a questi problemi è data dai modelli per le politiche di stabilizzazione, dove lo scopo è quello di mantenere il sistema il più vicino possibile a certi valori prefissati delle variabili obiettivo. Se i costi degli scarti da questi valori possono essere adeguatamente rappresentati da funzioni quadratiche e se le relazioni economiche sottostanti sono lineari o possono essere approssimate da relazioni lineari, il suddetto problema può essere utilmente impostato e risolto come problema di controllo lineare quadratico.

Come è noto la moderna teoria delle politiche di stabilizzazione prende l'avvio dal lavoro di J. Tinbergen del 1952 (4). La principale conclusione cui giunge è che se tutte le relazioni sono lineari, statiche e non stocastiche e se gli strumenti possono essere liberamente aggiustati a costo nullo, per raggiungere i valori desiderati di tutte le variabili obiettivo i *policy makers* devono usare un numero di strumenti pari al numero degli obiettivi.

Questa proposizione ha costituito un punto di riferimento fondamentale per una serie di sviluppi teorici successivi, che hanno preso le mosse da un riesame delle ipotesi base assunte da Tinbergen.

Il primo autore a considerare la politica di stabilizzazione in un contesto dinamico è stato Phillips, il quale tuttavia ha focalizzato la sua attenzione su temi piuttosto diversi rispetto a quelli presi in considerazione da Tinbergen. Il suo contributo si può riassumere nell'aver evidenziato le proprietà di stabilità di un modello dinamico moltiplicatore-acceleratore quando si in-

---

(4) Cfr. J. TINBERGEN, *On the Theory of Economic Policy*, North-Holland, Amsterdam, 1952, trad. italiana (a cura di F. Di Fenizio), *Sulla teoria della politica economica*, Ed. l'Industria, Milano, 1955.

troducono politiche di stabilizzazione alternative (proporzionali, differenziali e integrali).

In questo caso il sentiero dinamico del reddito può godere di diverse proprietà, alcune desiderabili e altre meno, come quando tali politiche generano oscillazioni non desiderate oppure, se non attuate compiutamente, provocano instabilità nella produzione.

5. Da questi problemi di stabilizzazione si è passati ben presto ad aspetti più normativi allo scopo di derivare politiche di stabilizzazione ottimali; particolarmente noti in questo campo sono i contributi di Holt e di Theil (5). Gli sviluppi teorici del controllo lineare quadratico hanno permesso di ottenere politiche ottimali nella forma di *feed-backs* lineari sia per sistemi deterministici che stocastici. Una ulteriore evoluzione nelle applicazioni della teoria del controllo riguarda la valutazione delle politiche economiche. Secondo la metodologia introdotta da Chow (6) questo approccio si basa su tre elementi:

— un modello econometrico che metta in relazione le variabili strumentali con quelle obiettivo;

— la specificazione di una funzione criterio, che rifletta l'importanza relativa attribuita dalle autorità al raggiungimento di ognuno degli obiettivi nell'arco temporale considerato; ed infine

— un metodo o un algoritmo per risolvere il problema.

In questo modo otteniamo i valori ottimali delle variabili strumentali e, attraverso il modello econometrico, arriviamo ai valori ottimali delle variabili obiettivo. Valutare una politica economica vuol dire allora confrontare questi valori ottimali con i valori effettivi (cioè storicamente verificatisi).

6. Fino a questo momento abbiamo considerato problemi di controllo deterministico, partendo dal presupposto che tutte le variabili di un sistema siano perfettamente conosciute. Nel caso in cui introduciamo l'incertezza, riconoscendo che i valori

(5) Cfr. H. THEIL, *Optimal Decision Rules for Government and Industry*, North-Holland, Amsterdam, 1964.

(6) Cfr. G. CHOW, *Analysis and Control of Dynamic Economic Systems*, J. Wiley and Sons, N.Y., 1975.

di alcune grandezze sono variabili casuali di cui però possiamo conoscere la distribuzione di probabilità, il controllo stocastico ci fornisce i meccanismi che massimizzano il valor medio della funzione-obiettivo.

Una importante distinzione introdotta recentemente da David Kendrick (7) e che può costituire un utile punto di partenza per i problemi di valutazione delle politiche economiche è quella tra modelli di controllo stocastico con apprendimento passivo e modelli con apprendimento attivo.

Nell'apprendimento passivo i valori delle variabili strumentali sono scelti in ogni periodo non considerando i possibili effetti sullo stato delle informazioni. Rispetto al controllo deterministico, il controllo stocastico basato sull'apprendimento passivo ha il vantaggio di prendere in considerazione i diversi tipi di incertezza, presenti nel sistema, sia quella di tipo additivo che quella di tipo moltiplicativo, mentre rispetto al controllo stocastico basato sull'apprendimento attivo risulta di più facile calcolo, potendo così offrire soluzioni numeriche ai modelli economici di grandi dimensioni.

Nell'apprendimento attivo si cerca di studiare attivamente come dice l'aggettivo, i valori delle variabili incerte. In questo caso il controllo ottimale è scelto considerando che perturbazioni delle variabili strumentali nel periodo presente miglioreranno i valori dei parametri e delle variabili di stato che verranno stimate in futuro.

A sua volta questo aumenterà le conoscenze rendendo il sistema più facilmente controllabile nei periodi successivi. Per tale motivo questo tipo di controllo è talvolta chiamato controllo adattivo o duale in quanto persegue il doppio scopo di raggiungere gli obiettivi nel periodo corrente e, nel contempo, di acquisire informazioni che faciliteranno il raggiungimento degli obiettivi nei periodi futuri.

Possiamo cogliere meglio la differenza fra questi due tipi di controllo stocastico prendendo lo spunto dal comportamento di un automobilista, come è stato esemplificato da Kendrick. Una forma di apprendimento passivo si ha quando, mettendosi per la prima volta alla guida di un'autovettura di cui non si è

---

(7) Cfr. D. KENDRICK, *Stochastic Control for Economic Models*, McGraw-Hill Book Co., N.Y., 1981.

proprietari, non si vuole perdere tempo a controllare l'efficienza dei freni, correndo così il rischio di schiantarsi contro il primo ostacolo. Solo a posteriori si saprà se i freni hanno funzionato o meno.

Viceversa, nell'apprendimento attivo la perdita iniziale di tempo, richiesto per verificare la tenuta dei freni, viene poi compensata da una maggiore sicurezza nella guida.

Nonostante la notevole differenza tra questi due tipi di controllo, non possiamo dire a priori quale dei due sia migliore. Se l'incertezza presente nel sistema è ridotta, il controllo stocastico basato sull'apprendimento passivo permette di raggiungere l'obiettivo in maniera più rapida e con rischi calcolati.

D'altro canto se esiste una sostanziale incertezza circa la risposta del sistema, allora il tempo dedicato inizialmente a sperimentare l'efficienza delle variabili strumentali viene ad essere adeguatamente compensato dalla conoscenza delle reazioni del sistema nei periodi futuri.

Date le ancora carenti applicazioni di questi due tipi di controllo stocastico in campo economico, non si è ancora in grado di stabilire in quali sistemi e a quali condizioni l'uno sia preferibile all'altro.

A noi sembra che proseguire in questa direzione, sia nella soluzione dei problemi teorici e metodologici ancora aperti, sia nelle applicazioni econometriche, possa fornire utili strumenti per la valutazione di politiche economiche alternative.