

Un modello di scelte in condizioni di incertezza alternativo all'Utilità attesa: l'Utilità dipendente dal *Regret* con probabilità dipendenti dal rango

di Michele Bernasconi

1. Introduzione

Negli ultimi venti anni la teoria delle scelte in condizioni di rischio ed incertezza ha conosciuto uno straordinario sviluppo, stimolato dalle evidenze sperimentali non coerenti con la classica teoria dell'Utilità attesa. Diversi modelli sono stati per ciò elaborati in alternativa¹. Tra di essi, due dei più noti sono quelli dell'«Utilità attesa con probabilità dipendenti dal rango» (o EURDP), da *Expected utility with rank dependent probabilities*), originariamente proposto da Quiggin [1982] e Yaari [1987], e generalizzato e discusso da numerosi altri autori, tra cui Segal [1989] e Montesano [1991]; e quello corrispondente alla teoria del *Regret*, elaborato indipendentemente da Loomes e Sugden [1982; 1987], Bell [1982] e, sebbene partendo da presupposti leggermente diversi, Fishburn [1987].

Il *Regret* o rammarico, è quel senso di insoddisfazione che un individuo può provare quando, avendo compiuto una scelta e avendo sperimentato una conseguenza, egli considera anche le conseguenze migliori che avrebbe potuto ottenere facendo una scelta diversa da quella fatta. In EURDP invece, l'utilità di una determinata conseguenza viene a dipendere anche dalle conseguenze che la scelta fatta avrebbe potuto generare, se si fosse realizzato uno stato del mondo diverso da quello che si è effettivamente verificato.

Obiettivo di questo lavoro è presentare un'ipotesi di rappresentazione del comportamento individuale in condizioni di rischio ed incertezza, che unifichi tali due approcci e che, per questa ragione, verrà chiamata modello dell'«Utilità dipendente dal *Regret* con probabili-

Il presente capitolo riferisce di una ricerca iniziata durante un soggiorno all'Università di York, reso possibile grazie ad un finanziamento CNR (AI 92.01240.10). Si ringrazia inoltre Graham Loomes e John Hey per le numerose discussioni sui temi trattati nel lavoro e un referee del Consiglio di Presidenza della SIE per i commenti ad una precedente versione.

¹ Per una rassegna dell'evidenza empirica, il riferimento obbligato è al recentissimo ed esaustivo capitolo di Camerer [1995]. Resoconti della modellistica sono invece disponibili, tra gli altri, in Fishburn [1988] e Karni e Schmeidler [1992].

tà dipendenti dal rango», o RURDP (da *Regret utility with rank dependent probabilities*).

L'interesse verso tale modello è duplice. Prima di tutto, esso è motivato dalla sua capacità di risolvere diverse violazioni contro la teoria dell'Utilità attesa. In particolare, tra di esse, verrà mostrato come il modello RURDP è consistente sia con l'evidenza manifestata nel cosiddetto «paradosso di Allais», nella forma di violazione al *sure-thing principle* di Savage [1954], sia con quella rivelata più recentemente dal cosiddetto «effetto di giustapposizione» o *juxtaposition effect* [Starmer e Sugden 1989]. A nostra conoscenza, nessuna altra teoria del comportamento individuale in condizione di rischio ed incertezza può rendere ragione di entrambe le tipologie di violazioni contro l'Utilità attesa.

Una seconda motivazione del modello discende dalla sua abilità nell'offrire alcune spiegazioni (e implicazioni verificabili) di un'altra tipica caratteristica dell'evidenza empirica contro l'Utilità attesa: il fatto che l'evidenza stessa appare essere estremamente sensibile agli specifici parametri utilizzati per condurre i test sperimentali [Camerer 1992].

Il lavoro è così organizzato. Il paragrafo 2 ha lo scopo di presentare in dettaglio le ipotesi sottostanti alla teoria dell'Utilità attesa contraddette dagli studi sperimentali alla base della teoria del Regret e del modello EURDP. I due approcci (e le principali differenze tra essi) saranno discussi nelle due sezioni successive, utilizzando a scopo illustrativo i fenomeni del *juxtaposition effect* per *Regret* (nel paragrafo 3) e del paradosso di Allais per EURDP (nel paragrafo 4). Il paragrafo 5 sarà quindi dedicato alla presentazione e discussione del nuovo modello dell'«Utilità dipendente dal Regret con probabilità dipendenti dal rango», capace di rendere al tempo stesso ragione sia del paradosso di Allais che del *juxtaposition effect*. Una più compiuta analisi di tale modello è disponibile in Bernasconi [1993]. Infine, nel paragrafo 6 verrà brevemente affrontato il problema di definire una qualche nozione di «razionalità individuale», che possa essere considerata alla base di teorie come *Regret*, EURDP o RURDP.

2. La teoria dell'Utilità attesa e le assunzioni di indipendenza per «riga» e per «colonna»

La teoria dell'Utilità attesa si fonda su una serie di ipotesi che possono essere espresse in forma diversa a seconda di quello che si assume costituisca il primitivo oggetto delle preferenze di un indivi-

duo. Una formulazione particolarmente efficace ai fini del presente lavoro è quella che, nella tradizione di Savage [1954], assume come primitiva la nozione di preferenze definite rispetto ad un insieme H di azioni. Un'azione è una funzione che associa a ciascun elemento di un insieme S di possibili stati del mondo s_j (con $j = 1, 2, \dots, n$) una conseguenza (o risultato), x_j , appartenente ad un intervallo chiuso, ad esempio $[0, M]$, di R . Gli n stati del mondo sono esaustivi e mutuamente esclusivi, cosicché a ciascuno stato s_j è possibile assegnare una probabilità additiva π_j , con $\pi_1 + \pi_2 + \dots + \pi_n = 1$. In tale condizione, ogni azione diventa un vettore di conseguenze *state-contingent*, nel senso che una qualsiasi azione A_h può venire univocamente identificata dal vettore $A_h = (x_{h1}, \dots, x_{hn})$, che descrive le conseguenze x_{hj} , che essa genera in corrispondenza del verificarsi di ciascuno stato s_j , per $j = 1, 2, \dots, n$. La figura 1 presenta una matrice di conseguenze relativa a due tipiche azioni A_h e A_k .

Stati del mondo	s_1	s_2	...	s_j	...	s_n
Probabilità	π_1	π_2	...	π_j	...	π_n
A_h	x_{h1}	x_{h2}	...	x_{hj}	...	x_{hn}
A_k	x_{k1}	x_{k2}	...	x_{kj}	...	x_{kn}

FIG. 1. Una tipica matrice di conseguenze *state-contingent*.

Date queste premesse, il modello dell'Utilità attesa assume che esiste una relazione di preferenza stretta $>$ (con \sim ad indicare, come usuale, la relazione di indifferenza) definita sull'insieme H , rappresentabile da un funzionale $V(\cdot)$ a valori reali, avente la forma:

$$V(A_h) = \sum_{j=1}^n u(x_{hj})\pi_j$$

² Per evitare equivoci, tuttavia, sottolineiamo immediatamente che non vogliamo qui discutere della derivazione del modello dell'Utilità attesa compiuta da Savage [1954], partendo dai lavori sulla probabilità soggettiva di de Finetti [1931; 1937]; e anticipiamo che il modello dell'Utilità attesa di seguito discusso rappresenta una versione estremamente semplificata della rappresentazione originale.

dove $u(\cdot): [0, M] \rightarrow R$ è un indice (di von Neumann-Morgenstern) di utilità, continuo, crescente e superiormente limitato'.

Come anticipato, tale rappresentazione può essere ottenuta imponendo particolari insiemi di ipotesi, tipicamente espresse in forma di assiomi, sulla relazione di preferenza \succ . Tuttavia, al di là della struttura più o meno complessa che possono assumere le diverse costruzioni assiomatiche, il modello dell'Utilità attesa si basa fondamentalmente su un'ipotesi che noi definiamo di «doppia indipendenza»: l'utilità che un individuo associa con l'esperienza di ricevere una qualsiasi conseguenza $x_{i,j}$, generata dall'azione A_i quando si verifica lo stato s_j , deve essere indipendente sia da tutte le conseguenze che stanno sulla stessa riga di $x_{i,j}$, indipendenza per «riga», sia da tutte quelle che stanno sulla sua stessa colonna, indipendenza per «colonna».

Per illustrare più compiutamente la natura di questa forma di doppia indipendenza è utile considerare alcune situazioni in cui, né l'ipotesi di indipendenza per «colonna», né quella di indipendenza per «riga», sono apparse particolarmente soddisfacenti nel descrivere il comportamento degli individui.

3. Violazioni dell'ipotesi d'indipendenza per «colonna» e la teoria del Regret

Le implicazioni dell'ipotesi di indipendenza per «colonna» possono essere esemplificate partendo dalle matrici *state-contingent* riportate nella figura 2) Esse si riferiscono a due problemi di scelte in condizioni di rischio che sono stati proposti a soggetti sperimentali in uno studio condotto da Starmer e Sugden [1989]. Gli stati del mondo rilevanti sono rappresentati da biglietti di lotteria numerati da 1 a 100 e le conseguenze *state-contingent* delle varie alternative sono espresse in sterline inglesi. Ogni soggetto sperimentale doveva dichiarare per ciascuno dei Problemi 1 e 2 quale alternativa egli o ella preferiva. Quindi, alla fine dell'esperimento, uno dei due problemi era estratto a sorte e ciascun individuo pagato in base all'alternativa da lui preferita in quel particolare problema.

Un semplice esame dei due problemi immediatamente rivela che, a dispetto di come le conseguenze sono «giustapposte» le une alle

3 Ricordiamo che $V(\cdot)$ rappresenta \succ nel senso che per qualsiasi coppia di azioni A_k e $A_l \in H$ si ha che $A_k \succ A_l$ se e solo se $V(A_k) \geq V(A_l)$.

Problema 1

Stati del mondo (biglietti di lotteria)	1-42	43-60	61-100
Probabilità	0,42	0,18	0,40
R_1	£ 11	0	0
S_1	£ 7	£ 7	0

Problema 2

Stati del mondo (biglietti di lotteria)	1-28	29-42	43-88	89-100
Probabilità	0,28	0,14	0,46	0,12
R_2	£ 11	£ 11	0	0
S_2	0	7	£ 7	0

Fig. 2. Le matrici dell'esperimento di Starmer e Sugden.

altre nelle rispettive matrici, le situazioni sono identiche in termini della scelta tra probabilità dei risultati che esse offrono.

Tuttavia, la differenza nel grado di «giustapposizione» tra le conseguenze delle due matrici è una caratteristica del disegno sperimentale estremamente importante per la verifica dell'ipotesi di indipendenza per «colonna»: se infatti l'utilità associata con la conseguenza generata da una particolare azione in un determinato stato è indipendente dalla conseguenza che una diversa azione può generare nel medesimo stato (come prescritto dall'ipotesi di indipendenza per «colonna»), è evidente che la «giustapposizione» è un elemento irrilevante per il problema della scelta, cosicché, nella fattispecie, i Problemi 1 e 2 devono condurre alla medesima decisione⁴.

A dispetto di questa predizione, i risultati dell'esperimento condotto da Starmer e Sugden [1989] hanno evidenziato che molti individui preferiscono S_1 a R_1 nel primo quesito, ma R_2 a S_2 nel secondo.

⁴ In maniera più formale, sia $\pi[A_i] = (x_1, \pi_1; \dots; x_n, \pi_n)$ la distribuzione di probabilità indotta su $[0, M]$ da π_1, \dots, π_n attraverso l'azione $A_i = (x_{i1}, \dots, x_{in})$. In tale notazione, l'ipotesi d'indipendenza per «colonna», altrove definita *identity principle* [Fishburn 1988; Bernasconi 1992], afferma che per tutte le coppie di azioni (A_i, A_k) tali per cui $\pi[A_i] = \pi[A_k]$ deve valere $A_i \sim A_k$. Da ciò segue che, essendo $\pi[R_1] = \pi[R_2]$ e $\pi[S_1] = \pi[S_2]$, qualsiasi teoria che sottoscrive l'ipotesi d'indipendenza per «colonna» predice che per il Problema 1 e 2 sarà $R_1 \succcurlyeq S_1$ se e solo se $R_2 \succcurlyeq S_2$.

Tale violazione dell'ipotesi d'indipendenza per «colonna» (che Starmer e Sugden chiamano *juxtaposition effect*) appare tuttavia consistente con l'avversione ad un sentimento particolare, noto come *Regret*, che, secondo gli autori, potrebbe influire nelle scelte degli individui. Il *Regret*, o rammarico, è quel senso di insoddisfazione che un individuo può provare quando, avendo compiuto una scelta e avendo sperimentato una conseguenza, egli considera la conseguenza migliore che egli o ella avrebbe potuto ottenere facendo una scelta diversa. L'intuizione degli autori è che il *Regret* sia tanto maggiore quanto maggiore è la differenza tra «quello che è stato» e «quello che sarebbe potuto essere»³.

Un modello consistente con questa e simili evidenze è stato discusso da diversi autori, tra cui Loomes e Sugden [1982; 1987] e, se pure partendo da presupposti leggermente diversi, Fishburn [1987]. La teoria elaborata da Loomes e Sugden [1987] è quella che più direttamente si costruisce sull'idea dell'avversione al *Regret* qui presentata. Per illustrare il modello, si supponga che in un generico problema come quello della scelta tra le azioni $A_b = (x_{b1}, \dots, x_{bn})$ e $A_k = (x_{k1}, \dots, x_{kn})$, un individuo abbia scelto A_b e lo stato s_j si sia verificato, producendo così la conseguenza x_{bj} invece di x_{kj} . L'intuizione sottostante al *Regret* è che «ricevere x_{bj} al posto di x_{kj} » è un'esperienza composita, la cui utilità deve tenere conto di entrambe le conseguenze. A questo scopo, Loomes e Sugden [1982] introducono la nozione di «utilità modificata» $M(x_{bj}, x_{kj})$, e nella teoria del *Regret* da loro proposta un individuo sceglie tra le due azioni A_b e A_k così da massimizzare il valore dell'utilità attesa definita in termini di $M(\cdot, \cdot)$:

$$A_b \succ A_k \quad \text{se e solo se} \quad \sum_{j=1}^n M(x_{bj}, x_{kj}) \pi_j \geq \sum_{j=1}^n M(x_{kj}, x_{bj}) \pi_j$$

dove $M(\cdot, \cdot)$ è assunta essere crescente nel primo argomento e non-crescente nel secondo, assunzione detta di *increasingness*; e dove per tutte le conseguenze $x_f, x_g, x_l \in [0, M]$ e tali che $x_f > x_g > x_l$ si assume che sia $\Psi(x_f, x_l) > \Psi(x_f, x_g) + \Psi(x_g, x_l)$, dove $\Psi(x_f, x_l) \equiv M(x_f, x_l) - M(x_l, x_f)$, ipotesi detta di «convessità» o *Regret aversion*, poiché di fatto quella che produce violazioni all'ipotesi di indi-

³ Nell'esempio specifico delle situazioni mostrate nella figura 2, l'idea è che, nel secondo problema, l'esistenza di uno stato del mondo (biglietti da 1 a 28), in cui l'azione S_2 genera la conseguenza 0 all'opposto delle 11 sterline offerte da R_2 , abbia l'effetto di deprimere particolarmente, e quindi sfavorire, S_2 . (Si noti che nel primo problema non c'è nessuno stato in cui le 11 sterline offerte da R_1 sono giustapposte a 0.)

pendenza per «colonna» simili a quella illustrata dal *juxtaposition effect*⁶.

4. Violazioni dell'ipotesi di indipendenza per «riga» e la teoria EURDP

Passiamo ora a considerare più in dettaglio le implicazioni dell'ipotesi di indipendenza per «riga» partendo, come per l'approfondimento dell'ipotesi di indipendenza per «colonna», dall'analisi di uno specifico esempio.

La figura 3, in particolare, mostra due matrici *state-contingent*, che si riferiscono a due problemi molto noti all'interno della letteratura sui comportamenti in condizioni di rischio, in quanto utilizzati da Allais [1953] per portare il suo famoso attacco al modello dell'Utilità attesa. (Le conseguenze delle varie alternative sono espresse in migliaia di dollari).

Il cosiddetto «paradosso di Allais» consiste nell'evidenza, replicata da numerosi test sperimentali⁷, che la maggior parte degli individui

⁶ Si consideri la seguente matrice, con $H > I > 0$, che è alla base del disegno sperimentale di Starmer e Sugden [1987]:

Stati del mondo	s_1	s_2	s_3	s_4
Probabilità	$(1 - \omega)\pi_1$	$\omega\pi_1$	$\pi_2 + (1 - \omega)\pi_1$	$1 - \pi_2 - (2 - \omega)\pi_1$
R	H	H	0	0
S	0	I	I	0

L'esperimento descritto nel testo è derivato imponendo $H = \text{£}11$, $I = \text{£}7$, $\pi_1 = 0,42$, $\pi_2 = 0,18$ e quindi, per il Problema 1, $\omega = 1$; e per il Problema 2, $\omega = 0,33$. Più in generale, si noti che la probabilità delle tre conseguenze H, I, 0 è indipendente dal parametro ω , che determina solo il tipo di «giustapposizione» tra di esse. Una diminuzione di ω , da $\omega = 1$ a $\omega < 1$, determina un aumento della probabilità dello stato s_1 , in cui la conseguenza più alta H è contrapposta alla conseguenza più bassa 0. Il *juxtaposition effect* avviene quando, a seguito di tale riduzione, le preferenze tendono a cambiare da $S > R$ a $R > S$. Essendo nella teoria del *Regret* $R \succcurlyeq S$ se e solo se

$$(1 - \omega)\pi_1 \Psi(H, 0) + \omega\pi_1 \Psi(H, I) + (\pi_2 + (1 - \omega)\pi_1) \Psi(I, 0) \geq 0, \text{ segue che deve essere}$$

$$\frac{\partial [(1 - \omega)\pi_1 \Psi(H, 0) + \omega\pi_1 \Psi(H, I) + (\pi_2 + (1 - \omega)\pi_1) \Psi(I, 0)]}{\partial \omega} < 0 \text{ perché il modello possa}$$

rendere ragione del paradosso, la qual cosa è infatti implicata dall'ipotesi di «convessità».

⁷ La presentazione qui discussa e, in particolare, il tipo di «giustapposizione» predisposto sono stati specificatamente utilizzati in un esperimento condotto da Slovic e Tversky [1974].

Problema 3

Stati del mondo (biglietti di lotteria)	1	2-11	12-100
Probabilità	0,01	0,10	0,89
A	500	500	500
B	0	2.500	500

Problema 4

Stati del mondo (biglietti di lotteria)	1	2-11	12-100
Probabilità	0,01	0,10	0,89
C	500	500	0
D	0	2.500	0

FIG. 3. Le matrici del paradosso di Allais.

posti di fronte alle scelte presentate nelle due matrici, dichiara di preferire A a B nella prima situazione e D a C nella seconda. Tale evidenza è «paradossale», nel senso che è inconsistente con l'ipotesi che noi abbiamo definito di indipendenza per «riga», sottoscritta dalla teoria dell'Utilità attesa. Per illustrare come tale violazione avvenga e quale possa esserne la ragione, vale la pena considerare le parole utilizzate da Savage [1954] per risolvere il problema e togliere rilevanza al paradosso in cui egli stesso era caduto. «Se uno dei biglietti numerati da 12 a 100 è estratto, non importa, in entrambe le situazioni, quale azione io scelga. Per ciò io mi concentro sulla probabilità che uno dei biglietti numerati da 1 a 11 sia estratto, in qual caso le due situazioni sono esattamente equivalenti. La decisione finale dipenderà quindi dalle mie preferenze circa la disponibilità a scambiare un premio di \$ 500.000 per la probabilità di vincere 10 a 1 \$ 2.500.000 - una conclusione, io penso, che ha il valore della universalità o obiettività» [Savage 1954, 103]. Chiaramente, questa argomentazione (che di fatto rappresenta l'essenza del famoso *sure-thing principle* di Savage) implica che sia $A \succsim B$ nel Problema 3 se e solo se è $C \succsim D$ nel Problema 4⁸.

⁸ Si noti che questa predizione è anche sottoscritta dalla teoria del Regret. Secondo tale modello, in particolare, è $A \succsim B$ se e solo se $0,89 \Psi(500,500)$

Si supponga, tuttavia che l'utilità che un individuo effettivamente sperimenta dalla conseguenza ottenuta in un determinato stato dipende anche dalle conseguenze che egli avrebbe potuto ricevere se si fosse verificato uno stato diverso. In questo caso, un sentimento di disappunto (o *disappointment*) potrebbe fare apparire particolarmente negativa la conseguenza 0 nell'alternativa B, che quindi difficilmente sarà preferita ad A nel Problema 3. Poiché, viceversa, nell'alternativa D del Problema 4, 0, pur non essendo un risultato positivo, è comunque fortemente probabile, potrebbe diventare forse foriero di minor disappunto, con il risultato di determinare una preferenza di D su C.

Diversi recenti contributi hanno offerto modelli per tenere conto di elementi di disappointment o simili considerazioni. Per illustrare uno di tali modelli, tuttavia, conviene a questo punto adottare l'ipotesi d'indipendenza per «colonna». Come abbiamo infatti già notato nel precedente paragrafo, quanto tale assunzione è soddisfatta la rappresentazione delle preferenze di un individuo diviene più semplice, dal momento che le alternative di scelta possono essere espresse direttamente in termini di distribuzioni finali di conseguenze, o lotterie, senza la necessità di passare attraverso la più complessa nozione (di probabilità) di stati del mondo.

In verità, anzi, lo stesso modello dell'Utilità attesa è più di frequente presentato con riferimento alla nozione di lotterie, che a quella di azioni: con $X = (x^1, p_1; x^2, p_2; x^m, p_m)$ che denota una lotteria che genera i premi x^1, x^2, \dots, x^m con probabilità p_1, p_2, \dots, p_m , l'utilità attesa associata è calcolata attraverso l'espressione $V(X) =$

$$\sum_{i=1}^m u(x^i)p_i, \text{ con } \sum p_i = 1 \text{ e dove } u(\cdot) \text{ è il consueto indice di utilità di von Neumann e Morgenstern.}$$

Un'ipotesi di rappresentazione delle preferenze su lotterie, alternativa al modello dell'Utilità attesa e non contraddetta dal paradosso

+ 0,10 Ψ (500,2.500) + 0,01 Ψ (500,0) \cong 0 e C \succ D se e solo se 0,89 Ψ (0,0) + 0,10 Ψ (500,2.500) + 0,01 Ψ (500,0) \cong 0; dal momento che $\Psi(500,500) = \Psi(0,0) = 0$, segue A \succ B se e solo se C \succ D. Si ricordi, tuttavia, che in *Regret* le predizioni dipendono dal tipo di «giustapposizione» tra le diverse conseguenze; e le predizioni stesse possono modificarsi quando il tipo di «giustapposizione» si modifica. Riguardo al paradosso di Allais, ad esempio, si può dimostrare che esso non è inconsistente con la teoria del *Regret*, nel caso in cui gli eventi che generano le conseguenze nelle alternative C e D del Problema 4 sono stocasticamente indipendenti [Loomes e Sugden 1987].

di Allais, è la teoria dell'«Utilità attesa con probabilità dipendenti dal rango», meglio nota come EURDP da *Expected utility with rank dependent probability*.

Originariamente proposta da Quiggin [1982] e Yaari [1987], e poi discussa in dettaglio da numerosi altri autori, la caratteristica fondamentale del modello è quella di ordinare prima le conseguenze di una lotteria, e poi applicare una rappresentazione dove le probabilità dei risultati sono trasformate in modo diverso a secondo del loro ordine. Così, in particolare, per la generica lotteria $X = (x^1, p_1; x^2, p_2; \dots; x^m, p_m)$, sia $x^1 < x^2 < \dots < x^m$. In EURDP la sua valutazione è quindi data da:

$$V(X) = u(x^m) f(p_m) + \sum_{i=1}^{m-1} u(x^i) \left[f\left(\sum_{j=1}^m p_j\right) - f\left(\sum_{j=i+1}^m p_j\right) \right]$$

Indice di
Neumann &
Morgenstern?

dove $u(\cdot) : [0, M] \rightarrow R$ è il consueto indice di utilità di von Neumann e Morgenstern, mentre $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ è la funzione di trasformazione delle probabilità, continua, strettamente crescente, con $f(0) = 0$ e $f(1) = 1$. Chiaramente, quando f è lineare il modello si riduce all'Utilità attesa. Più generalmente, tuttavia, f può assumere diverse forme, consentendo una maggiore gamma di comportamenti⁹.

Una specificazione per f che sembra ricevere sempre maggiore consenso è stata proposta da Karni e Safra [1990] nella forma riportata nella figura 4. La principale caratteristica di tale funzione di trasformazione è quella di rendere esplicita una ben nota intuizione degli studi di psicologia cognitiva, ormai riconosciuta anche dalla letteratura economica, secondo cui gli individui tenderebbero a sovra-ponderare le piccole probabilità e a sotto-ponderare le grandi. A tale proposito, è opportuno sottolineare infine come la stessa intuizione sia anche alla base dell'interpretazione del paradosso di Allais, da noi qui discussa, e fondata sull'idea del disappunto, secondo cui vincere 0 dalla lotteria B potrebbe essere esperienza peggiore che vincere 0 dalla lotteria D¹⁰.

⁹ Si noti, tuttavia, che EURDP, essendo espressa in termini di lotterie e sottoscrivendo di fatto l'ipotesi di indipendenza per «colonna», non può spiegare il *juxtaposition effect*.

¹⁰ A dispetto di questa proprietà del modello EURDP, bisogna sottolineare che esistono in letteratura teorie costruite anche più esplicitamente sull'idea del *disappointment* [Gul 1991], che, comunque, mantengono forti analogie e somiglianze con EURDP.

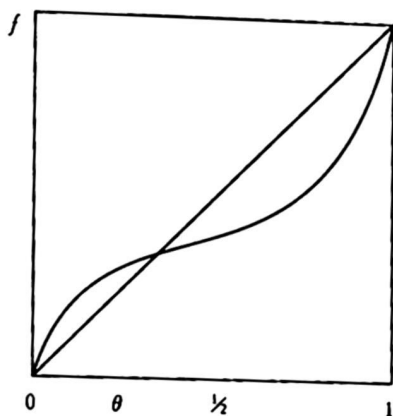


FIG. 4. Esempio di una tipica funzione di trasformazione di Karni e Safra.

5. Un modello con *Regret* e con probabilità dipendenti dal rango

Nelle pagine precedenti abbiamo discusso due evidenze empiriche contro la teoria classica dell'Utilità attesa, il *juxtaposition effect* e il paradosso di Allais; e abbiamo presentato due modelli alternativi elaborati in letteratura allo scopo di spiegare i comportamenti sottostanti a tale violazione: la teoria del *Regret*, capace di rendere ragione del *juxtaposition effect*; e il modello EURDP, in grado di risolvere il paradosso di Allais. Il problema, tuttavia, è che il *juxtaposition effect*, oltre a contraddire la teoria dell'Utilità attesa, rappresenta anche una violazione contro EURDP (cfr. nota 9); così come, a sua volta, il paradosso di Allais è inconsistente, per lo meno nella forma da noi presentata, con le predizioni di *Regret* (cfr. nota 8).

Questa osservazione costituisce il presupposto per l'elaborazione di un modello dell'«Utilità dipendente dal *Regret* con probabilità dipendenti dal rango», o (RURDP) (da *Regret utility with rank dependent probabilities*), che passiamo ora a presentare.

Sia (A_h) una tipica azione, ovvero un vettore ad n componenti di conseguenze *state-contingent* (x_{hj}) . Si consideri ora l'ordine crescente $x_h^1 < x_h^2 < \dots < x_h^{m_h}$ di tali conseguenze, dove m_h indica il numero di conseguenze diverse in A_h (che sarà, chiaramente, minore o uguale ad n). Ogni conseguenza di A_h può essere ora caratterizzata sia dallo stato del mondo in cui è generata, sia dalla posizione in cui è ordinata: (x_{hj}^i) ad esempio, indica la tipica conseguenza ottenuta in corrispondenza del verificarsi dello stato s_j (quando A_h è scelta) e ordinata nella posizione i -esima (tra i diversi risultati di A_h). Chiaramente, la pro-

babilità di x_{ij}^i è quella dello stato del mondo s_j , ovvero $prob(x_{ij}^i) = \pi_j$; mentre la probabilità p_{i_b} di un qualsiasi risultato $x_{i_b}^i$ (ovvero, ordinato nella posizione i -esima tra i risultati di A_b) è data dalla somma delle probabilità di tutti quegli stati del mondo che, quando A_b è scelta, generano una conseguenza uguale a $x_{i_b}^i$: $p_{i_b} = \sum_{j \in R_{i_b}} \pi_j$, con $R_{i_b} =$

$\{j | x_{ij}^i = x_{i_b}^i\}$ e $\sum p_{i_b} = 1$ per $i_b = 1, 2, \dots, m_b$.

Dati questi preliminari, siamo ora nella condizione di presentare un'ipotesi di comportamento individuale che tenga conto sia di elementi di *Regret* che di *disappointment*. Si consideri, in particolare, la seguente ipotesi di specificazione delle preferenze individuali.

La Rappresentazione RURDP. Siano \succ e \sim i simboli usuali per rappresentare le relazioni di preferenza e di indifferenza; e sia (A_b, A_k) una qualsiasi coppia di azioni $\in H$. Secondo il modello RURDP sarà:

$$A_b \succ A_k \quad \text{se e solo se} \quad M(A_b, A_k) \geq M(A_k, A_b)$$

dove

$$\begin{aligned} M(A_b, A_k) &= f(p_{m_b}) \sum_{j \in R_{m_b}} \frac{\pi_j}{p_{i_b}} M(x_{ij}^{m_b}, x_{kj}) + \\ &+ \sum_{i_b=1}^{m_b-1} \left[\sum_{j \in R_{i_b}} \frac{\pi_j}{p_{i_b}} M(x_{ij}^{i_b}, x_{kj}) \right] \left[f \left(\sum_{e=i_b}^{m_b} p_e \right) - f \left(\sum_{e=i_b+1}^{m_b} p_e \right) \right] \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} M(A_k, A_b) &= f(p_{m_k}) \sum_{j \in R_{m_k}} \frac{\pi_j}{p_{i_k}} M(x_{ij}^{m_k}, x_{bj}) + \\ &+ \sum_{i_k=1}^{m_k-1} \left[\sum_{j \in R_{i_k}} \frac{\pi_j}{p_{i_k}} M(x_{ij}^{i_k}, x_{bj}) \right] \left[f \left(\sum_{e=i_k}^{m_k} p_e \right) - f \left(\sum_{e=i_k+1}^{m_k} p_e \right) \right] \end{aligned}$$

e dove $f(\cdot)$ è una funzione di trasformazione delle probabilità consistente con le ipotesi di Karni e Safra [1990] e $M(\cdot, \cdot)$ è una funzione di utilità modificata che soddisfa le assunzioni di *increasingness* e di *Regret aversion* (o convessità).

L'intuizione alla base della rappresentazione RURDP segue diret-

tamente da quelle su cui si reggono i modelli EURDP e *Regret theory*. Essa può essere illustrata semplicemente facendo riferimento alla espressione $M(A_b, A_k)$ o $M(A_k, A_b)$. Prendendo $M(A_b, A_k)$ come esempio, la rappresentazione RURDP assume che l'utilità che un individuo deriva dalla scelta di A_b invece che A_k quando si verifica lo stato s_j può dipendere, nello stesso modo che in *Regret theory*, da x_{bj} così come da x_{kj} ; ma, diversamente da *Regret theory* e nello stesso modo che in EURDP, tale utilità può anche dipendere dalla posizione che x_{bj} occupa tra le diverse conseguenze di A_b . Per questa ragione, quando x_{bj} è ordinata all' i -esimo posto, l'utilità modificata $M(x_{bj}, x_{kj})$ è moltiplicata per il peso $\frac{\pi_j}{p_{ib}} \left[f \left(\sum_{e=i_b}^{m_b} p_e \right) - f \left(\sum_{e=i_b+1}^{m_b} p_e \right) \right]$, dove il termine nella parentesi quadra è il peso *rank dependent* di x_{bj} (uguale per tutte le conseguenze *state contingent* ordinate nella stessa posizione di x_{bj}), e dove $\frac{\pi_j}{p_{ib}}$ è un coefficiente *state dependent* per tenere conto del fatto che x_{bj} è ottenuto proprio in corrispondenza dello stato s_j (e per ciò giustapposto a x_{kj}).

Chiaramente, una simile interpretazione si applica a $M(A_k, A_b)$ che è semplicemente ottenuto cambiando tutti gli indici b (ovvero relativi all'azione A_b) in indici k (relativi all'azione A_k). In effetti, in termini più generali, le espressioni $M(A_b, A_k)$ e $M(A_k, A_b)$ rappresentano, rispettivamente, le valutazioni di A_b relativamente ad A_k e di A_k relativamente ad A_b .

Come è immediato verificare, quando $M_2(\cdot, \cdot) = 0$, cosicché *Regret* non interviene a condizionare il comportamento dell'individuo, la rappresentazione RURDP si riduce a EURDP; e, analogamente, quando $f(\cdot)$ è lineare e l'ordinamento delle conseguenze all'interno di una stessa azione è irrilevante nella scelta di un individuo, RURDP viene a coincidere con *Regret*. Infine, ovviamente, quando $M_2(\cdot, \cdot) = 0$ e $f(\cdot)$ è lineare, RURDP diventa equivalente alla teoria classica dell'Utilità attesa.

Più generalmente, tuttavia, $M(\cdot, \cdot)$ non è costretta ad essere indipendente dal suo secondo argomento, né $f(\cdot)$ deve essere necessariamente lineare, cosicché un individuo che si comporta conformemente a RURDP non è vincolato a soddisfare né l'ipotesi di indipendenza per «colonna», né quella di indipendenza per «riga». In una versione più estesa di questo lavoro [Bernasconi 1993], viene anzi mostrato come il modello sia in grado di rendere al tempo stesso ragione sia del paradosso di Allais che del *juxtaposition effect*. Inoltre, nello stesso lavoro vengono presentate altre implicazioni del modello RURDP. In

particolare, viene analizzata in dettaglio la forma delle curve di indifferenza che il modello predice nel cosiddetto «triangolo di Marschak e Machina» [Marschak 1950; Machina 1982], che costituisce un utilissimo strumento per analizzare e sottoporre a test sperimentali qualsiasi teoria di scelte in condizioni di incertezza.

Rimandando quindi a tale lavoro per un'analisi più tecnica del modello RURDP, nel paragrafo conclusivo del presente articolo vorremmo dedicare qualche considerazione alla definizione della nozione di «razionalità individuale», che secondo noi potrebbe essere considerata alla base di teorie come *Regret*, EURDP o RURDP.

6. Considerazioni conclusive

In questo lavoro abbiamo discusso un'ipotesi di comportamento individuale in condizioni di rischio che unisce due tra i più noti modelli alternativi alla teoria dell'Utilità attesa: quello dell'«Utilità attesa con probabilità dipendenti dal rango» o EURDP e quello del *Regret*. Il modello risultante, che abbiamo chiamato dell'«Utilità dipendente dal *Regret* con probabilità dipendenti dal rango», sinteticamente (RURDP), può essere criticato per alcune oggettive limitazioni: esso non rappresenta probabilmente l'unico modo in cui EURDP e *Regret* possono essere combinati; come tutti i modelli alternativi alla teoria dell'Utilità attesa, esso non ne possiede né l'eleganza né la semplicità analitica; l'evidenza empirica a suo sostegno, che pure costituisce il motivo maggiore per la sua proposta, non consente comunque di formare ancora un giudizio definitivo.

Un limite del modello che alcuni lettori troveranno forse ancora più importante è che esso si fonda su un approccio psicologico-descrittivo alla teoria delle decisioni, contrapponendosi in ciò al metodo assiomatico-normativo¹¹ su cui si basa la maggior parte della «moderna» teoria delle scelte¹².

Riguardo a tale contrapposizione, vale però la pena di enfatizzare che essa non deriva tanto dal fatto che i teorici normativi non riconoscono l'importanza che elementi di *regret* o *disappointment* possono

¹¹ Si noti, tuttavia, che assiomatico non significa necessariamente normativo nel senso di seguito discusso: con riferimento alla teoria del *Regret*, ad esempio, che tipicamente nasce come teoria descrittiva [Loomes e Sugden 1982], bisogna sottolineare che essa è stata recentemente presentata in una forma assiomatica [Sugden 1994].

¹² Cosa intendiamo con il termine «moderna» risulterà chiaro dalle parole che seguono.

avere nell'influenzare le scelte di un individuo. Al contrario, essi considerano che tali elementi possono avere effetto; ma che individui «razionali» impareranno prima o poi a non farsi condizionare da essi. In un certo senso, è anzi proprio compito della «moderna» teoria delle decisioni quello di insegnare agli individui come fare a raggiungere più in fretta tale obiettivo di «razionalità»¹³.

La «modernità» dell'approccio starebbe nel fatto che la nozione di «razionalità» su cui esso si basa avrebbe il carisma dell'universalità, essendo esclusivamente fondata su considerazioni di coerenza nelle scelte, e avendo viceversa rinunciato del tutto ad esprimere giudizi di valore riguardo a come un individuo dovrebbe «sentirsi» a fronte di determinate conseguenze, ovvero avendo rinunciato a considerare ciò che per lui può essere un bene o essere un male¹⁴.

Secondo noi, (tuttavia) tale rinuncia è solo apparente essendo in realtà basata su un giudizio di valore, forse più comune, ma non meno soggettivo di altri. È il giudizio secondo cui *bygones are bygones*: le cose andate sono andate e un individuo non deve farsi condizionare psicologicamente da esse. Di nuovo, nel paradosso di Allais, ad esempio, sarebbe irrazionale per un individuo assegnare una diversa utilità alla conseguenza 0 nella lotteria D piuttosto che nella lotteria B, perché quando l'incertezza è risolta ed egli o ella riceve 0, tale conseguenza non può essere cambiata qualsiasi sia la lotteria che l'ha generata.

La prospettiva del ragionamento può però essere completamente rovesciata se si ammette che vi sono individui che, semplicemente, non possono fare a meno di essere condizionati anche da cose che non possono essere cambiate. Se, ad esempio, un individuo è costretto a provare un sentimento di *disappointment* ogni volta che, ricevendo una conseguenza, è «costretto» a pensare anche alle conseguenze migliori che avrebbe potuto ottenere se la natura avesse fatto una mossa diversa, egli potrebbe apparire «irrazionale» se nel compiere le sue scelte non tenesse conto di tale sentimento.

C'è qui, evidentemente, una nozione di «razionalità» diversa da quella di «consistenza» o «coerenza», che Tversky e Kahneman

¹³ Tale posizione è particolarmente evidente nel famoso episodio (e nelle parole ricordate nel paragrafo 4), con cui Savage [1954] rinnega le sue preferenze originarie, consistenti con il paradosso di Allais, per riaffermare invece il valore normativo del suo *sure-thing principle*.

¹⁴ Di nuovo, le parole di Savage nell'annunciare che la sua risoluzione del paradosso di Allais «è una conclusione, io penso, che ha il carisma dell'universalità o dell'obiettività» [Savage 1954, 103], sono emblematiche dell'approccio.

[1981] chiamano «predittiva», secondo cui «l'utilità assegnata alle conseguenze deve essere - appunto - predittiva dell'esperienza di piacere o dispiacere associate con esse. Così, un individuo può essere considerato irrazionale o perché le sue scelte sono contraddittorie o perché non riflettono il piacere o il dolore che le conseguenze ottenute con esse possono generare» [Tversky e Kahneman 1981, 458]¹⁵.

Noi condividiamo certamente tali considerazioni. E, in conclusione, ci sembra di poter dire che la «moderna» teoria delle decisioni si sia in un certo senso illusa di poter evitare il difficile problema di «giustificare» i giudizi di valore, semplicemente adottando come unico criterio di «razionalità» quello della «coerenza» espressa attraverso una serie di assunzioni, spesso chiamate assiomi. Il problema, tuttavia, è che tali assiomi, di fatto, non sono altro che ipotesi comportamentali, che, come tali, riflettono comunque giudizi di valore. In tale prospettiva, vogliamo infine sottolineare che noi non consideriamo il modello qui proposto del RURDP (né quelli del *Regret* o del EURDP) come alternativi alla teoria classica dell'Utilità attesa; ma, proprio riconoscendo che i giudizi di valore sono soggettivi e che diversi individui possono «sentire» cose diverse, complementari con esso.

Riferimenti bibliografici

- Allais, M. (1953), *Le comportement de l'homme rationnel devant le risque: critique des postulats et axiomes de l'école américaine*, in «Econometrica», vol. 21, pp. 503-556.
- Bell, D. (1982), *Regret in Decision Making under Uncertainty*, in «Operations Research», vol. 30, pp. 961-981.
- Bernasconi, M. (1992), *Different Frames for the Independence Axiom: an Experimental Investigation in Individual Decision Making under Uncertainty*, in «Journal of Risk and Uncertainty», vol. 5, pp. 159-173.
- (1993), *Regret Dependent Utility with Rank Dependent Probabilities*, EXEC Working Paper 4-93.
- Camerer, C. (1992), *Recent Tests of Generalizations of Expected Utility Theory*, in W. Edwards (a cura di), *Theories: Measurements and Applications*, Dordrecht, Kluwer.
- (1995), *Individual Decision Making*, in J. Kagel e A. Roth (a cura di), *Handbook of Experimental Economics*, Princeton, Princeton University Press.
- de Finetti, B. (1931), *Sul significato soggettivo della probabilità*, in «*Fundamenta Mathematicae*», vol. 17, pp. 298-329.

¹⁵ Nella medesima prospettiva si vedano, tra gli altri, March [1978] e Sen [1985].

- (1937), *La prévision: ses lois logiques, ses sources subjectives*, in «Annales de l'Institut Henry Poincaré», vol. 7, pp. 1-68.
- Fishburn, P.C. (1987), *Reconsiderations in the Foundations of Decision under Uncertainty*, in «Economic Journal», vol. 97, pp. 825-841.
- (1988), *Nonlinear Preference and Utility Theory*, Brighton, Wheatsheaf Book Ltd.
- Gul, F. (1991), *A Theory of Disappointment Aversion*, in «Econometrica», vol. 59, pp. 667-687.
- Karni, E. e Safra, Z. (1987), *Rank Dependent Probability*, in «Economic Journal», vol. 100, pp. 487-495.
- Karni, E., e Schmeidler, D. (1992), *Utility Theory with Uncertainty*, in W. Hildenbrand e H. Sonnenschein (a cura di), *Handbook of Mathematical Economics*, Amsterdam, North Holland, vol. 4.
- Loomes, G. e Sugden, R. (1982), *Regret Theory: an Alternative Theory of Rational Choice under Uncertainty*, in «Economic Journal», vol. 92, pp. 805-824.
- (1987), *Some Implications of a More General Form of Regret Theory*, in «Journal of Economic Theory», vol. 41, pp. 270-287.
- Machina, M.J. (1982), «Expected Utility» *Analysis without the Independence Axiom*, in «Econometrica», vol. 50, pp. 277-323.
- March, J.G. (1978), *Bounded Rationality, Ambiguity, and the Engineering of Choice*, in «Bell Journal of Economics», vol. 9, pp. 587-608.
- Marschak, J. (1950), *Rational Behavior, Uncertain Prospects, and Expected Utility*, in «Econometrica», vol. 18, pp. 111-141.
- Montesano, A. (1991), *Measures of Risk Aversion with Expected and Unexpected Utility*, in «Journal of Risk and Uncertainty», 4, pp. 271-283.
- Quiggin, J. (1982), *A Theory of Anticipated Utility*, in «Journal of Economic Behaviour and Organization», 3, pp. 323-343.
- Savage, L.J. (1954), *The Foundations of Statistics*, New York, Wiley.
- Segal, U. (1989), *Anticipated Utility: A Measure Representation Approach*, in «Annals of Operations Research», vol. 19, pp. 359-373.
- Sen, A.K. (1985), *Rationality and Uncertainty*, in «Theory and Decision», vol. 18, pp. 109-127.
- Slovic, P. e Tversky, A. (1974), *Who Accepts Savage's Axiom?*, in «Behavioural Science», 19, pp. 368-373.
- Starmer, C. e Sugden, R. (1989), *Probability and Juxtaposition Effect: An Experimental Investigation of the Common Ratio Effect*, in «Journal of Risk and Uncertainty», vol. 2, pp. 159-178.
- Sugden, R. (1994), *An Axiomatic Foundation for Regret Theory*, in «Journal of Economic Theory».
- Tversky, A. e Kahneman, D. (1981), *The Framing of Decisions and the Psychology of Choice*, in «Science», vol. 211, pp. 453-458.
- von Neumann, J. e Morgenstern, O. (1944), *Theory of Games and Economic Behaviour*, Princeton, Princeton University Press.
- Yaari, M. (1987), *The Dual Theory of Choice under Risk*, in «Econometrica», vol. 55, pp. 95-115.