

V. DOMINEDO

**IL CONTRIBUTO DI F. Y. EDGEWORTH ALLA
COSTRUZIONE DELLA TEORIA GENERALE
DELL'EQUILIBRIO ECONOMICO**



M I L A N O
DOTT. A. GIUFFRÈ - EDITORE
1938-XVI

V. DOMINEDO

**IL CONTRIBUTO DI F. Y. EDGEWORTH ALLA
COSTRUZIONE DELLA TEORIA GENERALE
DELL'EQUILIBRIO ECONOMICO**



M I L A N O
DOTT. A. GIUFFRÈ - EDITORE
1938-XVI

SOMMARIO: 1. L'opera critica e costruttiva di Edgeworth, quale appare anzitutto nella *Psichica matematica*. — 2. Sviluppi ed orientamenti successivi. In particolare, sui giudizi di probabilità e di utilità. — 3. Alcuni tratti originali del pensiero di Edgeworth: a) La formulazione dei rapporti d'interdipendenza fra le utilità. — 4. b) Il tratto *impuro* della curva dei contratti e gli equilibri instabili. — 5-6. c) L'interpretazione della *classe seconda* delle curve di domanda marshalliane: aggiustamento duplice della produzione e dello scambio (eventualmente internazionale). Come non sia necessario supporre gli equilibri instabili. — 7. d) La reiterazione contrattuale e l'indeterminatezza. — 8. e) Teorie economiche e teorie "utilitarie,,. — 9. f) I mutamenti organici. Germi fecondi nell'opera di Edgeworth.

1. — Se è vero che dall'alba si conosce il buon giorno e dalle prime opere di uno scrittore si può ben giudicare la sua tempra, è lecito senz'altro classificare F. Y. Edgeworth fra i grandi economisti al solo esame di uno dei suoi primi scritti: la *Psichica matematica* (1). Al Marshall quest'opera sembrò presentare « clear signs of genius »: e difatti, con Marshall stesso, con Walras, Pareto e Pantaleoni, l'Edgeworth è uno di quei pochi economisti moderni che si sono presto affermati con idee originali e con sprazzi di luce rivolti verso nuove vie. La *Psichica matematica*, del resto, pubblicata nel 1881 e preceduta dallo studio di argomento affine *New and old methods of Ethics* (1877), presentava una sintesi dei risultati ai quali Edgeworth era giunto in circa un decennio di preparazione nel campo filosofico ed economico: non era uno scritto improvvisato; aveva anzi tutte le caratteristiche dell'opera lungamente elaborata, fra l'altro nella formulazione letteraria.

E la promessa contenuta in quel saggio trovò successivamente le più ampie conferme in numerosi contributi sia dell'Edgeworth sia

(1) Di quest'opera ho curato la traduzione, con note interpretative, per la « Nuova Collana Economisti », vol. IV (Torino, Utet, 1937). Citerò quindi, in appresso, oltre le pagine inglesi, anche quelle dell'edizione italiana in parentesi quadrata.

di altri scrittori, ciò che è ben noto oggi specialmente ai Paretiani. Per tutto un quarantennio il nostro Autore continuò ad esplorare la zona che può dirsi dell'equilibrio economico, seguendo criteri metodologici suoi propri, meno atti invero alla sintesi astratta ed onnicomprensiva che allo studio particolare di problemi specifici. Tuttavia, egli appare più vicino all'equilibrio generale che non all'analisi limitata di un piccolo settore del mercato. Vede infatti le interferenze più varie, assai meglio di quanto possa farsi con le equazioni generali dell'equilibrio; riconosce per primo le interdipendenze fra le utilità; esamina i rapporti di monopolio e di concorrenza imperfetta, e, alla luce di questi, anche le leggi della distribuzione del prodotto (2); concepisce gli imprenditori come coloro che procurano di attuare, nella propria impresa, i rendimenti crescenti o, comunque, cercano di superare i concorrenti ed ottenere maggior profitto, senza per questo giungere al livellamento; si preoccupa sempre delle *variazioni* dell'equilibrio; avvicina fra loro le più larghe concezioni della filosofia (utilitarismo Benthamiano, simpatia sociale, evoluzione), della matematica (probabilità, calcolo delle variazioni) e dell'economia (utilità). La figura del grande pensatore, del filosofo e umanista, domina quindi indiscussa; ma le sue concezioni più alte traggono sempre alimento dall'analisi minuta di casi spesso eccezionali (3), perchè le eccezioni pongono in risalto la regola e ne fissano bene i limiti di validità. E' appunto per questa ricerca dei *limiti* che Edgeworth ap-

(2) Si veda in particolare il saggio « The theory of distribution », ripubblicato nei *Papers relating to Political Economy*, London, 1925, vol. I, pag. 13-60, dove fra l'altro si respinge la teoria del Wicksteed basata sulla funzione omogenea di produzione; e, inoltre, le trattazioni più brevi inserite nel vol. II, pag. 300 e segg. (a proposito di scritti del Walker e di S. Webb), pag. 376, ecc. In questo volume, a pag. 304 (dove è la discussione della teoria del Walker) si legge: « That the surplus earning of the superior entrepreneur is his own creation is true of the individual, but not of the class; in division, but not in composition ».

(3) Così, per es., a proposito dei dazi doganali *incipienti* del Bickerdike: vedasi il vol. II dei *Papers*, pag. 340-366, dove si raggiunge una conclusione sostanzialmente moderata, che pone in rilievo i pericoli delle applicazioni troppo facili di tali dazi.

pare quale grande economista; e la sua forza deve giudicarsi, non soltanto dai risultati conseguiti (4), ma anche e in primo luogo dalla complessità (talvolta unita ad una certa artificiosità) dei problemi presi in considerazione.

L'opera di Edgeworth è sempre, ad un tempo, critica e costruttiva. Se scorriamo la *Psichica*, vediamo subito che mentre l'A. si riallaccia a Bentham, Mill e Sidgwick, accogliendone le idee fondamentali, svolge però una requisitoria (5) contro le trattazioni non matematiche dei problemi economici-utilitari (problemi di massimo) e viene per suo conto a costruire, più che un'analogia, un parallelismo sostanziale fra il massimo di energia in fisica ed il massimo di piacere, che è pure un'energia. L'idrodinamica (nella Parte I) e la termodinamica (nell'App. VI) giovano parimenti a mostrare in qual modo debbasi risolvere il problema di massimo, così per l'individuo come per un insieme di soggetti, e, in quest'ultima ipotesi, tanto nel settore economico (Catallattica) quanto in quello dell'etica utilitaria. Nel movimento del sistema egli scorge ed ammette « gradi di libertà » più o meno numerosi, e quindi « una impossibilità di eseguire calcoli paragonabile a quella che si riscontra per tutto ciò che nella vita è capriccioso ed irregolare, come i sorrisi della bellezza e le onde della passione »; ma, ciò nonostante, vede l'attuazione, in ogni caso, dello stesso principio di massimo, che risponde alla legge dell'« amore divino dell'universo » e che richiede il collegamento bene ordinato e gerarchico delle varie energie sottostanti. Forse tutto ciò può sembrare un frutto dell'immaginazione; e invece il lettore è

(4) Mi limiterò ad accennare (nel seguente §) soltanto alcuni dei risultati raggiunti negli scritti posteriori alla *Psichica*, rinviando per una esposizione più ampia ai saggi di A. L. BOWLEY: *F. Y. Edgeworth's contributions to Mathematical Statistics* (London, Royal Statistical Society, 1928), e *Francis Ysidro Edgeworth* (in « *Econometrica* » aprile 1934); e ai due articoli di G. DEL VECCHIO: *F.Y.E. e l'economia matematica* (in « *Giornale degli Economisti* », 1925), *F.Y.E. e le nuove teorie economiche* (in « *Annali di Economia* » vol. VIII, 1932). Si cfr. pure l'*Obituary* scritto da J. M. KEYNES (« *Economic Journal* » 1926).

(5) Si vedano, nell'Appendice II, i *Problemi sociali proposti* (a modo di sfida) *ai non matematici*.

costretto a seguire, con ammirazione, il rigoroso concatenarsi delle varie deduzioni e non può non ammettere (in ispecie dopo aver letto le due prime Appendici: *Sulla matematica non numerica* e *Sull'importanza del calcolo edonistico*) che nel campo economico sussiste un principio dell'azione analogo a quello che vale per la dinamica in fisica. La forma concisa e, nel medesimo tempo, estremamente suggestiva della trattazione, che procede per confronti e richiami letterari ed immagini ardite — talvolta appena accennate —, accresce indubbiamente l'efficacia della tesi contribuendo ad impressionare il lettore; ma è forma nobile (non già enfasi verbale) corrispondente sempre ad un pensiero profondo.

L'Edgeworth, peraltro, nella stessa *Psichica* oscilla fra due concezioni opposte. Alla visione del « meccanismo », che opera secondo una legge di necessità, si contrappone l'indeterminatezza dei problemi dello scambio dovuta alla concorrenza imperfetta. E qui si entra nella visione più propriamente economica, anch'essa ad un tempo critica e costruttiva in confronto delle teorie precedenti. La geniale applicazione delle curve d'indifferenza permette all'Edgeworth di costruire uno schema, che vale anche al di fuori della concorrenza perfetta, e gli consente soprattutto di svolgere una critica fondamentale all'ipotesi del prezzo uniforme accolta dal Cournot e dal Jevons. Egli fissa, inoltre, i limiti dell'indeterminatezza, variabile a seconda delle possibilità di rinnovazione contrattuale, e, venendo alle applicazioni, confuta la teoria del fondo-salari (6) e riconosce i proba-

(6) *Math. Psychics*, pag. 32 [225] e segg., 44 [234] e segg., 136 [313] e segg. Qui si trovano le basi per la teoria della distribuzione svolta posteriormente dall'Edgeworth. Egli afferma, fra l'altro, in lieve contrasto col Marshall (pag. 136), che le associazioni operaie possono raggiungere il loro scopo, cioè migliorare la posizione dei lavoratori accrescendone la remunerazione (il che si verifica quando il sindacato possa mantenersi lungo la *curva dei contratti* e non sia obbligato a restare sulla propria *curva di domanda*) o, comunque, migliorando l'indice di utilità, senza con ciò esaurire la capacità degli imprenditori di pagar salari. Ciò significa, in sostanza, che il nostro Autore accoglie una teoria del salario la quale tien conto delle *funzioni* di domanda degli imprenditori: una teoria *moderna* e progredita, dunque, se si ammette che sia stato un progresso l'affermazione della teoria della produttività marginale di fronte

bili effetti dell'azione svolta dai sindacati operai: giunge infine alla concezione più vasta dell'equilibrio, che può essere di concorrenza come anche di arbitrato. Appunto l'arbitrato fornisce il punto d'appoggio per passare, con logica continuità di pensiero, alla trattazione analitica del problema *utilitario* del massimo di felicità collettiva: e poichè occorre considerare, non solamente la felicità dell'attuale generazione, ma quella di una serie indefinita di generazioni, anche il problema demografico assume, agli occhi di Edgeworth, una veste utilitaria.

2. — Non si vorrà negare che gli argomenti e i punti di vista ora appena accennati fossero, nel 1881, profondamente originali e costituissero altresì un poderoso rinforzo alla corrente teorica dell'equilibrio generale. Tanto originali essi erano — in ispecie quelli relativi alla concorrenza imperfetta, al prezzo non uniforme, ai rapporti di distribuzione, ai costi decrescenti (considerati nell'Append. V della *Psichica*) e posizioni instabili dello scambio interno ed internazionale, alle analogie meccaniche e ai problemi di massimo, al fondamento stesso del concetto di utilità (per qualche aspetto affine a quello di probabilità) — che in lunghi decenni di lavoro Edgeworth potè ancora percorrere fruttuosamente, come abbiamo già rilevato, la via intrapresa.

Basti ricordare alcuni degli sviluppi del suo pensiero. L'indeterminatezza, già analizzata nella *Psichica* per i rapporti di concorrenza imperfetta, è vista similmente dal Nostro nel problema, affacciato dal Cournot, del *duopolio*: la sua critica si svolge ampiamente sulla teoria del monopolio semplice e plurimo (7), che viene

a quella del fondo-salari. Ed effettivamente tale affermazione è un progresso, *nell'ambito però della statica e delle posizioni di equilibrio*, mentre, come è noto, ragioni monetarie e cicliche inducono oggi a dar vita ad un'altra teoria, alquanto diversa dall'antica, del fondo-salari.

(7) *Papers*, vol. I, sezione II. È appena necessario avvertire che la critica di Edgeworth riguardo al duopolio è oggi ricompresa in una concezione più vasta che pone l'origine dell'indeterminatezza nel fatto che, mentre un monopolista agisce, vi sia già una qualche previsione sulla possibile reazione del-

quindi ricostruita con larghe applicazioni della discriminazione dei prezzi. Una discriminazione è pure affermata possibile e vantaggiosa socialmente in taluni casi di concorrenza *perfetta*, in vista delle congiunzioni di costo fra più prodotti (8).

Abbiamo già fatto cenno degli sviluppi della teoria della distribuzione, collegata in parte alla teoria del commercio internazionale (mercati non comunicanti) ed in parte alle tendenze dei costi crescenti e decrescenti. Nello studio specifico sul commercio internazionale (9) troviamo forse il più immediato collegamento con la *Psichica*, poichè si riprendono in esso i problemi dei costi decrescenti e degli equilibri instabili e si applicano le linee d'indifferenza a chiarimento delle curve di domanda marshalliane. Queste curve, come si vedrà tra poco, avevano dato luogo ad una faticosa e in parte inesatta discussione nell'Appendice V della *Psichica matematica*. Nello studio ora citato le difficoltà di interpretazione non vengono affrontate di nuovo: si pongono bensì linee d'indifferenza e curve di domanda per la collettività, ma non si dice quale peso comparativo abbiano le ragioni di costo e di utilità, ciò che, del resto, non aveva chiarito nel suo classico studio neanche il Marshall (10). In realtà, come osserva il Del Vecchio, è forse impossibile trattare in modo esauriente il problema del commercio internazionale *mediante curve piane*; ma è possibile, a mio avviso, indicare rigorosamente le tendenze *puntuali* che sussistono in una posizione di equilibrio, e per questo aspetto del problema c'è forse ancora da riflettere sulla formulazione dell'Edgeworth. È interessante comunque rilevare che, mentre il nostro Autore critica il Sidgwick per l'affermazione che sa-

l'altro: se si ammette invece che le azioni *si susseguano*, restando il prezzo determinato in ogni caso dalla curva di domanda, non si ha indeterminatezza. Oggi la letteratura intorno a questo problema è più che abbondante: si veda anche PIGOU, *The economics of stationary states*, London 1935, specialmente cap. XVII e XVIII.

(8) *Papers*, vol. I, pag. 100-107.

(9) *Papers*, vol. II, pag. 3-70.

(10) Vedasi una recensione da me pubblicata nel «Giornale degli Economisti», marzo 1938.

rebbe necessario supporre, nella teoria, l'inesistenza di prodotti *comuni* ai paesi commercianti, ne accoglie invece alcuni rilievi sulle conseguenze favorevoli della protezione. La sua visione è ampia, giacchè considera le ripercussioni su tutto l'equilibrio della bilancia commerciale (importazioni ed esportazioni) e non trascura i possibili spostamenti dei fattori di produzione. Non esito perciò ad affermare che vari spunti, nel saggio considerato, giovano alla costruzione di una teoria degli scambi internazionali *controllati* in regime autarchico, essendo le eccezioni al libero scambio configurate dall'Edgeworth di fondamentale importanza per una economia progressiva.

A maggior chiarimento occorre aggiungere che, nel problema ora accennato, come in tanti altri, Edgeworth ritorna volentieri sopra le considerazioni di utilità sociale, che in forma più filosofica avevano formato oggetto della « teoria dell'arbitrato » nella *Psichica*, ed avevano dato la base al *Calcolo utilitaristico*. Efficacissima, in un saggio pubblicato nel 1915, è l'estensione della teoria dell'arbitrato al campo internazionale (11), in considerazione anche del costo probabile o previsto della guerra. E lo stesso noto principio del *minimo sacrificio* (12), che fa parte di un gruppo di saggi sull'*imposta* (nuova branca di studio coltivata dopo il 1890), può dirsi ricavato dall'impostazione del calcolo utilitaristico.

Vi sono infine le riflessioni del nostro Autore, sempre nuove, su due fondamenti della *Psichica*: l'impiego del *calcolo* nell'economia e l'affinità esistente fra i due concetti di utilità e di probabilità. Sui compiti spettanti alla matematica, Edgeworth aveva lungamente discusso nella sua opera giovanile, dove tuttavia si può scorgere qualche inesattezza ed esagerazione, a proposito specialmente dei massimi e minimi non corrispondenti all'eguaglianza a zero del primo termine di variazione (13): gli scritti successivi (*Papers*, vol. II) appaiono più moderati ed esatti nelle loro diverse applicazioni. E,

(11) *Le relazioni della economia politica con la guerra*. Nella « Riforma sociale », novembre-dicembre, 1915.

(12) *Papers*, vol. II, pag. 234-242.

(13) *Math. Psychics*, App. I (ultimo paragrafo).

quanto al concetto di probabilità, mentre la statistica si apre all'indagine penetrante dell'Edgeworth ed ampi studi sul valore della moneta recano l'impronta dei concetti probabilistici (14), a più riprese viene da lui sostenuto e confermato che la probabilità soggettiva (*a priori*, o non verificata) è un movente di giudizio e di azione affine a quello dell'utilità; che i casi possibili ed egualmente indecisi sono paragonabili alle singole unità del piacere, in ispecie per i confronti di utilità sociale; che la probabilità soggettiva (15) non può essere misurata rigorosamente, ma soltanto graduata; che un elemento di probabilità (o di credibilità, o verosimiglianza) interviene spesso nell'assunzione dei dati di un problema economico, ed anche (per esempio: problemi di monopolio o di dazi doganali) nelle conclusioni che risultino incerte: allora « the answer is to be sought in common sense, and probabilities founded on general experience » (16). Così, veramente, il concetto di probabilità viene a perdere la sua tradizionale esattezza e precisione, ma ciò è necessario per la maggiore aderenza ai fatti reali, che l'Edgeworth si sforza sempre, nonostante qualche apparenza contraria, di perseguire.

3. — Nella *Psichica matematica* troviamo dunque la prima esposizione delle più importanti idee originali del Nostro, e per meglio comprenderne i contributi giova quindi esaminare nei particolari alcuni tratti dell'opera, i quali danno adito ad incertezze, o meritano una revisione finora non tentata da altri.

(14) Il che generalmente è in contrasto coi necessari legami di variazione (*non casuali*) fra più prezzi. Sembra tuttavia che la critica del KEYNES (*Trattato della moneta*, cap. VI) vada oltre il segno, dato che l'Edgeworth tratta degli indici monetari corrispondenti a diverse valutazioni economiche (*Capital Standard, Consumption Standard, Currency Standard, Income Standard, Production Standard*; cfr. *Papers*, vol. I, pag. 295) e a questi indici aggiunge l'*Indefinite Standard* (media semplice dei rapporti-indici dei vari prezzi, preferibilmente la mediana).

(15) Questo concetto sta a base di alcune moderne teorie della probabilità.

(16) *Papers*, vol. II, pag. 484; vedi anche pag. 448, 478 segg., e tutto il saggio *Applications of probabilities to economics*. In *Math. Psychics* vedi pag. 7 [204], 60-61 [246], 99 [278].

a) In primo luogo, dev'essere messo ben in rilievo il fatto che fra tutti gli economisti Edgeworth è il primo che abbia superato l'ipotesi dell'indipendenza delle utilità. Le curve d'indifferenza, nel piano o nello spazio a n dimensioni, in tanto si presentano come strumento logico veramente nuovo in quanto si riferiscano ad una funzione di *due* (o più) variabili, e non semplicemente alla *somma* di due (o più) funzioni. Da ciò dovrebbero ricavare immediatamente la conseguenza — tratta poi dal Pareto — della impossibilità di misurare l'utilità; ma Edgeworth non è esplicito a tale proposito. Tratta bensì lungamente, nella Parte I (e relativa Appendice) della matematica *non numerica* in relazione all'edonimetria, e concepisce (17) le *linee d'indifferenza* (e di *preferenza*) all'infuori di qualsiasi ipotesi sopra l'esatta *misura* dell'utilità; ma ritiene debbasi ricercare l'*unità* del calcolo economico (18) credendo di scorgerla nel *minimum sensibile*. Effettivamente questa definizione dell'unità del piacere non viene poi utilizzata se non per la teoria dell'arbitrato e per il *calcolo unitario* (utilitarismo integrale, o puro, e misto). Possiamo dire quindi che nella *Psichica matematica* non si ritiene indispensabile misurare l'utilità per le indagini attinenti allo scambio, mentre per i problemi utilitari è indispensabile poter misurare e confrontare le utilità, dello stesso individuo e di individui diversi. Nell'*arbitrato* questa possibilità di misura e di confronto è pure necessaria, allo scopo di introdurre *coefficienti di simpatia* che riducano l'indeterminatezza, ma Edgeworth non vede (19) che la misura dell'utilità

(17) Cfr. *Math. Psychics*, pag. 21-22 [215]. Come è noto, il Pareto ebbe ad affermare (*Manuale di economia politica*, pag. 165 nota) che Edgeworth «deduceva le curve di indifferenza» dall'utilità. Ora a me pare che il porre l'equazione della linea d'indifferenza uguagliando a zero l'incremento dell'utilità, non significa propriamente *dedurre* da questa le dette curve. Quando è zero l'incremento dell'utilità, non è indispensabile una *misura* di essa: basta un indice di variazione. Perciò, se anche l'Edgeworth scrive l'equazione della linea d'indifferenza derivando l'utilità totale, è facile interpretare P come un indice di utilità, che *gradua la scelte dell'individuo*.

(18) Vedi pag. 7 [204], 98 [277] e segg.

(19) Vedi pag. 53 [240] in nota.

urta contro l'ostacolo delle relazioni di complementarità o concorrenza fra i beni scambiati.

Ad ogni modo è certo che il concetto (se non la parola) di *complementarità e concorrenza* tra beni è dato dall'Edgeworth secondo il criterio poi accolto dal Pareto, in base cioè al segno della derivata seconda mista della funzione di utilità (20).

4. — *b)* Molto sottile è l'esame delle proprietà della *curva dei contratti*. Essendo il luogo dei punti di tangenza fra le curve d'indifferenza di un contraente e le curve dell'altro, essa è limitata normalmente dalle linee d'indifferenza che passano per l'origine e si discostano dagli assi.

Tuttavia l'Edgeworth configura anche linee d'indifferenza la cui direzione ad un certo punto si inverte, perchè uno dei beni da positivo (utile) diventa negativo (ossia apporta disutilità). Diviene allora possibile immaginare un tratto della *curva dei contratti* lungo il quale ambedue le parti hanno interesse a muoversi *nella stessa direzione*: ciò è contrario alla normale caratteristica della curva dei contratti, e quindi l'Edgeworth chiama « impuro » un tale tratto. L'esempio che egli porta è puramente geometrico: curve d'indifferenza che sono ricavate come proiezioni (sul piano) dei cerchi ottenuti sezionando due sfere orizzontalmente a vari livelli d'altezza: un tratto *impuro* si presenta allorchando la distanza fra i centri delle

(20) Vedi pag. 34 [227], dove si considera come caso tipico quello dei beni complementari: in questo caso le curve d'indifferenza risultano *convesse* rispetto all'asse delle ascisse: la qual cosa è caratteristica di stabilità. Nell'App. V (*Sulle formule dello scambio del Jevons*) Edgeworth cade in una svista richiamando il caso tipico, giacchè inavvertitamente viene a supporre beni *concorrenti*, il che vizia in parte il suo ragionamento: si veda, a questo proposito, il § seguente. Infine, applicando nell'Append. VII (*Sulla crisi attuale in Irlanda*) la teoria dell'indeterminatezza alle contrattazioni fra proprietari di terra — i quali offrono l'uso di un bene assolutamente limitato — ed affittuari, l'Edgeworth si esprime inesattamente a proposito della concavità delle curve d'indifferenza dell'affittuario, come ho avuto occasione di notare a pag. 318 della mia traduzione.

sfere sia minore di uno qualsiasi dei raggi, dell'una o dell'altra sfera (21).

Quali siano le possibili applicazioni di una siffatta costruzione, e quando un bene da positivo diventi negativo pur rimanendo oggetto di contrattazione, è difficile dire. Forse l'Edgeworth aveva, a questo proposito, la sola intenzione di completare *formalmente* il suo schema, non già di suggerire alcuna applicazione concreta.

Altrettanto può dirsi delle sue osservazioni sul tratto «*puro ma instabile*» della curva dei contratti, che sarebbe costituito, nell'esempio delle sfere, dai luoghi di tangenza delle stesse curve d'indifferenza, ricavate però come proiezioni delle semisfere *inferiori*. L'indice di utilità presenterebbe, per l'uno come per l'altro contraente, valori *minimi* (e non massimi): si avrebbe dunque una *successione* di luoghi di equilibrio instabili. E' lecito richiamare, a questo proposito — come fa l'Edgeworth — le nozioni di equilibrio instabile esposte dal Walras e dal Marshall? A me pare non vi sia che una lontana rassomiglianza di concetti. Gli equilibri instabili del Walras e del Marshall sono infatti localizzati in alcuni *punti* d'incontro delle curve di domanda e d'offerta, mentre l'Edgeworth vuole indicare tutta una successione di punti di equilibrio instabile, i quali si trovano sopra la *curva dei contratti* (valida soltanto nell'ipotesi di concorrenza imperfetta) e non già nell'incrocio delle curve di domanda e d'offerta.

Lo stesso Edgeworth, veramente ci dichiara (22) che il suo caso di equilibrio instabile trova analogia in uno solo dei casi del Marshall, ossia in quello di curve di domanda-offerta che in alcuni tratti presentano un'offerta *crescente* a prezzo unitario *decrecente* (ma non tanto decrescente da ridurre la quantità dell'altro bene richiesta in cambio). Questa è la *classe seconda* delle curve di

(21) Vedi pag. 25 [219]. L'Edgeworth dice, veramente, che la distanza fra i centri deve supporre minore del *minore* dei raggi: ma ciò non è indispensabile.

(22) Pag. 26 [220], nota.

domanda marshalliane, discussa poi nell'Appendice V come si vedrà nel seguente paragrafo. Gli altri equilibri instabili del Marshall, per curve normali di domanda reciproca, attraggono di meno l'attenzione di Edgeworth; e la ragione, esposta non chiaramente nella nota or ora citata, sembra essere questa: gli uni sono equilibri del contratto in generale, gli altri invece sono equilibri instabili del mercato in regime di concorrenza. A dir vero, non pare che il Marshall intendesse gli uni o gli altri equilibri al di fuori del mercato, ossia per contraenti isolati: nè siffatta interpretazione è giustificata dal fatto che le curve marshalliane si riferiscono a *paesi* commercianti, giacchè in ogni caso sintetizzano le possibilità di acquisto o di vendita risultanti dalla concorrenza dei produttori e dei consumatori. Ma il richiamo della classe seconda delle curve marshalliane giova all'Edgeworth, perchè esse — singolarmente considerate, e indipendentemente dai punti d'intersezione — possono venir interpretate, per i tratti in cui presentano l'accennata caratteristica, come indicanti successive posizioni di minimo e non di massimo. Appunto in questo senso vi sarebbe un *tratto* di equilibri instabili, marshalliani che riguarderebbe però la *singola curva di domanda-offerta*, non la curva dei contratti la quale esprime posizioni di equilibrio *bilaterale*.

Proseguendo ancora nell'esame degli equilibri per un numero di contraenti maggiore di due, Edgeworth considera il caso di tre individui e tre beni e riassume le condizioni di equilibrio in una sola equazione. Può essere interessante notare che l'equazione sussiste come semplice *conseguenza* di altre equazioni esprimenti la realizzazione dei massimi individuali (cioè l'uguaglianza, per i tre contraenti, dei rapporti fra le utilità marginali dei tre beni); e che inoltre bisogna intendere l'equazione scritta dall'Edgeworth come valida nel quadro delle tre equazioni che, in linguaggio paretiano, esprimono i « bilanci » dei tre beni (23).

(23) Tutto ciò ho messo in rilievo nella mia traduzione a pag. 220. Nella pagina seguente ho pure notato che l'applicazione della *curva dei contratti* alle possibili coppie di individui non può farsi nel caso di tre individui e due beni come sostiene l'Edgeworth. Questi afferma: « si può dimostrare che, se

5. — *c*) Alle considerazioni ora fatte intorno agli equilibri instabili conviene far seguire un esame del modo in cui Edgeworth (nell'App. V) interpreta le curve marshalliane di *classe seconda*. L'interpretazione dell'Edgeworth è *possibile*, vale a dire non è assurda, ma non sembra certo la più verosimile. Infatti, come sarà detto al § seguente, è possibile interpretare tali curve senza attribuire loro il carattere di una successione di *punti di minimo* (equilibri instabili unilaterali). Il problema è reso forse più difficile da talune inesattezze formali, in parte richiamate precedentemente, nelle quali è incorso il nostro Autore analizzando questo problema di « aggiustamento duplice » della produzione e dello scambio.

Seguiamo, dunque, in un primo tempo la dimostrazione dell'Edgeworth, ricostruendola in modo da evitarne i difetti formali. L'individuo (o paese) *X* produca ed in parte consumi un certo bene:

tre individui contrattano rispetto a due variabili x ed y , il luogo, o la regione, delle sistemazioni contrattuali possibili è la superficie di un triangolo curvilineo situato sul piano x, y : superficie delimitata dalle *tre* curve di contratti che si ottengono col supporre successivamente rapporti contrattuali per ciascuna coppia d'individui ». Riguardando il problema, si vede che le sistemazioni possibili dei tre contraenti sono caratterizzate da quattro equazioni: due relative all'uguaglianza dei rapporti fra le utilità marginali dei due beni (per i tre individui) e due esprimenti il pareggio dei « bilanci » per i beni stessi. Di fronte a tali equazioni vi sono invece *sei* incognite, il che appunto dimostra come esistano varie soluzioni del problema: le sei incognite sono gli incrementi (positivi o negativi, ciò che non possiamo determinare *a priori*) delle quantità possedute inizialmente dai tre individui. Ora si rifletta al modo di raffigurare nel piano zone di equilibrio. Se noi misuriamo sopra i due assi le quantità scambiate *in totale* da uno qualsiasi dei contraenti, per esempio dall'individuo I, possiamo determinare, in base a *tutti* gli elementi del problema, la zona di equilibrio per I. Ogni punto di questa zona indica scambi di certe quantità x ed y da parte di I, ed implica, senza però indicarli, certi altri scambi complessivi per l'individuo II e per l'individuo III (scambi *complessivi*, cioè conclusi da II e da III con gli altri due individui). E' questa, a mio avviso, la sola raffigurazione possibile di zone di equilibrio nel piano, cosicchè deve escludersi il riferimento alle tre curve di contratti per coppie di individui. In questo modo si viene però a confermare che l'insieme delle sistemazioni eventuali per il contraente I (o per II, o per III) costituisce una superficie (sebbene di forma imprecisabile) e non già una linea: ciò è provato dal fatto che, nel caso in esame, il numero delle equazioni è inferiore di *due*, e non di *uno*, rispetto al numero delle incognite.

per semplicità s'intenda la produzione come funzione del solo *lavoro*, indicato con e . Detto allora f il prodotto, a la parte non ceduta (ossia consumata) ed x la parte non consumata, ossia ceduta in cambio di altro bene y , possiamo intendere l'utilità totale di X come dipendente, da un lato dalle quantità di beni disponibili per il consumo, dall'altro (in senso negativo) dal sacrificio sopportato nella produzione: questo sacrificio vien supposto semplice funzione di e , *indipendente* dall'utilità dei beni disponibili a seguito dello scambio:

$$P = \Phi(f(e) - x, y) - \pi(e) = \Phi(a, y) - \pi(e).$$

La ragione di scambio dei due beni sia espressa da $\text{tang } \theta = \frac{y}{x} = \frac{dy}{dx}$ ove θ è l'angolo formato da una *retta* che parte dall'origine e indica il percorso seguito nello scambio: il quale percorso abbia la lunghezza ρ . Orbene, supposto che siasi raggiunto un equilibrio *per* X , vogliamo ricercare le condizioni in cui tale equilibrio è instabile *secondo il criterio di Edgeworth*: ammettiamo cioè che, restando *immutata* la ragione di scambio, X rifletta alla convenienza di un ulteriore *piccolo scambio* unito all'opportuno adattamento della quantità prodotta. Se la convenienza c'è, possiamo dire che l'equilibrio è *instabile*, e, riscontrando i costi decrescenti, arriveremo anche a spiegare (secondo il pensiero di Edgeworth) la classe seconda delle curve marshalliane.

Ora è chiaro che, data l'indipendenza delle funzioni Φ e ψ , possiamo esaminare siffatta convenienza, in termini di utilità, considerando dapprima l'effetto dello scambio supplementare, e riflettendo poi al guadagno di utilità derivante da una accresciuta produzione (in vista del fatto che dopo l'incremento dello scambio non vi è più l'uguaglianza fra l'utilità marginale della parte consumabile di f e la penosità marginale del corrispondente lavoro). Diciamo pertanto che la derivata $\frac{d^2 P}{d \rho^2}$ è composta di due addendi, i quali corrispondono alle due considerazioni ora fatte.

Il primo addendo (indicando con φ_{aa} , φ_{ay} , φ_{yy} le derivate seconde della θ) è pari a

$$\varphi_{aa} \cos^2 \theta - 2 \varphi_{ay} \sin \theta \cos \theta + \varphi_{yy} \sin^2 \theta,$$

e risulta negativo certamente (perdita di utilità) quando i beni siano *complementari* (24) o indipendenti. Ci conviene appunto di *escludere* che i beni siano *concorrenti* (cioè succedanei) e riconoscere perciò il primo addendo come *negativo*, se vogliamo trovare quale influenza abbia sulla stabilità dell'equilibrio l'andamento del costo di produzione, ossia l'andamento della f (rendimento del lavoro).

Il secondo addendo, come abbiamo accennato poc'anzi, è positivo, perchè tende a ricondurre l'uguaglianza fra l'utilità marginale del prodotto consumabile (a) e la penosità marginale del lavoro. Si può scrivere questo addendo nella forma che segue (25):

$$\frac{\partial^2 P}{\partial \rho \partial e} \frac{de}{d\rho},$$

dove $\frac{\partial^2 P}{\partial \rho \partial e} = \cos \theta \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial e} = -(\varphi_{aa} \cos \theta - \varphi_{ay} \sin \theta) f'$, designando f' la prima derivata di f rispetto ad e ; e $\frac{de}{d\rho} = \frac{\varphi_{aa} \cos \theta - \varphi_{ay} \sin \theta}{\varphi_{aa} f'^2 + \varphi_a f'' - \pi'} f'$, essendo π' e f'' derivate (prima e seconda) di π e di f . Ci conviene di introdurre nelle espressioni ora scritte il rapporto fra l'incremento della produzione e l'incremento della quantità x ceduta nello scambio: detto questo rapporto $\frac{\delta f}{\delta x} = \frac{f'}{\cos \theta} \frac{de}{d\rho}$, è facile vedere che il secondo addendo, di cui ragioniamo, diviene: $(\varphi_{ay} \sin \theta \cos \theta - \varphi_{aa} \cos^2 \theta) \frac{\delta f}{\delta x}$.

Ora l'espressione in parentesi è positiva (nelle ipotesi fatte pre-

(24) Nell'analisi di Edgeworth l'espressione precedente non presenta, per errore, il segno — avanti al secondo termine. Questa svista, già annotata nel § 3, induce Edgeworth a supporre che i beni scambiati siano fra loro *concorrenti* o indipendenti ($\varphi_{ay} < 0$). Eseguita la correzione, è ovvio che il ragionamento sussiste come è indicato nel testo.

(25) Così, in sostanza, viene scritto dall'Edgeworth, a prescindere da un moltiplicatore 2 che non è giustificato. Indipendentemente da questo moltiplicatore, riesce poi impossibile seguire Edgeworth nella sua ultima illazione, evidentemente affrettata. Perciò nel testo proseguo la dimostrazione in modo autonomo, arrivando a una conclusione che *praticamente* coincide (dopo aver eseguito la correzione di cui alla nota precedente) con quella di Edgeworth.

Ora è molto improbabile che si verifichi il primo caso di questa disuguaglianza in presenza di beni complementari e di rendimenti *decrescenti* (sia pur lievemente; da notare che π'' appare sempre positivo); ed è poi praticamente *impossibile*, nelle stesse ipotesi, che $\frac{\delta f}{\delta x}$ sia così grande da rendere $\frac{d^2 P}{d \rho^2} > 0$. Si può concludere, quindi, che solo in presenza dei *rendimenti crescenti* si può avere un punto di equilibrio instabile (ossia di minimo) nella curva di domanda-offerta. Quando ciò si verificasse, la curva di domanda-offerta sarebbe certamente del tipo secondo marshalliano; e pertanto può sembrare che la dimostrazione dell'Edgeworth, con le correzioni indicate, fornisca una spiegazione esauriente della classe II di Marshall.

6. — Nondimeno, è sfuggita all'Edgeworth una spiegazione ben più semplice e verosimile di codesto tipo di curve. Infatti, anche all'infuori dell'ipotesi di punti di *minimo*, si può verificare un equilibrio (*stabile*) per la classe II di Marshall: mi limito a dimostrarlo nell'ipotesi di beni indipendenti, essendo ovvio che un certo grado di complementarità fra i beni può alterare la conclusione, contribuendo a rendere talvolta instabile l'equilibrio, nel senso già chiarito.

Mentre per il bene y (non prodotto da X) possiamo supporre senz'altro una certa curva di utilità (o di domanda), per il bene x bisogna costruire una curva che metta in relazione l'utilità marginale (o prezzo) del bene con la quantità di esso eccedente il consumo, cioè con la differenza fra la quantità producibile a pari costo marginale (il valore z della nota precedente) e la quantità consumata.

giore dell'unità (come nella figura), ma si può escludere *praticamente*, fin quando z non abbia un andamento opposto a quello indicato nella figura, che l'incremento della produzione possa arrecare un vantaggio superiore al danno derivante dalla continuazione dello scambio. E ciò in vista del fatto che φ_{xy} è, di regola notevolmente inferiore a $-\varphi_{yy}$ (ed anche a $-\varphi_{xx} \cot \theta$): nella figura ciò non appare perchè si è posta artificialmente una condizione sfavorevole, senza per questo avere un equilibrio instabile.

S'intende che tali quantità sono quelle di equilibrio, cosicchè ci basta di considerare le due elasticità: elasticità di offerta (η) per questa seconda curva, ed elasticità di domanda (ϵ) per la prima curva relativa al bene y . Orbene, se si ammette che η sia negativa (curva decrescente) e minore di -1 (il che non implica che la curva dei costi z sia ugualmente rigida, essendovi pure il consumo interno, più o meno elastico), e se l'elasticità ϵ si suppone ancora minore di η l'equilibrio è *stabile* sebbene la curva di domanda-offerta presenti le proprietà della classe II di Marshall. Per comprendere tale risultato basta applicare una formula generale da me presentata in altro studio (27).

Naturalmente, con ciò non intendo dire che la curva di tipo II marshalliano è pienamente spiegata, giacchè, a mio parere, essa in ogni caso è legata ad elementi dinamici di variazione dei costi e delle utilità *attraverso il tempo*, con interferenze fra i costi medesimi e le utilità. Il problema in tal modo diviene assai complesso, ed i successivi rilievi dell'Edgeworth sopra i « mutamenti organici » (cfr. § 9) cadono qui esattamente a proposito.

7. — *d*) Sopra il processo di reiterazione contrattuale, dal quale, secondo l'Edgeworth, viene a risultare in definitiva la zona di indeterminatezza, vi è da osservare che esso è configurato come se in vari Y (supposti in posizione iniziale di vantaggio di fronte agli X) ricontrattassero ciascuno per proprio conto (28). Ora quest'ipotesi dà luogo a dubbi, non essendo chiaro come il sistema possa effettivamente allontanarsi dal punto originario, con vantaggio degli X , senza una qualche *combinazione* fra gli X da un lato e fra gli Y dall'altro. Ciò riduce l'importanza pratica della *curva dei contratti* e pone in maggior risalto (ove manchino combinazioni) le *curve di domanda* (29). L'indeterminatezza, in concreto, può essere dunque

(27) V. DOMINEDO', *Considerazioni intorno alla teoria della domanda*, Parte II, formula [23], in « Giornale degli Economisti », novembre 1933.

(28) *Math. Psychics.*, pag. 37 [229] e 143 [319] nota.

(29) Lo stesso Edgeworth, del resto, ammette (si veda ad es. pag. 48

eliminata dall'affermarsi dei *più forti*, i quali modificano le loro domande (a prezzo *uniforme*) in modo da ottenere il massimo vantaggio possibile date le varie attitudini di domanda e di offerta dominanti sul mercato; nè a questo scopo occorre che *tutti* gli *Y* siano forti di fronte agli *X*.

8. — *e*) I problemi utilitari, ai quali Edgeworth dedica molta attenzione, richiedono, come abbiamo già visto, il postulato della misurabilità e confrontabilità del piacere. Ma è degno di nota che, ove si consideri la diversa capacità di lavoro e di godimento degli individui, *non* si perviene a una distribuzione uguale del lavoro e dei mezzi di godimento. Ciò è messo bene in rilievo dall'Edgeworth, il quale appunto arriva alla negazione dei principi di assoluta uguaglianza, nel campo economico al pari che nel campo politico.

Il criterio generale della trattazione matematica è quello di fissare *ad un solo livello per tutti* le utilità e le penosità marginali: con tale criterio, però, qualora non si ammettano speciali graduatorie e funzioni individuali di utilità e penosità, non è detto che tutti gli individui giungano a lavorare fino al punto in cui la curva di penosità marginale interseca quella di utilità marginale. Qualche dubbio, inoltre, sorge a proposito dell'affermazione dell'Edgeworth, secondo la quale occorre confrontare la fatica sopportata da individui che compiono lavori *analoghi*, sia pure in diverse forme di produzione, non già quella di individui che partecipano con *qualità diverse* di lavoro (30).

[237] e 116 (295) che nella pratica il sistema può rimanere, *per condizione imposta*, sopra una delle curve di domanda. Sopra l'importanza e il significato di *continuo adattamento*, proprio della reiterazione contrattuale, si confronti pure il vol. II dei *Papers*, pag. 311 e 313 e segg.

L'argomentazione dell'Edgeworth, inerente al vantaggio che può derivare dalla reiterazione contrattuale ai contraenti *X* (*lavoratori*) i quali più facilmente possono *dividersi* tra loro i contraenti dell'altra parte (gli imprenditori), è stata respinta, in considerazione della varietà di attitudini, abilità e caratteristiche degli imprenditori, da J. R. Hicks: vedasi *La teoria dei salari*, in «Nuova Collana Economisti», vol. XI, pag. 378.

(30) *Math. Psychics*, pag. 66 [250]. Probabilmente l'A., con tale afferma-

Per la felicità di una serie di generazioni, l'Edgeworth fa intervenire nel ragionamento matematico le *probabilità* di generare individui aventi uguale o diversa capacità di godimento, cosicchè dovrebbe derivarne (ma le conclusioni appaiono incerte) un criterio di selezione eventualmente forzata.

Il lettore non sfugge all'impressione che lo svolgimento dell'etica utilitaria, nella *Psichica*, presenti incertezze e risulti nel complesso inferiore alla trattazione del calcolo economico e dello scambio.

9. — *f*) Infine giova ricordare che la stessa *Psichica matematica*, se non ci presenta espliciti accenni alle variazioni dinamiche dei gusti e delle possibilità di produzione, prepara tuttavia — mediante l'analisi dei rendimenti crescenti — il concetto successivamente sviluppato dei « mutamenti organici ». Negli scritti vari che seguono la *Psichica*, e particolarmente nello studio del commercio internazionale e nell'analisi dei costi decrescenti (in confronto del Pigou e di altri autori), Edgeworth prende invero una posizione decisamente *dinamica*. Ammette la decrescenza dei costi *come spostamento di curve*, che si attua *attraverso il tempo*.

Questa concezione, non meno di tante altre da lui perfezionate nei particolari, presenta germi fecondi di sviluppo non ancora esauriti. Possiamo dunque concludere riaffermando la modernità e grandezza delle trattazioni del nostro Autore che, sebbene rimangano estranee all'analisi del tempo come elemento di variazione congiunturale, sono tuttavia un modello di penetrante e suggestiva analisi. Le teorie odierne dell'utilità (intesa quale campo generale di scelte), della concorrenza imperfetta e del monopolio, della distribuzione, dei costi crescenti e congiunti si rifanno in buona parte agli scritti di lui. Quando poi si rifletta all'importanza delle dottrine della *pacificazione sociale*, da lui impostate per primo con atteggiamento

zione ha voluto rafforzare il concetto delle disuguaglianze ed economiche individuali.

umano e con spirito scientifico ad un tempo, non si può non auspicare che l'opera di Edgeworth — così vicina, del resto, a quella di Pareto almeno per l'economia (31) — possa avere ancora seguaci e continuatori.

(31) Giacchè i fondamenti della sociologia paretiana sono più freddamente positivi dell'*etica* utilitaria di Edgeworth.