

2. Dalla critica di Lucas ai giochi dinamici

di Maria Luisa Petit

1. Introduzione

«The rational expectations revolution in macroeconomics and game theory have combined to produce a far more sophisticated approach to the analysis of policy than was the state-of-the-art a decade ago» [S. Fischer 1988, 330]. È infatti vero che, in seguito alla «rivoluzione delle aspettative razionali» ed alla «critica di Lucas» in particolare, la ricerca nel campo della modellistica macroeconomica ha subito un notevole impulso lungo linee del tutto diverse da quelle tradizionali. Un approccio che sia esente dalle critiche sollevate da Lucas si presenta da un punto di vista teorico come alternativo alla macroeconomia tradizionale. L'applicazione empirica dei nuovi modelli, tuttavia, presenta ancora notevoli difficoltà di carattere tecnico. Il nuovo approccio, quindi, non sembra in grado di costituire, per il momento, un'alternativa ai metodi tradizionali di valutazione *quantitativa* della politica economica criticata da Lucas.

In questo lavoro si muoverà dalla critica di Lucas per evidenziare i limiti dell'approccio tradizionale di valutazione della politica economica ed esaminare poi l'evoluzione del metodo di analisi proposto dai nuovi economisti classici. Così, dopo un'esame della tesi di Lucas (paragrafo 2), si dimostrerà analiticamente, nel paragrafo 3, come le decisioni di comportamento ottimali varino in seguito a cambiamenti nell'ambiente, e in particolare a cambiamenti nelle regole di politica economica. Si vedrà poi, nel paragrafo 4, come sia proprio l'approccio basato sull'ottimizzazione dinamica a consentire di superare la critica di Lucas e a condurre inoltre, come si vedrà nel paragrafo 5, verso una nuova visione dei problemi di politica economica basata sui giochi dinamici. Il ricorso ai giochi dinamici permette infatti di cogliere i principali aspetti dell'interazione fra governo e settore privato e costituisce una fondamentale base metodologica della nuova macroeconomia classica.

Come si vedrà in particolare nel corso di questo lavoro, proprio alcuni metodi matematici – segnatamente i metodi di controllo ottimale ed i giochi dinamici, il cui utilizzo a scopi di valutazione della politica economica è stato criticato da Lucas – sono diventati i metodi privilegiati dei nuovi economisti classici. Infatti, sono proprio questi metodi di ottimizzazione dinamica che consentono di costruire

modelli in grado di tenere adeguatamente conto dell'interrelazione esistente fra le regole di politica economica e le decisioni di comportamento dei privati e di superare quindi la critica di Lucas. Non è pertanto messo in discussione l'utilizzo di certi metodi di analisi ma semplicemente il *quadro* nell'ambito del quale questi vengono usualmente utilizzati.

È infine il caso di sottolineare due punti. Innanzitutto Lucas non esclude l'utilizzo di modelli quantitativi per l'analisi di politica economica: «utili dibattiti sulla politica economica sono in ultima analisi basati su *modelli*, non nel senso che le decisioni di politica economica possano essere prese in modo automatico una volta per tutte senza bisogno di giudizi individuali, ma nel senso che i partecipanti al dibattito devono avere, in modo esplicito o implicito, un qualche modo di operare una connessione quantitativa fra le politiche economiche e le loro conseguenze» [Lucas 1987, 6]. La sua tesi quindi non è di eliminare i modelli empirici ma di costruire «utili modelli economici» [*Ibidem*] che tengano conto in modo corretto degli effetti di regole alternative di politica economica sulla struttura delle relazioni che descrivono il comportamento del settore privato.

In secondo luogo, la critica di Lucas è indipendente dal fatto che le aspettative degli agenti economici siano aspettative razionali. Ciò che è soltanto richiesto è che essi prendano in considerazione *il futuro* nel momento in cui prendono le loro decisioni. Ciò implica necessariamente una qualche ipotesi sul meccanismo di formazione delle aspettative ma non necessariamente che tale meccanismo sia quello delle aspettative razionali [vedi Buiter 1980; Sims 1982]. Questo punto deve essere chiaro fin dall'inizio per evitare l'assai frequente commistione fra ipotesi di aspettative razionali e nuova macroeconomia classica¹.

2. La critica di Lucas

L'uso di modelli econometrici al fine di valutare gli effetti di politiche economiche alternative poggia sull'ipotesi che le relazioni che descrivono il comportamento degli agenti economici non siano altera-

¹ La seguente frase dello stesso Lucas [1981, 1-2] è piuttosto illuminante al riguardo: «L'ipotesi di John Muth delle aspettative razionali è un principio tecnico di costruzione dei modelli, non una teoria macroeconomica distinta e globale. La ricerca recente che ha utilizzato questo principio ha rinforzato molte delle raccomandazioni di politica economica di Milton Friedman e di altri monetaristi del dopoguerra, ma ha contribuito poco, se ha contribuito, a proposte originali di politica economica».

te in conseguenza di variazioni dell'ambiente («environment») nel quale detti agenti si muovono. Poiché cambiamenti nelle regole di politica economica costituiscono cambiamenti di ambiente, quella ipotesi implica che le regole di comportamento degli agenti economici «privati» (cioè del settore privato) non si modifichino in seguito a variazioni nelle regole di politica economica. Lucas, nel suo ormai famoso articolo del 1976, sostiene che tale ipotesi non è legittima per la maggior parte dei modelli macroeconomici esistenti, in particolare per quelli di ispirazione keynesiana, e critica pertanto l'utilizzo di tali modelli ai fini di quelle che egli chiama previsioni *condizionali*, cioè previsioni sull'andamento futuro delle variabili endogene del modello condizionate da valori specifici delle variabili di politica economica.

Secondo Lucas, i metodi di valutazione della politica economica basati su modelli econometrici, quindi, possono dare luogo ad errori molto seri perché in essi vengono usualmente ignorati i legami fra le azioni del governo e le decisioni del settore privato che derivano dalle *aspettative* di quest'ultimo. «Per ottenere le decisioni di comportamento [...] dobbiamo attribuire agli individui una qualche idea sul valore *futuro* delle variabili per loro rilevanti» [Lucas 1976, 263], e ancora, «gli agenti si *dovranno* formare un'opinione su come la politica economica *futura* verrà svolta al fine di decidere su come reagire alle politiche *correnti*» [Lucas 1987, 18]. Quando non si tiene conto in modo adeguato di tali aspettative, la struttura delle equazioni di comportamento che caratterizzano i modelli varierà sistematicamente sotto gli effetti di politiche economiche alternative. Di conseguenza, i risultati ottenuti nell'ipotesi di invarianza dei parametri saranno devianti e tali da indurre i responsabili della politica economica a seguire politiche economiche sbagliate.

Per cogliere i tratti essenziali di questa critica, si consideri, seguendo Lucas [1976], un modello econometrico dinamico standard che, scritto in forma implicita, può essere definito da

$$[1] \quad \dot{x}(t) = F[x(t), u(t), \theta, z(t)]$$

dove $x(t) \in X(t)$ è un vettore di variabili di stato, $u(t) \in U(t)$ è un vettore di variabili di politica economica o variabili di controllo e $z(t) \in Z(t)$ è un vettore di variabili casuali indipendentemente ed identicamente distribuite nel tempo. Gli insiemi $X(t)$, $U(t)$ e $Z(t)$ sono definiti per ciascun $t \in [t_0, t_f]$. La forma di F è determinata a priori e θ è un vettore di parametri stimato mediante i valori passati (osservazioni) di $x(t)$ e $u(t)$. Un modello in forma normale come quello descritto dalla [1] viene in generale ottenuto a partire dalle equazioni strutturali che descrivono relazioni di comportamento, identità, condizioni di equilibrio, ecc.

Si definisca ora una *politica* come una particolare specificazione dei valori correnti e futuri di $u(t)$. Ciò implica che un cambiamento nella politica economica non può essere definito come un singolo diverso intervento ma come un cambiamento sistematico del modo in cui le variabili di politica economica vengono determinate. Una politica può quindi essere definita da una regola a *feedback* del tipo

$$[2] \quad u(t) = G[x(t), \lambda, \mu(t)]$$

dove la forma di G è nota, λ è un vettore di parametri noti e $\mu(t)$ è un vettore di disturbi. Al fine di valutare l'effetto di politiche economiche alternative sull'andamento delle variabili endogene $x(t)$ basta modificare la forma di G o gli elementi del vettore λ . Così, ad esempio, se si ipotizza che λ assuma il nuovo valore $\tilde{\lambda}$, la nuova regola di politica economica sarà data da

$$[3] \quad \tilde{u}(t) = G[x(t), \tilde{\lambda}, \mu(t)]$$

e l'andamento delle variabili endogene in seguito alla nuova regola sarà ottenuto semplicemente sostituendo la [3] nella [1], cioè

$$[4] \quad \dot{x}(t) = F[x(t), \tilde{u}(t), \theta, z(t)]$$

Lucas critica questo procedimento poiché esso non tiene conto del fatto che i parametri del modello non rimarranno invariati sotto l'effetto delle diverse regole di politica economica. In effetti, se si vuole portare a termine una valutazione corretta del comportamento del sistema economico occorre considerare anche gli effetti di una variazione di λ sul vettore dei parametri θ . In tal caso, l'andamento di $x(t)$ sarebbe descritto in modo corretto da

$$[5] \quad \dot{x}(t) = F[x(t), \tilde{u}(t), \theta(\tilde{\lambda}), z(t)]$$

Ciò significa che qualsiasi tipo di simulazione su un modello econometrico deve essere effettuata tenendo conto dei due diversi effetti sull'andamento di $x(t)$ che un cambiamento nelle regole di politica economica può avere: (a) l'effetto diretto di un diverso sentiero temporale di $u(t)$; e (b) l'effetto indiretto di una variazione indotta di θ . Pertanto, la valutazione degli effetti di un cambiamento nella politica economica effettuata sulla base dell'ipotesi che θ rimanga invariato condurrà a indicazioni distorte sulle politiche da seguire.

Una spiegazione intuitiva del cambiamento indotto di θ fornita dallo stesso Lucas [1976] [vedi anche, fra gli altri, Shiller 1978; Buitter 1980; McCallum 1980] è la seguente: la stima del vettore θ è

ottenuta sulla base di serie temporali delle variabili endogene e delle variabili di politica economica relative ad un dato intervallo temporale. Il vettore θ caratterizza quindi il comportamento (supposto ottimale) degli agenti economici privati in un contesto in cui le variabili di politica economica hanno seguito il sentiero temporale descritto dalle corrispondenti serie storiche. Se ora invece si ipotizza, nell'esercizio di simulazione, che gli strumenti di politica economica siano determinati in base ad una nuova regola e quindi che seguano un sentiero temporale diverso, le regole di comportamento dei privati, caratterizzate dal vettore θ , saranno anch'esse diverse, in quanto una regola di politica economica differente creerà differenti aspettative sulle azioni future del governo. Inoltre, come Lucas [1976] sostiene, variazioni nelle regole di politica economica possono dare luogo a cambiamenti *immediati*, e non solo lenti e gradualmente, nei parametri stimati θ .

Che siano le aspettative, e quindi una qualche visione del futuro, alla base del cambiamento di struttura delle regole decisionali degli agenti economici è messo in rilievo anche in altri lavori successivi [Lucas e Sargent 1981, Lucas 1981, 1987]. In questi ultimi, tuttavia, l'accento principale viene spostato sul fatto che la struttura delle regole di decisione *ottimali* varia in seguito a cambiamenti nell'ambiente che circonda gli agenti economici. Poiché gli agenti economici privati seguono un comportamento *ottimizzante*, le equazioni strutturali di un modello econometrico descriveranno decisioni *ottimali*. E poiché le regole di decisione ottimali variano sistematicamente al variare delle regole di decisione di altri agenti – e, in generale, al variare della struttura di qualsiasi processo stocastico esogeno che caratterizza l'ambiente – cambiamenti nelle regole di politica economica altereranno i cosiddetti parametri strutturali delle equazioni di un modello econometrico.

In sostanza, comunque, i due motivi di critica sono riconducibili ad uno solo, dato che, come si vedrà in seguito, le regole di decisione ottimali considerate da questi autori sono il risultato di problemi di ottimizzazione *intertemporale* e quindi ottenute prendendo in considerazione l'andamento *futuro* di tutte le variabili rilevanti [vedi Lucas e Sargent 1981, dove questo punto è chiaramente spiegato]. L'ottimizzazione dinamica introduce quindi nel problema di decisione del settore privato le aspettative sulle decisioni future del governo, che è un punto cruciale nel nuovo modo di vedere i problemi di politica economica: «gli agenti privati devono necessariamente formarsi un'opinione sul modo in cui la politica fiscale e monetaria futura sarà condotta. Se consideriamo la politica economica come se essa coinvolgesse soltanto ciò che il governo farà oggi – cioè se la consideriamo nei termini che dominano il dibattito corrente – allora stiamo

lasciando fuori da tale dibattito gli aspetti più importanti della politica economica, così come l'analisi delle sue conseguenze» [Lucas 1987, 103-104].

Pur se la critica di Lucas si riferisce all'impiego abituale dei modelli econometrici per la simulazione di politiche economiche alternative, essa può essere estesa a qualsiasi metodo di valutazione della politica economica, includendo tecniche più sofisticate quali quelle basate sulla controllabilità dinamica, sul controllo ottimo e sui giochi dinamici. La ricerca di traiettorie o regole di controllo capaci di condurre un sistema economico lungo (o il più vicino possibile a) un sentiero prefissato viene effettuata sulla base dell'ipotesi che politiche economiche alternative lascino inalterata la struttura delle equazioni che descrivono il modello considerato: se tale ipotesi non è soddisfatta è allora possibile che le traiettorie di controllo ottenute allontanino il sistema dal sentiero ideale invece di spingerlo verso di esso.

Infatti, quando si applicano metodi di controllo ottimo o giochi dinamici, la regola ottimale viene scelta fra le varie possibili regole di politica economica del tipo [2]. Una regola di controllo ottimale è il risultato dell'ottimizzazione di una o più funzioni obiettivo che riflettono le preferenze dei responsabili della politica economica, sotto il vincolo espresso da un modello econometrico che descrive il comportamento del sistema economico considerato. Tuttavia, un modello econometrico come quello descritto dalla [1] non è una corretta specificazione dell'insieme dei vincoli poiché, come si è visto, i suoi parametri non sono invarianti rispetto a regole di politica economica alternative.

L'utilizzo di metodi di controllo ottimo a fini di valutazione della politica economica è stato ulteriormente criticato da Sargent [1984]: la sua interpretazione, come vedremo poi, dà alla critica di Lucas un respiro più ampio. Sargent sostiene che il «gioco» ipotizzato fra il governo e il settore privato durante il periodo campionario sul quale un dato modello econometrico è stato stimato, è diverso dal gioco ipotizzato quando lo stesso modello viene utilizzato a scopi di valutazione della politica economica, specialmente quando si usano metodi di controllo ottimo. L'ipotesi consueta alla base della stima di un modello è, secondo Sargent, che gli strumenti di politica economica del governo seguano, durante il periodo campionario, processi stocastici più o meno *arbitrari*, mentre le decisioni dei privati sono il risultato di problemi di ottimizzazione dinamica: i parametri di un modello econometrico sono quindi un risultato di detta ipotesi. Tuttavia, quando il modello viene successivamente utilizzato in applicazioni di controllo ottimo, è necessario ipotizzare che anche il governo *ottimizzi*, cioè che le variabili di politica economica seguono sentieri temporali ottimali. L'ipotesi di comportamento asimmetrico del governo e

del settore privato che caratterizzava il periodo considerato nella stima viene quindi sostituita dall'ipotesi di comportamento simmetrico, in base al quale i due giocatori ottimizzano nel gioco dinamico di politica economica. «Una soluzione di questo gioco dinamico sarà in generale un processo stocastico per l'economia che differisce da quello svoltosi durante il periodo campionario» [Sargent 1984, 410].

Queste considerazioni mostrano che le implicazioni della tesi di Lucas sono tutt'altro che trascurabili e investono la pratica, estremamente diffusa nel campo dell'analisi economica quantitativa, di valutare gran parte delle decisioni di politica economica in base a modelli macroeconomici².

3. Decisioni ottimali di comportamento

Il significato della critica di Lucas può essere meglio compreso quando si considerino direttamente le decisioni di comportamento degli agenti economici privati come il risultato di un processo di ottimizzazione dinamica, cioè dell'ottimizzazione di una funzione obiettivo intertemporale che descriva le preferenze individuali. Così, ad esempio, gli agenti economici programmano il consumo corrente e futuro risolvendo un problema di massimizzazione di una funzione di utilità attesa. Poiché un processo di ottimizzazione si svolge nell'ambito di un contesto dato – cioè il problema è risolto, dati i vincoli definiti da un determinato ambiente stocastico – la struttura delle decisioni di consumo dei privati cambierà al variare di un qualsiasi elemento di tale ambiente. «Immaginare che ciò non sia vero significa ipotizzare che la soluzione di un problema di massimizzazione non cambia in seguito a variazioni nella funzione obiettivo da ottimizzare» [Lucas 1987, 11].

È possibile esaminare questo problema in modo molto semplice prendendo in considerazione un problema di ottimizzazione dinamica lineare quadratico [vedi Lucas e Sargent 1981, Lucas 1987, per il caso generale; e Chow 1981, 1987, per il caso discreto]. Consideriamo quindi il seguente sistema di equazioni differenziali

$$[6] \quad \dot{x}(t) = Ax(t) + B_1 u_1(t) + B_2 u_2(t) + z(t)$$

² Com'è noto la critica di Lucas è stata a sua volta messa in discussione. Le obiezioni sollevate, tuttavia, non sono state di grande peso (sono al massimo servite a delimitare una «zona», peraltro estremamente ristretta, di non applicabilità della critica stessa) e si può dire che il problema posto da Lucas è oggi quasi generalmente accettato.

che descrive la legge di movimento delle variabili di stato $x(t) \in X(t)$, ad esempio, del tasso d'inflazione, del reddito, ecc. Tali variabili sono sotto il parziale controllo degli agenti economici in quanto, in questo caso, il vettore di controllo $u_1(t) \in U_1(t)$ rappresenta le variabili di decisione del settore privato che possono essere, ad esempio, le spese per consumi, per investimenti, la domanda di moneta, ecc., mentre il vettore di controllo $u_2(t) \in U_2(t)$ rappresenta gli strumenti di politica economica del governo, ad esempio, la spesa pubblica, l'offerta di moneta, ecc.; $z(t) \in Z(t)$ è un vettore di variabili stocastiche indipendenti e normalmente distribuite. Le matrici A , B_1 e B_2 sono matrici costanti con le dimensioni richieste. Ci sono quindi una serie di relazioni fisse (che Lucas chiama «fixed technology») che descrivono l'andamento di $x(t)$, date le azioni degli agenti economici $u_1(t)$ e $u_2(t)$ e le azioni della «natura» $z(t)$. Si noti che le variabili di comportamento del settore privato non sono parte del vettore di stato $x(t)$ come nella (1), ma sono date dal vettore $u_1(t)$.

Supponiamo ora che le regole di politica economica siano descritte da

$$[7] \quad u_2(t) = G_2 x(t) + g_2,$$

dove G_2 e g_2 sono rispettivamente una matrice e un vettore di elementi costanti. Il processo stocastico che determina $z(t)$ e le regole di politica economica descritte dalla [7] costituiscono l'ambiente nel quale gli agenti economici privati si muovono.

Sostituendo la regola [7] nel sistema [6], il modello diventa

$$[8] \quad \dot{x}(t) = \hat{A}x(t) + B_1 u_1(t) + B_2 g_2 + z(t),$$

dove $\hat{A} = A + B_2 G_2$.

Supponiamo ora che la funzione obiettivo che rappresenta le preferenze del settore privato sia data da

$$[9] \quad J_1(u_1) = \int_0^T [\bar{x}'(t)Q_1(t)\bar{x}(t) + \bar{u}'_1(t)R_1(t)\bar{u}_1(t)]dt$$

dove u_1 rappresenta le decisioni $u_0(t)$ del settore privato relative a ciascun $t \in [t_0, t_f]$; il tratto sulle variabili indica deviazioni dai loro rispettivi valori ideali e le matrici $Q_1(t)$ e $R_1(t)$ sono matrici simmetriche con le dimensioni richieste e tali che $Q_1(t)$ sia positiva semidefinita ($Q_1(t) \geq 0$) e $R_1(t)$ positiva definita ($R_1(t) > 0$). Le decisioni ottimali degli agenti privati ottenute dalla minimizzazione della speranza matematica della [9], dato il vincolo [8] e lo stato iniziale $x(t_0)$, sono date da

$$[10] \quad u_1(t) = G_1(t)x(t) + g_1(t), \quad t \in [t_0, t_f]$$

dove $G_1(t)$ e $g_1(t)$ sono rispettivamente una matrice ed un vettore definiti da

$$[11] \quad G_1(t) = -R_1^{-1}(t)B_1'K(t)$$

e

$$[12] \quad g_1(t) = R_1^{-1}(t)B_1'k(t) + u_1^D(t),$$

e dove $K(t)$ è la soluzione dell'equazione matriciale di Riccati

$$[13] \quad \dot{K}(t) = -K(t)\hat{A} - \hat{A}'K(t) + K(t)B_1 R_1^{-1}(t)B_1'K(t) - Q_1(t)$$

e $K(t)$ è la soluzione dell'equazione differenziale vettoriale

$$[14] \quad \dot{k}(t) = [K(t)B_1 R_1^{-1}(t)B_1' - \hat{A}']k(t) + K(t)B_1 u_1^D(t) - Q_1(t)x^D(t) + K(t)B_2 g_2.$$

Poiché si tratta di un problema lineare quadratico il principio di equivalenza di certezza multiperiodale risulta soddisfatto [vedi Chow 1975, Cap. 7].

Si può facilmente osservare dalle equazioni [13] e [14] che sia $K(t)$ che $k(t)$ dipendono da $\hat{A}(t)$ e quindi dalla regola di politica economica [7]. Pertanto, qualsiasi cambiamento in G_2 darà luogo ad un diverso $G_1(t)$. Risulta così evidente che, se la regola di politica economica cambia, le decisioni ottimali degli agenti economici privati descritte dalla [10] cambieranno di conseguenza.

Un altro punto importante da tenere presente è che la regola di decisione ottimale [10], al tempo t , dipende dalla struttura del modello e dai parametri della funzione obiettivo relativi allo stesso tempo t e a momenti successivi del tempo³. Ciò significa che le decisioni correnti del settore privato dipendono non solo dallo stato corrente del sistema e dalle decisioni correnti di politica economica, ma anche

³ Ciò si può vedere agevolmente se si considera che, dall'Eq. [14] del testo, è possibile ottenere la seguente relazione

$$k(t) = \Lambda^{-1}(t_f; t)k(t_f) - \int_t^{t_f} \Lambda^{-1}(\tau; t)[K(\tau)B_1 u_1(\tau) - Q_1(\tau)x^D(\tau)]d\tau,$$

dove $\Lambda(t; t_0)$ è la matrice di transizione del sistema [14]. Vedi Athans e Falb [1966, Cap. 9].

dai valori futuri di tali elementi. «In altre parole, se non conosciamo esattamente il futuro, allora non possiamo sperare di reagire adesso in un modo ottimale preciso» [Athans e Falb 1966, 799]. Questo punto – che assume notevole rilevanza nella nuova visione dei problemi di politica economica – è anche chiaramente sottolineato in Lucas e Sargent [1981].

L'analisi svolta serve quindi a porre l'accento sul fatto che le equazioni di comportamento cosiddette «strutturali» che generalmente caratterizzano i modelli econometrici non possono essere considerate tali, poiché non sono invarianti a regole di politica economica alternative. Tale analisi tuttavia, in quanto permette di tenere conto degli effetti di cambiamenti nelle regole di politica economica sulle equazioni di comportamento dei privati, diventa il punto di partenza di un approccio alternativo che, come ora vedremo, permette di superare la critica di Lucas.

4. È possibile superare la critica di Lucas?

Il problema sollevato da Lucas ha spinto sia la ricerca teorica che quella applicata verso la specificazione di modelli che possano essere correttamente utilizzati a fini di valutazione della politica economica, perché permettono di tenere conto degli effetti di regole di politica economica alternative sulla struttura delle decisioni di comportamento dei privati.

Due diversi approcci sono stati seguiti. Il primo consiste nell'introdurre esplicitamente le aspettative nel modello. Ciò è stato fatto in particolare con riferimento alle aspettative razionali. Un modello econometrico nel quale tali aspettative siano correttamente specificate può essere usato per valutare politiche economiche alternative e per ottenere regole ottimali di politica economica, dato che l'ipotesi che i privati anticipino l'impatto sul sistema delle politiche future del governo è già direttamente incorporata nel modello.

Se le aspettative razionali degli agenti economici, in particolare quelle relative ai valori futuri delle variabili di politica economica, sono l'unica fonte potenziale di variazione dei parametri della forma ridotta [...] i parametri delle equazioni dinamiche con aspettative sono invarianti rispetto a cambiamenti nelle regole di politica economica. Quindi, il problema di politica economica può essere visto come quello della massimizzazione della funzione obiettivo del «policy-maker» soggetto a una (o a un insieme di) equazioni dinamiche che si differenziano dalle equazioni ordinarie [...] per la presenza di aspettative [Whiteman 1986, 1388].

Questa linea di ricerca è stata presa in considerazione in particolare da Taylor [1979], Chow [1980, 1981], Wallis [1980] e White-man [1986]. Peraltro, essa muove implicitamente dal presupposto che la critica di Lucas sia sostanzialmente riconducibile ad un problema di non corretta specificazione del modello.

Questo approccio tuttavia comporta numerose difficoltà di carattere sia teorico che tecnico. Infatti, oltre al problema di una corretta specificazione delle aspettative [vedi, ad esempio, Taylor 1980], ulteriori difficoltà si incontrano nella stima di modelli con aspettative razionali e nell'utilizzo di tali modelli a fini di simulazioni, previsioni e controllo ottimo.

L'altra linea di ricerca proposta per superare la critica di Lucas – e ormai decisamente adottata dai nuovi economisti classici – pur se di interesse teorico, presenta anch'essa notevoli problemi dal punto di vista pratico. Il punto di partenza consiste nel tentativo di stimare relazioni economiche *stabili*: tali cioè da non essere sensibili a variazioni nelle strategie di politica economica o ad altri *shocks* esogeni. Da queste relazioni stabili dovrebbero poi essere ottenute le decisioni (ottimali) di comportamento degli agenti economici. Le relazioni stabili da sottoporre a stima sono quelle che descrivono i gusti e la tecnologia poiché si suppone che i parametri strutturali che caratterizzano questo tipo di relazioni non siano alterati da cambiamenti nelle decisioni di politica economica⁴.

L'analisi econometrica dovrebbe pertanto essere indirizzata verso la stima dei parametri di funzioni di utilità e di funzioni di produzione, e quindi verso la stima dei parametri che caratterizzano le funzioni obiettivo degli agenti economici [vedi, ad esempio, Sargent 1979, 1981; Hansen e Sargent 1980, 1982; Hansen e Singleton 1982; Chow 1981, 1983; Kydland e Prescott 1982; Hotz et al. 1988]. Una volta stimate queste relazioni stabili, chiamate relazioni «profonde» («deep relations») del sistema economico, è possibile ottenere dalle stesse le decisioni ottimali degli agenti economici per il periodo considerato. Come si è visto infatti nel precedente paragrafo, la possibilità di ottenere le decisioni degli agenti economici dall'ottimizzazione di una funzione obiettivo intertemporale permette di valutare gli effetti di politiche economiche alternative sulla struttura di tali decisioni e di superare quindi la critica di Lucas.

⁴ «Un modello di equilibrio è, per definizione, costruito in modo tale da prevedere come agenti economici con gusti e tecnologia stabili sceglieranno la loro risposta a una nuova situazione» [Lucas 1981, 22]. «Sembra ragionevole attendersi che né i gusti né la tecnologia cambieranno sistematicamente in seguito a variazioni nelle politiche anticicliche» [Lucas 1977, 12].

Questa linea di ricerca – già indicata da Lucas [1976] e riproposta con maggiore enfasi e lucidità in Lucas e Sargent [1981] – sembra essere oggi uno dei temi più importanti della nuova macroeconomia, come risulta anche dai recenti libri di Lucas [1987] e di Sargent [1987].

La principale difficoltà di questo tipo di analisi, d'altra parte, è la stima delle funzioni obiettivo i cui parametri sono ritenuti stabili e da cui ottenere le regole di decisione ottimale. Tale difficoltà è chiaramente riconosciuta da Kydland e Prescott [1980]:

La teoria non è completa finché i parametri che caratterizzano le preferenze e la tecnologia [...] non siano specificati. Un approccio sarebbe di stimare i parametri usando, ad esempio, tecniche di massima verosimiglianza. Ma poiché ciò è impraticabile dati i metodi computazionali attuali ed i calcolatori oggi esistenti (p. 182)

si propone un approccio alternativo che consiste nell'assegnare ai parametri in questione valori ritenuti «ragionevoli», ricavati da precedenti stime di altri modelli («calibration» approach). Lo stesso approccio è utilizzato in Kydland e Prescott [1982, 1988] dove, oltre ai valori dei parametri attribuiti nel modo ora accennato, altri parametri vengono «stimati» per tentativi, assegnando ad essi valori arbitrari e scegliendo infine quelli che danno migliori risultati [Kydland e Prescott 1982], oppure ricavati sfruttando le relazioni (teoriche) esistenti fra alcuni parametri e variabili del modello considerato [Kydland e Prescott 1988].

Evidentemente, assegnare valori «ragionevoli» o arbitrari ai parametri è un modo di ovviare ai problemi tecnici di stima; ma non è certamente un modo soddisfacente [vedi Singleton 1988, per un'argomentazione critica].

Il problema della stima dei parametri delle funzioni obiettivo è stato considerato in particolare da Kennan [1979], Hansen e Sargent [1980, 1982], Sargent [1981] e Chow [1981, 1983]. Anche se il metodo seguito da ciascuno di questi autori è diverso, il loro approccio è tecnicamente connesso al cosiddetto *problema inverso di controllo ottimo* [vedi Kurz 1969; vedi anche il recente articolo di Chang 1988] poiché si perviene alla stima dei parametri delle funzioni obiettivo attraverso le condizioni di ottimalità. Così Kennan [1979], Hansen e Sargent [1980, 1982] e Sargent [1981] fanno ricorso all'equazione di Eulero, mentre Chow [1981, 1983], che considera esclusivamente funzioni quadratiche, usa l'equazione matriciale di Riccati. Con riferimento al problema lineare-quadratico esaminato nel paragrafo 3, si tratta cioè di ottenere i parametri della funzione (9), attraverso la stima del sistema (6) e del sistema (10), mediante le osserva-

zioni sui vettori $x(t)$, $u_1(t)$ e $u_2(t)$ (ed altre eventuali esogene), considerando un problema inverso a quello di controllo ottimo. In altre parole, se si tiene conto che la [10] può essere il risultato di un problema di controllo ottimo lineare quadratico – e quindi direttamente collegata ai parametri della funzione obiettivo [9] – i parametri di tale funzione possono essere ottenuti dalla stima simultanea dei sistemi [6] e [10].

Si ipotizzi, ad esempio, che la [10] descriva le decisioni di consumo dei privati, che il sistema [6] descriva l'andamento temporale delle variabili di stato rilevanti e che sia la [9] la funzione di utilità che rappresenta le preferenze dei consumatori. Poiché si suppone che la [10] rappresenti il comportamento ottimale di tali consumatori, i suoi parametri sono in diretta relazione con i parametri della funzione di utilità [9] (vedi le equazioni [11], [12], [13] e [14]). Tenendo conto di queste relazioni, i parametri della funzione di utilità [9] possono essere stimati congiuntamente a quelli del sistema [10] in base a un metodo di stima simultanea⁵.

Questo approccio, tuttavia, presenta notevoli limitazioni determinate particolarmente dall'elevato numero di ipotesi a priori richieste per poter risolvere il problema di stima (cfr. Petit, 1988). Inoltre, le difficoltà di tipo tecnico che si incontrano non sono indifferenti, specialmente quando si esce dal contesto lineare-quadratico [vedi Hansen e Singleton 1982; Hotz et al. 1988; Singleton 1989], e limitano l'applicabilità dei metodi stessi a modelli necessariamente troppo semplici.

Quindi, rimane ancora molta strada da percorrere prima di arrivare a stimare in modo soddisfacente i parametri che caratterizzano le cosiddette relazioni stabili dell'economia e poter poi, con questo nuovo tipo di modello, valutare regole alternative di politica economica superando così la critica di Lucas. Un notevole sforzo di ricerca è attualmente in corso, come emerge dai recenti lavori di Hotz et al. [1988] e di Singleton [1988].

5. Il ruolo dei giochi dinamici

Nei paragrafi precedenti si è presa in considerazione l'opportunità di ottenere funzioni di reazione ottimali del settore privato a regole di politica economica alternative. Tuttavia, nessuna ipotesi è stata fat-

⁵ Vedi Chow [1981, Cap. 16], per ulteriori dettagli. Vedi anche Carraro [1988, 1989] per alcune applicazioni di questo approccio.

ta per quanto riguarda il modo in cui tali regole vengono determinate. Una gran parte della letteratura relativa ai problemi di politica economica, sulla scia dei lavori pionieristici di Frisch e di Theil, considera l'ipotesi che le decisioni del governo siano a loro volta il risultato di un problema di ottimizzazione. In particolare, per quanto riguarda il caso di modelli dinamici, si ipotizza che le decisioni di politica economica siano il risultato di un problema di controllo ottimo.

L'approccio presentato nel paragrafo 4 sarebbe quindi piuttosto incompleto se non si tenesse conto del fatto che *tutti* gli agenti economici possono scegliere le loro azioni correnti e future in modo ottimale. Infine, si può avere una visione più completa dell'interazione fra il governo e il settore privato se ambedue vengono considerati come soggetti ottimizzanti; soltanto in questo modo è possibile tenere conto degli effetti reciproci delle decisioni dell'uno su quelle dell'altro. Ma, se consideriamo due agenti economici che si comportano in modo ottimizzante in un contesto dinamico, entriamo chiaramente nell'ambito della teoria dei giochi dinamici.

Il ricorso ai giochi dinamici al fine di analizzare la reciproca interazione fra il governo e il settore privato può essere visto come una conseguenza della critica di Lucas⁶. Infatti, l'ipotesi che il settore privato formi aspettative sulla politica economica futura assegna un ruolo attivo al settore privato, in contrasto con l'approccio convenzionale che lo considerava usualmente come un giocatore passivo nel gioco di politica economica. In questo gioco dinamico, ciascun giocatore prende in considerazione le decisioni dell'altro al momento di formulare le proprie strategie di comportamento. Poiché il tipo di gioco considerato è dinamico, ciascun giocatore prenderà le proprie decisioni tenendo conto non solo delle azioni correnti ma anche delle azioni future dell'altro giocatore. Le aspettative sul comportamento reciproco sono quindi implicitamente introdotte attraverso le ipotesi di comportamento che caratterizzano ciascuna soluzione di equilibrio considerata.

Lucas e Sargent [1981] forniscono una chiara descrizione di questo approccio che è ulteriormente riconsiderato in Lucas [1987]. Inoltre, i giochi dinamici consentono non solo di tenere conto degli effetti di cambiamenti nelle regole di politica economica sulle equazioni che descrivono il comportamento (ottimale) dei privati (che è l'argomento sollevato da Lucas), ma anche di tenere conto degli ef-

⁶ Un'eccezione che ha avuto purtroppo scarso seguito è rappresentata da Faxen [1957]. Occorre inoltre notare che un notevole impulso all'utilizzo della teoria dei giochi nell'analisi di politica economica è stato dato anche da Kydland e Prescott [1977].

fetti che modificazioni nelle funzioni di comportamento dei privati hanno sulle decisioni (ottimali) del governo. Quindi questo approccio permette non solo di superare la critica di Lucas, ma anche di muoversi in una prospettiva più ampia. Infatti, Lucas, che conclude il suo libro del 1987 passando in rassegna i principali cambiamenti avvenuti nei metodi di analisi dei problemi macroeconomici, afferma:

assumere un punto di vista dinamico comporta pensare agli agenti privati come agenti che scelgono piani contingenti riguardo alle variabili correnti e future sotto il loro controllo, prendendo come date le aspettative sul modo in cui *altri attori* economici si comporteranno. Ne consegue, per simmetria, che non si può utilmente pensare alla politica economica – alle strategie del governo, un altro «giocatore» in questo *gioco* – in termini soltanto di decisioni correnti (p. 103)

e ancora:

Gli sviluppi teorici moderni conducono a cambiamenti radicali nel modo in cui pensiamo alla politica economica. Se il punto di vista dei *giochi dinamici*, in qualsiasi forma, è un modo utile di pensare alla politica economica allora l'utilizzo di modelli keynesiani [...] non lo è [*ibidem*, 19].

Vediamo ora quali sono le principali ipotesi e conseguenze di questo nuovo approccio. L'interazione fra il governo e il settore privato può essere agevolmente descritta se si considera ancora un contesto lineare quadratico. Supponiamo quindi, come sopra, che la legge di movimento del vettore di stato $x(t)$ sia data da (vedi equazione [6])

$$[15] \quad \dot{x}(t) = Ax(t) + B_1 u_1(t) + B_2 u_2(t) + z(t)$$

dove $u_1(t)$ è il vettore di controllo del settore privato e $u_2(t)$ è il vettore di controllo del governo.

Ipotizziamo poi che la funzione obiettivo del settore privato (giocatore 1) sia data da

$$[16] \quad J_1(u_1, u_2) = \int_0^{\infty} [\bar{x}_1'(t) Q_1(t) \bar{x}_1(t) + \bar{u}_1'(t) R_{11}(t) \bar{u}_1(t) + \bar{u}_2'(t) R_{12}(t) \bar{u}_2(t)] dt$$

e la funzione obiettivo del governo (giocatore 2) da

$$[17] \quad J_2(u_1, u_2) = \int_0^{\infty} [\bar{x}_2'(t) Q_2(t) \bar{x}_2(t) + \bar{u}_2'(t) R_{22}(t) \bar{u}_2(t) + \bar{u}_1'(t) R_{21}(t) \bar{u}_1(t)] dt$$

dove $u_i \in U_i$ ($i = 1, 2$) rappresenta le azioni di controllo $u_i(t)$ di

ciascun giocatore i relative a ciascun $t \in [t_0, t_f]$. $Q_1(t)$, $Q_2(t)$, $R_{11}(t)$, $R_{22}(t)$, $R_{12}(t)$ e $R_{21}(t)$ sono matrici simmetriche con le dimensioni appropriate e tali che $Q_i(t) \geq 0$, $R_{ii}(t) > 0$ e $R_{ij}(t) \geq 0$ ($i = 1, 2$; $i \neq j$).

Ciascun giocatore minimizzerà la speranza matematica della propria funzione obiettivo rispetto alle proprie variabili di controllo, dato il sistema (15), lo stato iniziale $x(t_0)$ e tenendo conto del problema di minimizzazione dell'altro giocatore. Ipotizzando poi una struttura informativa di tipo *feedback* [cfr. Basar e Olsder 1982, Cap. 5] le strategie di equilibrio dei due giocatori possono essere ottenute risolvendo le corrispondenti equazioni differenziali matriciali accoppiate di Riccati [cfr. Basar e Olsder 1982, Cap. 6; Basar e Haurie 1984]. Si ha così

$$[18] \quad u_1(t) = G_1(t)x(t) + g_1(t) \quad t \in [t_0, t_f]$$

e

$$[19] \quad u_2(t) = G_2(t)x(t) + g_2(t), \quad t \in [t_0, t_f]$$

dove la forma delle matrici G_i e dei vettori g_i sarà diversa a seconda che la soluzione sia una soluzione di equilibrio di Nash o di Stackelberg. Infatti, una soluzione di equilibrio di Nash o di Stackelberg può essere calcolata a seconda delle ipotesi fatte sulla struttura informativa e sul comportamento di ciascun giocatore. Pertanto, se ciascun giocatore ritiene di non poter influenzare il comportamento dell'altro, si calcolerà una soluzione di equilibrio di Nash. Se, al contrario, uno dei giocatori considera la possibilità di influenzare la strategia dell'altro giocatore ma quest'ultimo non lo fa, si calcolerà una soluzione di equilibrio di Stackelberg⁷.

Poiché questi concetti di soluzione sono noti, non ci si soffermerà più su di essi. Il punto importante da sottolineare è invece il fatto che, in *tutti* i casi considerati, qualsiasi modificazione nel comportamento di un giocatore influenza la struttura delle relazioni che descrivono il comportamento dell'altro. In ambedue i casi, infatti, le matrici che caratterizzano la struttura delle equazioni di comportamento di ciascun giocatore dipendono non solo dai parametri del sistema di stato e della propria funzione obiettivo, ma anche dai parametri della funzione obiettivo dell'altro giocatore. Ne segue che la strategia di

⁷ Si noti che qualora i due giocatori tengano conto di questa mutua interdipendenza fra le loro rispettive strategie sarà la soluzione nota come Variazioni Congetturali Coerenti (CCV) a dover essere calcolata [vedi Basar 1986].

equilibrio del settore privato (equazione 18) sarà diversa a seconda di quale sarà la strategia di equilibrio del governo (equazione 19), e viceversa. E poiché, come si è visto, le regole di decisione degli agenti economici fanno parte dell'ambiente che ciascun agente economico si trova di fronte, ciò significa che *ciascun* agente (i responsabili della politica economica inclusi) determinerà le proprie decisioni ottimali tenendo conto di eventuali cambiamenti nell'ambiente in cui si trova (cioè tenendo conto delle eventuali strategie degli altri giocatori).

Inoltre, poiché ciascuna delle relazioni [18] e [19] in ciascun momento t dipende anche dai parametri delle funzioni obiettivo dei due giocatori relative a t e dopo, segue che la strategia di equilibrio di ciascun giocatore dipende dalle decisioni correnti e *future* dell'altro. Nel gioco di politica economica, pertanto, il settore privato terrà conto, nel prendere le proprie decisioni di comportamento, delle decisioni correnti e future del governo. Allo stesso modo, il governo, nel prendere le proprie decisioni di politica economica, terrà conto del comportamento corrente e futuro del settore privato [vedi a questo proposito Lucas e Sargent 1981]. La strategia di equilibrio del settore privato è quindi strettamente legata, attraverso le azioni correnti e attraverso le aspettative, a quella del governo, e viceversa, e varierà pertanto al variare di quest'ultima.

E noto che se il governo assume il ruolo di *leader* in un gioco Stackelberg si può porre un problema di incoerenza temporale delle decisioni di politica economica [vedi Simaan e Cruz 1973]. Questo problema può tuttavia essere superato in vari modi: ad esempio, ipotizzando una struttura informativa dei giocatori di tipo *feedback* [Basar e Haurie 1984]; o imponendo particolari vincoli sulle condizioni di ottimalità [Cohen e Michel 1988]; oppure prendendo in considerazione gli effetti negativi causati dall'eventuale perdita di credibilità del governo, che possono servire a dissuadere quest'ultimo dalla tentazione di cambiare politica in momenti successivi del tempo [vedi Barro e Gordon 1983; Rogoff 1987].

Un'importante implicazione dell'approccio basato sui giochi dinamici, raramente presa in considerazione, è la possibilità di descrivere problemi di decisione nei quali l'agente decisore tiene conto degli effetti delle sue decisioni sull'ambiente che lo circonda. Ciò significa che l'agente decisore non assume, come accade nei problemi di decisione standard (vedi ad esempio il caso descritto nel paragrafo 3), che l'ambiente sia un dato esogeno del suo problema, ma considera la possibilità di influenzarlo poiché tiene conto dell'effetto delle sue decisioni sulle decisioni degli altri agenti, che, come si è visto, formano parte dell'ambiente che il giocatore considerato si trova di fronte. È da notare tuttavia che ciò si può applicare alle decisioni di equilibrio del *leader* in un gioco Stackelberg (poiché è solo il *leader* che

tiene conto degli effetti della sua strategia su quella del *follower*) e alle decisioni di equilibrio dei giocatori relative ad una soluzione di Variazioni Congetturali Coerenti (poiché in questo caso ciascun giocatore tiene conto degli effetti della propria strategia su quella dell'altro; vedi la nota 7). Non si può invece applicare alla soluzione di equilibrio di Nash.

Vediamo adesso le implicazioni di tipo pratico di questo approccio nell'ambito dei problemi di politica economica. Se si vuole modellare l'interazione fra il governo e il settore privato lungo le linee ora descritte per procedere ad un'analisi di tipo quantitativo, è necessario conoscere le funzioni obiettivo dei due giocatori: tali funzioni devono cioè essere *stimate*. Quindi, come nel caso più semplice di un singolo centro decisore, l'attenzione dell'econometrico si deve spostare dalla stima diretta di equazioni di comportamento e di equazioni di reazione di politica economica verso la stima delle funzioni di preferenza del governo e del settore privato. Chow [1981, 1983] ha esteso le tecniche di stima menzionate nel paragrafo precedente al caso più complesso della stima delle funzioni obiettivo di *due* giocatori. Ovviamente, da un punto di vista tecnico, le complicazioni aumentano notevolmente, mentre i limiti di questo metodo di stima permangono.

Il metodo di stima proposto da Chow per il caso lineare-quadratico è anch'esso basato sul *problema inverso di controllo ottimo* considerato nel paragrafo 4 per il caso unidimensionale: le stime dei parametri delle funzioni obiettivo si ottengono simultaneamente attraverso la stima delle relazioni che legano le regole di decisione ottimale a detti parametri. Tuttavia, in questo caso, tali relazioni sono diverse a seconda del concetto di soluzione considerato. Ciò significa che le relazioni che legano, ad esempio, i coefficienti della regola ottimale di politica economica del governo ai parametri delle funzioni di preferenza sono diverse a seconda che si consideri una soluzione di equilibrio di Nash oppure una soluzione di equilibrio di Stackelberg (e ancora diverse a seconda di quale dei due giocatori assume il ruolo di *leader*).

Un'importante conseguenza, pertanto, è che le stime delle funzioni obiettivo del governo e del settore privato saranno diverse a seconda delle ipotesi fatte sul tipo di comportamento dei due giocatori durante il periodo campionario, cioè sul tipo di gioco svolto in quell'arco di tempo. Pertanto, una volta accettata una data ipotesi (che si presuppone sarà quella che meglio descrive il comportamento reale dei giocatori durante il periodo considerato), essa non dovrebbe essere in seguito modificata al fine di valutare ipotesi di comportamento diverse. Così, se i parametri delle funzioni di preferenza del governo e del settore privato sono state stimate in base all'ipotesi di un gioco politico descritto da una soluzione di equilibrio di Nash, sarebbe sba-

gliato utilizzare le stesse funzioni per simulare in seguito, ad esempio, una soluzione di Stackelberg. Altrimenti, la critica di Lucas che era stata cacciata dalla porta rientrerebbe, sotto nuova veste, dalla finestra.

6. Osservazioni conclusive

Si sono volute sottolineare, in queste pagine, le difficoltà di tipo tecnico che rendono ancora difficile l'analisi di politica economica quantitativa mediante l'applicazione dei metodi di ottimizzazione dinamica (in particolare, controllo ottimo e giochi dinamici) lungo le linee suggerite dai nuovi economisti classici. Come Sargent stesso riconosce: «Ricostruire una pratica econometrica dinamica che sia coerente con il principio che i vincoli degli agenti economici influenzano il loro comportamento è un compito ancora lontano dall'essere portato a termine» [Sargent 1981, 244]. Ciò può servire a spiegare perché, nonostante la grande diffusione di questo approccio in libri e riviste specializzate, si continuano ancora ad utilizzare in tutto il mondo modelli econometrici «tradizionali» a fini di valutazione della politica economica.

Le difficoltà tecniche sopra accennate, tuttavia, non devono oscurare l'interesse teorico di questo approccio, le cui implicazioni sono molto più ampie di una semplice risposta alla critica sollevata da Lucas. Infatti, come si è visto, l'ipotesi che un gioco dinamico venga svolto fra il governo e il settore privato permette di prendere in considerazione la reciproca interazione fra le strategie ottimali dei due giocatori. È, infatti, attraverso l'analisi degli effetti reciproci delle rispettive strategie che alcuni concetti di soluzione consentono anche di poter formulare problemi di decisione nell'ipotesi che l'agente decisore tenga conto dell'influenza delle proprie azioni sull'ambiente che egli si trova di fronte.

Infine, il contesto intertemporale che caratterizza un gioco dinamico rende altresì possibile a ciascun giocatore di prendere in considerazione gli effetti delle azioni future dell'altro giocatore sulla propria strategia. Ciò permette di considerare gli effetti sulle decisioni individuali delle *aspettative* sul comportamento futuro di altri agenti economici, in quanto tali aspettative sono già implicite nelle ipotesi di comportamento ottimizzante che caratterizzano un gioco dinamico.

Riferimenti bibliografici

- Athans, M. e Falb, P. L. (1966), *Optimal Control*, McGraw-Hill, New York.
Basar, T. (1986), *A Tutorial on Dynamic and Differential Games*, in Basar T.

- (1986) (a cura di) *Dynamic Games and Applications in Economics*, Berlin, Springer-Verlag.
- Basar, T. e Haurie, A. (1984), *Feedback Equilibria in Stackelberg Games with Structural and Modal Uncertainties*, in *Advances in Large Scale Systems*, a cura di Cruz, J.B., vol. 1, Connecticut, JAI Press.
- Basar, T. e Olsder, G. J. (1982), *Dynamic Noncooperative Game Theory*, London, Academic Press.
- Barro, R. J. e Gordon, D. B. (1983), *Rules, Discretion and Reputation in a Model of Monetary Policy*, in «Journal of Monetary Economics», 12, 101-121.
- Buiter, W. H. (1980), *The Macroeconomics of Dr Pangloss. A Critical Survey of the New Classical Macroeconomics*, in «The Economic Journal», 90, 35-40.
- Carraro, C. (1988), *The Implicit Objective Function of Italian Macroeconomic Policy: 1963:1-1980:4*, in «Economic Modelling», 3, 261-277.
- (1989), *The Tastes of European Central Bankers*, in *Monetary Regimes and Monetary Institutions: Issues and Perspectives in Europe*, a cura di De Cecco, M. e Giovannini, C., Cambridge, Cambridge University Press.
- Chang, F. R. (1988), *The Inverse Optimal Control Problem: A Dynamic Programming Approach*, in «Econometrica», 56, 147-172.
- Chow, G. C. (1975), *Analysis and Control of Dynamic Systems*, New York, Wiley.
- (1980), *Econometric Policy Evaluation and Optimization under Rational Expectations*, in «Journal of Economic Dynamics and Control», 2, 47-59.
- (1981), *Econometric Analysis by Control Methods*, New York, Wiley.
- (1983), *Econometrics*, New York, McGraw-Hill.
- (1987), *Developments of Control Theory in Macroeconomics*, in *Developments of Control Theory for Economic Analysis*, a cura di Carraro, C. e Sartore, D., Dordrecht, Kluwer Academic.
- Cohen, D. e Michel, P. (1988), *How Should Control Theory be Used to Calculate a Time-Consistent Government Policy?*, in «Review of Economic Studies», 55, 263-274.
- Faxen, K. O. (1957), *Monetary and Fiscal Policy under Uncertainty*, Stockholm, Almqvist & Wicksell.
- Fischer, S. (1988), *Recent Developments in Macroeconomics*, in «The Economic Journal», 98, 294-339.
- Hansen, L. P. e Sargent, T. J. (1980), *Formulating and Estimating Dynamic Linear Rational Expectations Models*, in «Journal of Economic Dynamics and Control», 2, 7-46.
- Hansen, L. P. e Sargent, T. J. (1982), *Instrumental Variable Procedures for Estimating Linear Rational Expectations Models*, in «Journal of Monetary Economics», 9, 263-297.
- Hansen, L. P. e Singleton, K. J. (1982), *Generalized Instrumental Variables Estimation of Nonlinear Rational Expectations Models*, in «Econometrica», 50, 1269-1287.
- Hotz, V. J., Kydland, E. e Sedlacek, G. L. (1988), *Intertemporal Preferences and Labor Supply*, in «Econometrica», 56, 335-361.

- Kennan, J. (1979), *The Estimation of Partial Adjustment Models with Rational Expectations*, in «Econometrica», 47, 1441-1456.
- Kurz, M. (1969), *On the Inverse Optimal Problem*, in *Mathematical Systems Theory and Economics I*, a cura di Kuhn, H. W. e Szego, G. P. in «Berlin, Springer-Verlag.
- Kydland, F. E. e Prescott, E. C. (1977), *Rules Rather Than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans*, in «Journal of Political Economy», 90, 777-793.
- Kydland, F. E. e Prescott, E. C. (1980), *A Competitive Theory of Fluctuations and the Feasibility and Desirability of Stabilization Policy*, in *Rational Expectations and Economic Policy*, a cura di Fischer, S., NBER, Chicago, The University of Chicago Press.
- Kydland, F. E. e Prescott, E. C. (1982), *Time to Build and Aggregate Fluctuations*, in «Econometrica», 50, 1345-1370.
- Kydland, F. E. e Prescott, E. C. (1988), *The Workweek of Capital and its Cyclical Implications*, in «Journal of Monetary Economics», 21, 343-360.
- Lucas, R. E. (1976), *Econometric Policy Evaluation: A Critique*, in «The Phillips Curve and Labor Markets», vol. 1, Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, rist. in Lucas [1981].
- (1977), *Understanding Business Cycles*, in «Journal of Monetary Economics», Supplement, Carnegie-Rochester Conference Series, 5, 7-29, rist. in Lucas [1981].
- (1981), *Studies in Business-Cycle Theory*, Cambridge, Mass., MIT Press.
- (1987), *Models of Business Cycles*, Oxford, Basil Blackwell.
- Lucas, R. E. e Sargent, T. J. (1979), *After Keynesian Macroeconomics*, in «Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review», 3, rist. in Lucas e Sargent [1981].
- (1981) (a cura di), *Rational Expectations and Econometric Practice*, London, Allen and Unwin.
- McCallum, B. (1980), *The Significance of Rational Expectations Theory*, in «Challenge», 22, 37-43.
- Petit, M. L. (1989), *Control Theory and Dynamic Games in Economic Policy Analysis*, Cambridge, Cambridge University Press, forthcoming.
- Rogoff, K. (1987), *Reputational Constraints on Monetary Policy*, in *Bubbles and other Essays*, a cura di Bruner, K. e Meltzer, A., Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, vol. 26, Amsterdam, North-Holland.
- Sargent, T. J. (1979), *Macroeconomic Theory*, New York, Academic Press (2^a edizione, 1986).
- (1981), *Interpreting Economic Time Series*, in «Journal of Political Economy», 89, 213-248.
- (1984), *Autoregressions, Expectations and Advice*, in «American Economic Review», 74, 408-415.
- (1987), *Dynamic Macroeconomic Theory*, Cambridge, Mass., Harvard University Press.
- Shiller, R. J. (1978), *Rational Expectations and the Dynamic Structure of Macroeconomic Models; A Critical View*, in «Journal of Monetary Economics», 4, 1-44.

- Simaan, M. e Cruz, J. B. (1973), *Additional Aspects of the Stackelberg Strategy in Nonzero-Sum Games*, in «Journal of Optimization Theory and Applications», 11, 613-626.
- Sims, C. A. (1982), *Policy Analysis with Econometric Models*, in «Brookings Papers on Economic Activity», 1, 107-151.
- Singleton, K. J. (1988), *Econometric Issues in the Analysis of Equilibrium Business Cycle Models*, in «Journal of Monetary Economics», 21, 361-386.
- Taylor, J. B. (1979), *Estimation and Control of a Macroeconomic Model with Rational Expectations*, in «Econometrica», 47, 1267-1287.
- Taylor, J. B. (1980), *Foreword*, in «Journal of Economic Dynamics and Control», 2, 1-5.
- Vercelli, A. (1987), *Keynes dopo Lucas*, Roma, Nuova Italia Scientifica.
- Whiteman, C. H. (1986), *Analytical Policy Design under Rational Expectations*, in «Econometrica», 54, 1387-1405.