

# Commenti sulla relazione di Hahn

di Marco Dardi

Si può vedere il contributo di Hahn a questo volume semplicemente come una discussione di alcune questioni tecniche relative alle *sequence economies*, oppure, in modo più impegnativo, come un tentativo di dare risposta a un quesito più fondamentale, che potrebbe esser formulato così: come si fa a parlare di incertezza endogena – cioè incertezza non di eventi naturali o comunque «mandati dal cielo», ma di eventi che risultano dai comportamenti degli stessi agenti economici – nel linguaggio dell'equilibrio economico generale walrasiano? Questa seconda chiave di lettura mi sembra la più vicina allo spirito del lavoro recente di Hahn: nozioni di cui è tornato a occuparsi ripetutamente, come quelle di equilibrio congetturale e di equilibrio come punto stazionario su sentieri di apprendimento [cfr., per es., Hahn 1978; 1989], sembrano costruite proprio per affrontare i problemi che stanno alla base dell'incertezza endogena – la necessità che ogni agente economico fondi le proprie scelte su credenze relative alle scelte altrui – senza però uscire dalla struttura concettuale della teoria dell'equilibrio generale, e in particolare senza far ricorso a strumenti che oggi appaiono più naturali come quelli della teoria dei giochi. Si direbbe anzi che la motivazione profonda di Hahn sia dimostrare che l'equilibrio generale può riuscire a tenere il passo con la teoria dei giochi anche sul terreno su cui quest'ultima appare oggi più forte, come appunto l'analisi dell'interazione diretta fra agenti razionali. Forse Hahn sta cercando di dirci che non è ancora scontato, come qualcuno pensa, che l'analisi economica debba diventare un'appendice della teoria dei giochi.

Se questo è il tema di fondo, c'è però da chiedersi se la proposta di oggi, di prendere le *sequence economies* come «laboratorio» per esperimenti sull'incertezza endogena, sia particolarmente indicata. Nelle *sequence economies*, è vero, i mercati a pronti restano aperti nel tempo, per cui la realizzazione di piani intertemporali è assoggettata a

*Ringrazio Frank Hahn per osservazioni su una stesura precedente.*

incertezza sulle condizioni di mercato future. Il modello preso a riferimento da Hahn però richiede che gli agenti abbiano previsione perfetta dei prezzi futuri, e anche – sebbene qui ciò non venga detto esplicitamente – che la formazione dei prezzi sia affidata a un banditore. Queste due ipotesi prese insieme impongono, mi sembra, serie limitazioni alla possibilità di parlare di incertezza endogena. Guardiamo infatti che tipo di struttura informativa possiamo estrarre da questo modello applicandovi il formalismo di rappresentazione dell'informazione discusso in altra parte di questo volume (vedi i miei commenti alla relazione di Rustichini). Alla data 0 gli agenti decidono gli scambi correnti in beni presenti e titoli di Arrow conoscendo i prezzi di equilibrio presenti di beni e titoli (la coppia di vettori di prezzo  $p(0)$  e  $q$ ), e conoscendo la corrispondenza  $p: S \rightarrow R^l$  che associa a ogni stato di natura  $s$  nell'insieme  $S$  degli stati possibili all'unica data futura il vettore o i vettori  $p(s)$  di prezzi di equilibrio dei beni sui mercati a pronti futuri. Lo spazio che contiene l'informazione *ex ante* degli agenti e include quindi, oltre a  $S$ , anche l'insieme degli stati possibili dell'economia, indichiamolo con  $\Sigma$  (ogni  $\sigma \in \Sigma$  si può pensare come costituito da una tripla di vettori di prezzo  $p(0)$ ,  $q$ ,  $p$  e una tripla di allocazioni di beni presenti, titoli di Arrow e beni futuri). Lo spazio dell'informazione, che racchiude tutta l'incertezza endogena e esogena consentita dal modello, è quindi rappresentato da  $\Omega = S \times \Sigma$ . Se però c'è un banditore, i soli stati di  $\Omega$  in cui l'economia può venire a trovarsi sono quelli di equilibrio walrasiano, cioè il sottoinsieme  $\Omega_e \subset \Omega$  definito da

$$\Omega_e = \{(s, \sigma) \in \Omega : s \in S, \sigma \in e(s)\}$$

dove  $e(s)$  è la corrispondenza che associa a ogni  $s \in S$  gli stati di equilibrio walrasiano dell'economia nell'eventualità che  $s$  si realizzi (ovviamente  $e$  è costante nei prezzi e nelle allocazioni di beni e titoli alla data 0). Il banditore, da solo, non esclude incertezza (*ex ante*) endogena, perché alla data 0 gli agenti ricevono l'annuncio dei soli vettori di equilibrio  $p(0)$ ,  $q$  vigenti a quella data, e non della corrispondenza di equilibrio  $p(s)$ . A questo punto quindi l'informazione potrebbe essere rappresentata da una funzione  $P: \Omega \rightarrow 2^\Omega$  (cfr. commenti a Rustichini) caratterizzata dalla proprietà

$$[a] \quad (s, \sigma) \in \Omega_e \Rightarrow P(s, \sigma) \supset \Omega_e$$

dove l'inclusione a destra indica che supponiamo informazione veridica, ovvero che i prezzi futuri ritenuti possibili includono quelli indica-

ti dalla  $p(s)$ <sup>1</sup>. È qui che l'assunto di previsione perfetta interviene a ridurre sostanzialmente la parte endogena dell'incertezza. Se gli agenti sono in grado di prevedere perfettamente  $p(s)$ , la struttura informativa viene ad assumere la proprietà più stringente

$$[a^*] \quad (s, \sigma) \in \Omega_e \Rightarrow P(s, \sigma) = \Omega_e$$

che implica che l'esistenza o meno di incertezza endogena viene a dipendere interamente dal fatto che la  $p(s)$  sia una corrispondenza o una funzione<sup>2</sup>. Per tutte le specificazioni del modello di *sequence economy* in cui a ogni  $s$  è associato un unico vettore  $p(s)$  di prezzi futuri di equilibrio, la sola incertezza possibile è quella esogena su  $S$ .

Ci sarebbero da fare non pochi commenti sulla congiunzione delle due ipotesi di banditore e previsione perfetta. Intanto, la conoscenza della corrispondenza  $p(s)$  da parte di tutti gli agenti, se non dev'essere intesa come pura capacità divinatoria, va vista come *capacità di calcolare*  $p(s)$ , il che presuppone che ogni agente conosca le preferenze e le dotazioni di tutti gli altri. Per come è formulato il problema di decisione di ogni agente, anzi, dovremmo dire di più, e cioè che preferenze e dotazioni dovrebbero essere in questo modello *conoscenza comune*: la certezza individuale di  $p(s)$  presuppone certezza della certezza degli altri, e così via. Ma un assunto del genere, a parte qualunque considerazione di plausibilità, ha fra le altre conseguenze anche quella di rendere superfluo e «manipolabile» il banditore. Infatti, se gli agenti ne sanno più di lui, non solo sono in grado di identificare da soli l'equilibrio, ma per di più, se ingaggiati in un processo di *tâtonnement* di quantità, possono avere tutto l'interesse a non rivelare quali sono gli scambi *veramente* desiderati a ogni vettore di prezzi an-

<sup>1</sup> Se imponiamo che la  $P$  sia, oltre che veridica, partizionale, la proprietà [a] implica che  $P(s, \sigma)$  sia costante in tutto  $\Omega_e$ , e che valga la proprietà

$$[b] \quad P(s, \sigma) \cap \Omega_e = \emptyset \Rightarrow (s, \sigma) \notin \Omega_e$$

Si può osservare che le proprietà [a] e [b] ammettono la possibilità che, tanto in equilibrio che fuori dall'equilibrio, gli agenti siano incerti circa il fatto se l'economia sia in equilibrio o no.

<sup>2</sup> Sotto partizionalità di  $P$  (cfr. nota precedente), la [a\*] implica la seguente restrizione di [b]:

$$[b^*] \quad P(s, \sigma) \cap \Omega_e = \emptyset \Leftrightarrow (s, \sigma) \notin \Omega_e$$

La possibilità segnalata nella nota precedente viene pertanto esclusa: l'equilibrio è ritenuto certo (impossibile) da tutti gli agenti se e solo se l'economia è (non è) in equilibrio.

nunciato, guidando il banditore verso prezzi di equilibrio falsi<sup>3</sup>. D'altra parte, se questo modello ha bisogno di una pluralità di equilibri per generare incertezza endogena, il banditore resta necessario per garantire che non sorgano problemi di coordinamento fra gli agenti. Siamo quindi costretti a immaginare che anche il banditore conosca preferenze, dotazioni e informazione di tutti gli agenti (ovvero che nell'assunto di conoscenza comune sia incluso anche il banditore), in modo da poter calcolare correttamente l'equilibrio senza bisogno di ricorrere al *tâtonnement*. Sembra abbastanza per concludere che l'idea originaria dell'economia walrasiana come modello di economia decentrata, in cui l'unica informazione degli agenti è costituita dai prezzi, è a questo punto abbondantemente tradita.

Queste considerazioni rimangono comunque marginali rispetto a ciò che principalmente interessa Hahn, e cioè la dimostrazione che l'esistenza di un insieme di titoli di Arrow che «copra» interamente  $S$  non è né necessaria né sufficiente per rendere inessenziale una *sequence economy* di cui  $S$  rappresenti tutta l'incertezza esogena esistente. Poiché la condizione di copertura completa equivale a dare agli agenti la possibilità di assicurarsi su qualunque evento in  $S$ , il risultato di Hahn può essere visto come la dimostrazione che l'incertezza che conta nell'economia non è né tutta né sola quella esogena inclusa in  $S$ . Chiediamoci però se da ciò possiamo arrivare a concludere, come fa Hahn, che «oltre all'incertezza generata dall'evoluzione di  $S$  vi sia incertezza endogena – incertezza cioè generata dalle azioni degli agenti» (p. 141). Questo modello, in realtà, sostiene la conclusione citata tra virgolette solo in parte. Intanto, che *non tutta* l'incertezza inclusa in  $S$  sia rilevante non sembra aver molto a che fare con l'esistenza di incertezza endogena. È vero che quale sia la parte irrilevante di  $S$  dipende dall'equilibrio, e quindi è in un certo senso un fatto endogeno; ma è anche vero che gli agenti, come abbiamo visto, conoscono perfettamente  $\Omega$ , e quindi questo fatto non è per loro fonte di nessuna incertezza. Resta, a sostenere la tesi di incertezza endogena, la propo-

<sup>3</sup> Vedendo il *tâtonnement* come un gioco di segnalazione fra il banditore e gli agenti, i secondi più informati del primo, è facile dimostrare che strategie di segnalazione veridica, in generale, non possono sostenere un equilibrio di Nash. Basta pensare al caso di un banditore e due agenti: se uno dei due, chiamiamolo  $i$ , adotta una strategia di segnalazione veridica rivelando al banditore la sua vera funzione di domanda netta  $d_i$ , la strategia di risposta ottimale dell'altro, chiamiamolo  $j$ , consiste nel rivelare una qualunque funzione di domanda netta  $d_j$  che porti l'equilibrio ( $d_j = -d_i$ ) a coincidere con l'allocatione preferita da  $j$  fra tutte quelle raggiungibili in  $d_i$ . Salvo casi particolari (per es., se l'equilibrio è nella dotazione iniziale) la vera funzione di domanda netta di  $j$  non è una risposta ottimale alla strategia veridica di  $i$ .

sizione di non sufficienza dimostrata da Hahn, cioè il fatto che l'assicurabilità completa di  $S$  non garantisce che non vi siano perdite di benessere rispetto a un ideale equilibrio di Arrow e Debreu con mercati contingenti completi. Di nuovo, però, la sovrapposizione con l'incertezza endogena è solo parziale.

Hahn dà due giustificazioni della non sufficienza: i costi di transazione e la molteplicità degli equilibri. La seconda, come abbiamo visto, crea effettivamente incertezza riconoscibile anche formalmente come endogena. Ma non sembra così per la prima. Dietro i costi di transazione possiamo certamente immaginare una storia implicita di incertezza endogena, per esempio una storia basata sul decentramento degli scambi, sul tipo di quelle elaborate negli anni '70 per analizzare il ruolo della moneta in equilibrio economico generale [cfr. Ostroy e Starr 1974]. Se, una volta annunciati i prezzi di equilibrio, il banditore lascia agli agenti il compito di trovarsi le controparti degli scambi, la realizzazione dell'allocazione di equilibrio non è più certa e l'incertezza così introdotta è chiaramente di tipo endogeno. Osserviamo però, in primo luogo, che questa fonte di incertezza non è caratteristica di economie a struttura sequenziale – potrebbe sorgere anche in un'economia di Arrow e Debreu a mercati completi. E in secondo luogo, che una volta fatta l'ipotesi (come in questo modello) che vi siano mediatori che a un costo certo e senza profitto garantiscono la realizzazione degli scambi desiderati, l'incertezza di quantità è di fatto soppressa: qui, il servizio offerto dai mediatori ha la natura di un servizio di stanza di compensazione, non di un servizio assicurativo sul rischio di quantità. Alla fine, quindi, l'esame delle argomentazioni di Hahn ci conferma nella conclusione che sopra abbiamo tratto direttamente dalla struttura informativa del modello: l'unica possibilità di incertezza endogena che esso consente è quella, compatibile con la condizione  $[a^*]$ , dovuta a un'eventuale molteplicità dei vettori  $p(s)$  di equilibrio in qualche  $s \in S$ .

In Hahn [1992] c'è un esempio interessante che mostra come questo tipo di incertezza endogena sui prezzi di equilibrio non possa generalmente essere coperta attraverso un allargamento dell'insieme dei titoli di Arrow che consenta agli agenti di assicurarsi anche sul rischio di prezzo. Possiamo renderci conto del perché ragionando in questi termini. Allargare l'insieme dei titoli di Arrow significa modificare anche la struttura dell'economia, e quindi l'insieme che sopra abbiamo chiamato  $\Sigma$  e la corrispondenza di equilibrio  $e: S \rightarrow \Sigma$ . Sia  $\Omega_e$  l'insieme degli stati di equilibrio dell'economia originaria, e  $\Omega_e'$  l'analogo insieme dell'economia modificata. Mantenendo le ipotesi di banditore e previsione perfetta, il passaggio da  $\Omega_e$  a  $\Omega_e'$  ci dice anche

come cambia l'informazione degli agenti in seguito all'aggiunta di nuovi titoli di Arrow. È chiaro che niente garantisce in generale che in  $\Omega_e'$  gli agenti abbiano la stessa struttura di incertezza che avevano in  $\Omega_e$ . Nell'esempio di Hahn accade che negli stati  $s$  a cui in  $\Omega_e$  corrispondono più vettori di equilibrio  $p(s)$ , in  $\Omega_e'$  ne corrisponde uno solo, per cui i titoli di Arrow introdotti per coprire l'incertezza di prezzo in  $\Omega_e$  risultano superflui in  $\Omega_e'$ . Si potrebbero immaginare altri esempi nei quali in  $\Omega_e'$  c'è ancora incertezza di prezzo ma riferita a stati e prezzi diversi da  $\Omega_e$ , così che i titoli necessari per coprirli sono diversi da quelli già introdotti, e così via. Il succo dell'esempio è che l'incertezza sull'equilibrio non è in generale assicurabile perché assicurarla cambierebbe l'equilibrio stesso, e quindi il tipo di incertezza da assicurare – una proposizione tanto più elegante in quanto ottenuta in ambiente strettamente walrasiano, senza il consueto apparato di asimmetrie informative a sostegno della non assicurabilità.

Proprio l'eleganza del risultato d'altra parte ci dà anche la misura del suo limite. È difficile vedere in un caso costruito su ipotesi così sul filo del rasoio l'illustrazione di un principio generale, che possa servire a capire la natura dell'incertezza endogena anche in contesti più vicini all'esperienza comune. Le economie in cui viviamo sono *realmente* decentrate, nel senso che nessun agente ha la conoscenza globale necessaria per identificare con certezza gli equilibri dell'intera economia. A voler essere ottimisti sulla veridicità dell'informazione, siamo nel dominio della condizione [a] piuttosto che della [a\*]. Di spazio per l'incertezza endogena non assicurabile ce n'è comunque in abbondanza, ma le interpretazioni più convincenti, in assenza di aspettative razionali, ci sembrano ancora quelle legate alle differenze d'informazione privata fra gli agenti. Tutto questo ci riporta però inevitabilmente ai temi dell'apprendimento e degli equilibri non walrasiani, già altre volte studiati dallo stesso Hahn. Il risultato che egli ci propone oggi – la riduzione dell'incertezza endogena alla pluralità degli equilibri – allora lo prenderemmo come un paradosso rivolto esclusivamente a quegli economisti che delle aspettative razionali, con il loro presupposto implicito di onniscienza, hanno fatto una bandiera di scuola: gli altri, quelli che non vi si riconoscono, sono preparati ad accogliere una nozione ben più comprensiva d'incertezza endogena.

#### Riferimenti bibliografici

Hahn, F.H. (1978), *On Non-Walrasian Equilibria*, in «Review of Economic Studies», 45, pp. 1-17.

- (1989), *Information Dynamics and Equilibrium*, in Id. (a cura di), *The Economics of Missing Markets, Information, and Games*, Oxford, Clarendon Press, pp. 106-126.
  - (1992), *A Remark on Incomplete Market Equilibrium*, in «Quaderni del Dipartimento di Economia Politica», n. 143, Università di Siena.
- Ostroy, J.M. e Starr, R.M. (1974), *Money and the Decentralization of Exchange*, in «Econometrica», 42, pp. 1093-1113.